

Лекция 6. Обработки результатов измерений с многократными наблюдениями

Дан алгоритм обработки результатов измерений, которые широко применяются при проведении энергетического обследования в условиях сильного влияния мешающих факторов и нестабильности режимов работы оборудования.

Обработки результатов измерений с многократными наблюдениями

Наиболее часто инструментальное энергетическое обследования предполагает проведение прямых измерений с многократными наблюдениями, т.к. это позволяет существенно повысить достоверность результатов даже при влиянии помех различной физической природы и нестабильности режимов работы оборудования. Остановимся на методике их проведения и обработке результатов, которая имеет целый ряд особенностей [23].

Исходным материалом для прямых измерений с многократными наблюдениями является массив результатов наблюдений, т.е., например, массив $X \in \{x_1, x_2, \dots, x_n\}$ показаний того или иного измерительного прибора. Дальнейшая последовательность операций следующая:

1. Из массива результатов наблюдений исключаются известные систематические погрешности, т.е. погрешности либо постоянные во времени или изменяющиеся по детерминированным законам.
2. Элементы массива располагаются в порядке возрастания их значений от x_{min} до x_{max} с целью выявления промахов (грубых погрешностей).
3. Обнаруживаются и исключаются промахи..

Признаком промаха в наблюдения является его значительное удаление от центра распределения. Для принятия решения об исключении предполагаемого промаха необходимы формальные критерии. В общем случае границы выборки для удаления промахов определяются видом функции распределения случайных погрешностей и объемом n выборки [24]. При проведении инструментального энергетического обследования рекомендуется применить упрощенный метод обнаружения промахов, используя критерий:

$$K = \frac{|x_{max} - \bar{x}|}{\tilde{\sigma}_x}, K = \frac{|x_{min} - \bar{x}|}{\tilde{\sigma}_x},$$

где x_{min} и x_{max} – соответственно, самое большое и наименьшее значения в исходных данных; $\bar{x}$ – среднее арифметическое значение измеряемой величины; $\tilde{\sigma}$ – среднее квадратическое отклонение.

Полученное значение K сравнивают с табличным значением K_r . Если $K > K_r$, то x_{min} или x_{max} можно отбросить при заданном уровне значимости $q = 1 - P$. Значение доверительной вероятности P для технических измерений принять равным $P = 0.95$, тогда $q = 0.05$.

В [таблице 6.1](#) приведены значения K_r при различном числе наблюдений n при уровне значимости 0,95.

Таблица 6.1.								
Объем выборки n	10	15	20	25	30	40	50	100
Предельное значение K_r	2.441	2.617	2.732	2.870	2.928	3.015	3.082	3.285

4. Вычисляется среднее арифметическое исправленных результатов наблюдений:

$$\bar{x} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n x_i$$

Полученное значение принимается за результат измерения.

5. Вычисляется оценка среднего квадратического отклонения результатов наблюдений:

$$\tilde{\sigma}_x = \sqrt{\frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2}$$

6. Рассчитывается оценка среднего квадратического отклонения результата измерения (среднего арифметического):

$$\tilde{\sigma}_x = \sqrt{\frac{1}{n(n-1)} \sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2}$$

7. Проверяется принадлежность распределения результатов наблюдений нормальному закону распределения. Обычно при проведении инструментального энергетического обследования число наблюдений лежит в диапазоне $50 \geq n \geq 15$. В этом случае нормальность распределения проверяется при помощи вычисления составного критерия и сравнения его значения с табличным. Для этого вычисляют отношение $\tilde{d}$ по формуле:

$$\tilde{d} = \frac{\sum_{i=1}^n |x_i - \bar{x}|}{n\tilde{\sigma}},$$

где $\tilde{\sigma}$ - смещенная оценка СКО, вычисленная по формуле

$$\tilde{\sigma} = \sqrt{\frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2}$$

Гипотеза о нормальности распределения по составному критерию не отвергается, если

$$d_{1-q/2} \leq \tilde{d} \leq d_{q/2}$$

Значения квантилей распределения для выбранных уровней значимости приведены в [таблице 6.2](#)

Таблица 6.2.

n	$q/2 \cdot 100\%$		$(1 - q/2) \cdot 100\%$	
	1%	5%	96%	99%
16	0.9137	0.8884	0.7236	0.6829
21	0.9001	0.8768	0.7304	0.6950
26	0.8901	0.8686	0.7360	0.7040
31	0.8826	0.8625	0.7404	0.7110
36	0.8769	0.8578	0.7440	0.7167
41	0.8722	0.8540	0.7470	0.7216
47	0.8682	0.8508	0.7496	0.7256
51	0.8648	0.8481	0.7518	0.7291

При числе наблюдений $n > 50$ для проверки принадлежности их к нормальному распределению применить критерий Пирсона χ^2 по указаниям, приведенным в [\[25\]](#).

- Определяют доверительные границы $\pm E$ случайной составляющей погрешности результата измерений по формуле [\[26\]](#):

$$E = \pm t \cdot \tilde{\sigma}_x$$

где t - коэффициент Стьюдента, значение которого зависит от доверительной вероятности P и числа наблюдений и приведены в [таблице 6.3](#)

Таблица 6.3.

n	P=0.95	n	P=0.95	n	P=0.95
4	3.182	10	2.262	21	2.086
5	2.776	11	2.228	22	2.074
6	2.571	12	2.179	23	2.064
7	2.447	13	2.145	24	2.056
8	2.365	14	2.120	25	2.048
9	2.306	15	2.101	26	2.043

- Вычисляют границы Θ_i неисключенной систематической погрешности метода, средства измерения и вызванные влияющими факторами.

Значения Θ_i погрешностей задаются преподавателем, предполагается, что законы распределения неисключенной погрешности неизвестны. Так как каждая из составляющих систематической погрешности имеет свой доверительный интервал (границы), то границы суммарной погрешности находят по формуле:

$$\Theta_i = K \cdot \sqrt{\sum_{i=1}^m \Theta_i^2},$$

где m - число не исключенных систематических составляющих погрешности; K - коэффициент, определяемый значением доверительной вероятности, при $P = 0.95$, коэффициент $K = 1.1$.

10. Определяют соотношение между не исключенной систематической погрешностью, и средним квадратическим отклонением результата измерения $\Theta/\tilde{\sigma}_x$.

Если отношение $\Theta/\tilde{\sigma}_x$ меньше 0.8, то неисключенными систематическими погрешностями пренебрегают и в качестве границы погрешности принимают результат $\Delta = E$. Если же результат $\Theta/\tilde{\sigma}_x$ больше 8, то пренебрегают случайной погрешностью и считают границу погрешности результата $\Delta = \Theta$. В случае, когда результат вычислений лежит в интервале $0.8 \leq \Theta/\tilde{\sigma}_x \leq 8$, то определение границ погрешности результата измерения Δ производится с учетом случайной и систематической составляющих погрешности по формуле:

$$\Delta_{\Sigma} = \pm K \cdot \tilde{\sigma}_{\Sigma}$$

где K - коэффициент, зависящий от соотношения случайной и не исключенной систематической погрешностей и определяется по формуле:

Оценка суммарного СКО результата измерения, вычисляется по формуле:

$$\Delta_{\Sigma} = \pm K \cdot \sigma_{\Sigma}$$

где K - коэффициент, зависящий от соотношения случайной и не исключенной систематической погрешностей и определяется по формуле:

$$K = \frac{E + \Theta}{\tilde{\sigma}_x + \sqrt{\frac{1}{3} \sum_{i=1}^m \Theta_i^2}}$$

Оценка суммарного СКО результата измерения, вычисляется по формуле:

$$\tilde{\sigma}_{\Sigma} = \sqrt{\frac{1}{3} \sum \Theta_i^2 + \tilde{\sigma}_x^2}$$

11. Производится запись результата измерения с учётом следующего. Наименьшие разряды числовых значений результата измерения должны быть такими же, как наименьшие разряды числовых значений СКО абсолютной погрешности измерения или значений границ, в которых находится абсолютная погрешность. Например, запись результата измерения активной электрической мощности, выполненная по аттестованной методике выполнения измерений [27], имеет следующий вид: Результат измерения: $10,27 \text{ кВт}; |\Delta_1| = |\Delta_h| = 0.05, P = 0.95$

Ключевые термины:

Массив результатов наблюдений исходный материал для прямых измерений с многократными наблюдениями является, т.е., например, массив $X \in \{x_1, x_2, \dots, x_n\}$ показаний того или иного измерительного прибора.

Систематические погрешности— погрешности либо постоянные во времени или изменяющиеся по детерминированным законам.

Промахи— грубые погрешности, признаком которых является их значительное удаление от центра распределения массива результатов наблюдений.

Среднее арифметическое значение измеряемой величины оценка математического ожидания.

Краткие итоги лекции:

1. Наиболее часто инструментальное энергетическое обследование предполагает проведение прямых измерений с многократными наблюдениями, т.к. это позволяет существенно повысить достоверность результатов даже при влиянии помех различной физической природы и нестабильности режимов работы оборудования.
2. Исходным материалом для прямых измерений с многократными наблюдениями является массив результатов наблюдений, т.е., например, массив $X \in \{x_1, x_2, \dots, x_n\}$ показаний того или иного измерительного прибора.
3. Обычно при проведении инструментального энергетического обследования число наблюдений лежит в диапазоне $50 \geq n \geq 15$. В этом случае нормальность распределения проверяется при помощи вычисления составного критерия и сравнения его значения с табличным.

Литература

23. , ГОСТ 8.207-76 (2002). Прямые измерения с многократными наблюдениями., М.: Изд-во стандартов, 2002. – 14 с
24. , ГОСТ 11.006-74 (2002). Прикладная статистика. Правила проверки согласия опытного распределения с теоретическим. , М.: Изд-во стандартов, 2002. –16 с
25. , ГОСТ 11.002-73 (2002). Прикладная статистика. Правила оценка аномальности результатов наблюдений. , М.: Изд-во стандартов, 2002. – 11 с
26. , ГОСТ 11.004-73 (2002). Прикладная статистика. Правила определения оценок и доверительных границ для параметров нормального распределения., М.: Изд-во стандартов, 2002. – 15 с
27. , МИ 1317-86 Результаты измерений и характеристики погрешностей измерений. Форма представления. , М.: Изд-во стандартов, 1987. – 9 с