

Министерство образования и науки Российской Федерации
Федеральное государственное бюджетное образовательное
учреждение высшего образования
«Ивановский государственный энергетический
университет имени В.И. Ленина»

Д.А. Пирогов, М.А. Ноздрин, Р.В. Шляпугин, А.С.Зайцев

**ЛАБОРАТОРНЫЙ ПРАКТИКУМ
ПО ТЕОРЕТИЧЕСКОЙ МЕХАНИКЕ**

Учебно-методическое пособие

Иваново 2018

УДК 531.8(075.8)

П 33

Пирогов Д.А., Ноздрин М.А., Шляпугин Р.В., Зайцев А.С. Лабораторный практикум по теоретической механике: учеб.-метод. пособие / ФГБОУВО «Ивановский государственный энергетический университет имени В.И. Ленина». – Иваново, 2018. – 60 с.

В учебном пособии изложены содержание и порядок выполнения лабораторных работ. Дано теоретическое обоснование рассматриваемых вопросов, приведены термины, их определения и формулы, необходимые для проведения экспериментальной части. Теоретическое обоснование дает четкое объяснение изучаемых вопросов.

Лабораторный практикум предназначен для студентов направления подготовки 01.03.03 «Механика и математическое моделирование» и других технических направлений подготовки. Он может быть использован при выполнении лабораторных работ по теоретической механике.

Табл. 4. Ил. 25. Библиогр.: 5 назв.

Печатается по решению редакционно-издательского совета ФГБОУВО «Ивановский государственный энергетический университет имени В.И. Ленина».

НАУЧНЫЙ РЕДАКТОР

канд. техн. наук, доцент Т.В.Шмелева

РЕЦЕНЗЕНТ

д-р. техн. наук, заведующий кафедрой строительной механики
ФГБОУВО ИВГПУ, А.А. Краснов

© Д.А. Пирогов,
М.А. Ноздрин,
Р.В. Шляпугин,
А.С. Зайцев

СОДЕРЖАНИЕ

ВВЕДЕНИЕ	4
1.ЛАБОРАТОРНЫЕ РАБОТЫ ПО РАЗДЕЛУ «СТАТИКА»	5
1.1. Изучение системы плоских сходящихся сил	5
1.2. Изучение плоской системы произвольно расположенных сил	9
1.3. Определение опорных реакций балок	15
1.4. Определение центра масс плоских фигур	21
2.ЛАБОРАТОРНЫЕ РАБОТЫ ПО РАЗДЕЛУ «КИНЕМАТИКА»	24
2.1. Построение траектории точки рычажного механизма	24
2.2. Кинематический анализ зубчатых механизмов	25
3.ЛАБОРАТОРНЫЕ РАБОТЫ ПО РАЗДЕЛУ «ДИНАМИКА»	35
3.1. Экспериментальное определение моментов инерции масс звеньев методами теории колебаний	35
3.2. Экспериментальное определение момента инерции масс детали способом инерционного разбега (падающего груза)	46
3.3. Статическая и динамическая балансировка вращающихся масс	49
СПИСОК РЕКОМЕНДУЕМОЙ ЛИТЕРАТУРЫ	59

ВВЕДЕНИЕ

Теоретическая механика является одной из важнейших фундаментальных общенаучных дисциплин. Она играет существенную роль в подготовке бакалавров технических направлений. На результатах теоретической механики базируются общеинженерные дисциплины: сопротивление материалов, детали машин, теория механизмов и машин и другие.

Основной задачей теоретической механики является изучение движения и взаимодействия материальных тел. Эти вопросы излагаются в разделах «Статика», «Кинематика» и «Динамика».

Учебное пособие рассчитано для проведения лабораторных работ, подлежащих обязательному выполнению студентами. Пособие служит для закрепления теоретического материала и приобретения навыков самостоятельной работы и призвано обеспечить студентов необходимым методическим материалом при выполнении лабораторных работ. Оно объединяет в себе краткие теоретические сведения по соответствующим темам и пошаговый порядок выполнения заданий, описание приборов и установок, применяемых при выполнении работ. После выполнения каждой работы студенты оформляют отчет, содержащий таблицы, графики, анализ полученных результатов и выводы.

1.ЛАБОРАТОРНЫЕ РАБОТЫ ПО РАЗДЕЛУ «СТАТИКА»

1.1. Изучение системы плоских сходящихся сил

Программа работы

1. Провести аналитический расчет равновесия заданной системы сил.
2. Экспериментально исследовать равновесия системы сходящихся сил.
3. Сопоставить данные аналитического расчета и экспериментальных измерений.

Теоретическая часть

Твердое тело, на которое действуют взаимно уравновешивающие силы, находится в покое. Для равновесия приложенных к твердому телу системы сходящихся сил необходимо и достаточно, чтобы равнодействующая этих сил была равна нулю. Условия, которым при этом должны удовлетворять сами силы, можно выразить в геометрической или аналитической форме.

Геометрические условия равновесия. Так как равнодействующая сходящихся сил определяется как сторона силового многоугольника, построенного из этих сил, то равнодействующая может обратиться в ноль тогда и только тогда, когда конец последней силы в многоугольнике совпадет с началом первой, т. е. когда многоугольник замкнется.

Аналитические условия равновесия. Аналитически равнодействующая системы плоских сходящихся сил определяется формулой

$$R^2 = R_x^2 + R_y^2,$$

где R_x, R_y – проекции R на оси X и Y .

Так как в подкоренном выражении стоит сумма положительных слагаемых, то тогда, когда $R_x = 0, R_y = 0$, т. е. когда действующие на тело силы будут $R = 0$ удовлетворять равенствам $\sum F_{Rx} = 0; \sum F_{Ry} = 0$.

Таким образом, если все действующие на тело сходящиеся силы лежат в одной плоскости, то они образуют плоскую систему сходящихся сил. Для равновесия плоских сходящихся сил необходимо и достаточно, чтобы суммы проекций этих сил на каждую координатную ось были равны нулю.

Устройство и принцип работы установки

Установка (рис.1.1) выполнена в настольном исполнении и состоит из 2 оснований 1 с рамой, собранной из стальных цилиндрических стержней 2 и втулок 3 на раме, закрепленных подвижными блоками с роликами 4.

В центральной части установки крепится устройство визуального контроля 5, представляющее собой чашку с неподвижным транспортом и подвижным диском на пружинах, в центре которого установлен палец для крепления капроновых тросиков.

К тросикам привязываются подвесы 6 с тарированными грузами.

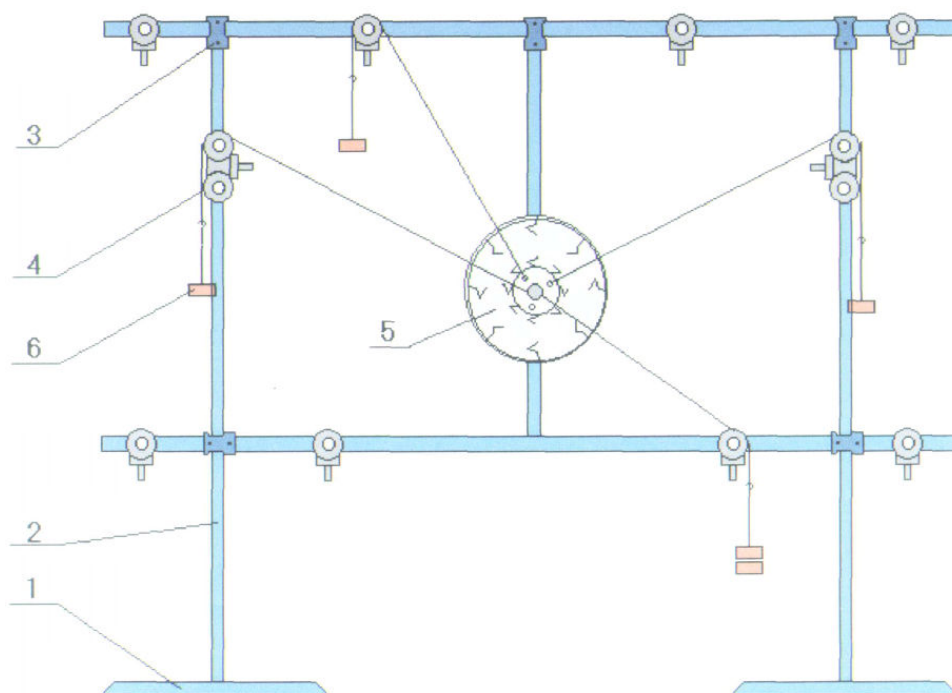


Рис.1.1. Установка ТМт – 01: 1 – основание; 2 – металлические стержни; 3 – втулки; 4 – подвижный блок с роликами; 5 – устройство визуального контроля; 6 – подвес с тарированным грузом

Порядок выполнения работы

1. Провести геометрическое и аналитическое решение, полученные результаты записать в таблицу.

2. Произвести юстировку устройства визуального контроля до совпадения рисок на подвижном диске с рисками транспортера посредством натяжения пружин регулировочными гайками.

3. Надеть на палец визуального контроля петли с капроновыми тросиками и привязанными подвесами.

4. Установить подвижные блоки в выбранные положения и перебросить тросики с подвесами на ролики блоков.

5. Нагрузить подвесы заданными наборами гирь (не более 10 Н) и определить углы наклона натянутых тросиков к осям X и Y .

6. Проверить, уравновешена ли эта система сил, приложенная к подвижному диску. Если нет, то смещение пальца на подвижном диске совпадает с направлением равнодействующей данной системы сил.

7. Установить один из капроновых тросиков в направлении, обратном смещению пальца неподвижного диска, и нагружать прикрепленный к нему подвес до тех пор, пока риска подвижного диска не совпадет с рисками шкалы транспортира. Сумма весов груза на этом подвесе будет равна модулю уравновешивающей силы.

8. Результаты, полученные аналитическим и экспериментальным путями, занести в табл. 1.1. Расхождение теоретических результатов с экспериментальными объясняется тем, что в расчетах не учитывается влияние веса тросиков и трение в осях блоков.

Таблица 1.1. Результаты решений

Величина	Геометрическое решение	Аналитическое решение	Экспериментальное решение
$F_7(\text{Н})$			
A , (град)			

Пример выполнения задания

Найдем проекции сил на ось X :

$$-F_1 \cos 20^\circ - F_4 \cos 30^\circ + F_7 \cos A + F_{II} \cos 60^\circ = 0$$

$$F_7 \cos A = F_1 \cos 20^\circ + F_4 \cos 30^\circ - F_{II} \cos 60^\circ$$

$$F_7 \cos A = 3 \cos 20^\circ + 2 \cos 30^\circ - 5 \cos 60^\circ,$$

$$F_7 \cos A = 2,05$$

$$F_7 = \frac{2,05}{\cos A}$$

Найдем проекции сил на ось Y :

$$-F_1 \sin 20^\circ + F_4 \sin 30^\circ + F_7 \sin A - F_{II} \sin 60^\circ = 0,$$

$$F_7 \sin A = 5 \sin 60^\circ + 3 \sin 20^\circ - 2 \sin 30^\circ.$$

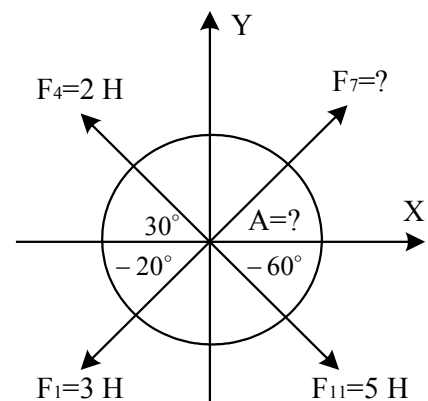
Приравняем выражения сил $\frac{2,05}{\cos A} = \frac{4,5}{\sin A}.$

Разделим обе части уравнения на $\cos A$.

Получим $\tan A = 2,2$; $A = 65^\circ$ (град)

Подставим A в выражение $F_7 = \frac{2,05}{\cos A}$

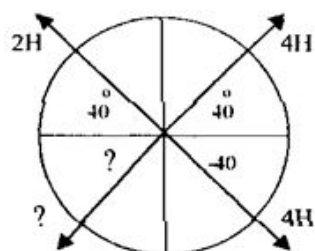
Получим $F_7 = 5 \text{ (Н)}.$



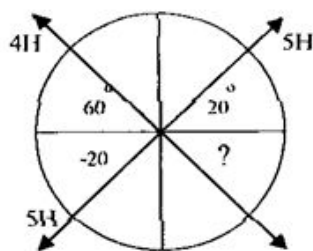
Контрольные вопросы

1. Сформулируйте необходимые и достаточные условия равновесия приложенных к твердому телу сходящихся сил?
2. Геометрические условия равновесия?
3. Аналитические условия равновесия?
4. Что такое плоская система сходящихся сил?
5. Чем объяснить расхождение результатов, полученных экспериментальным и аналитическим путем?

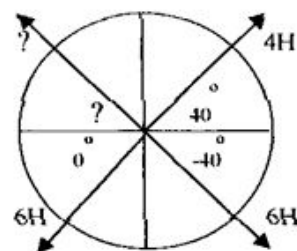
Варианты заданий



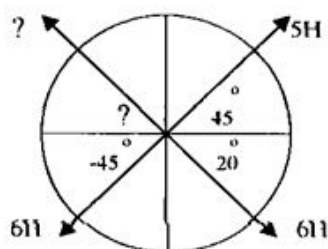
№1



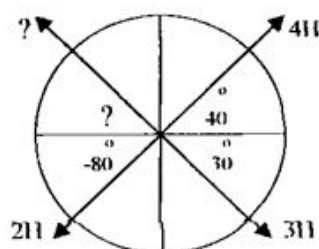
№2



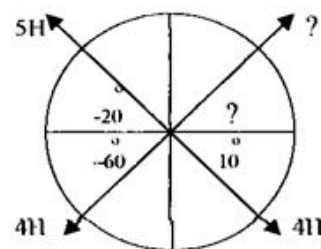
№3



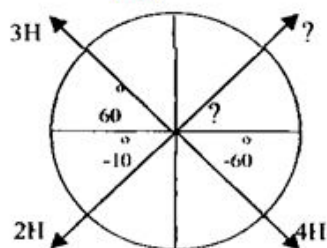
№4



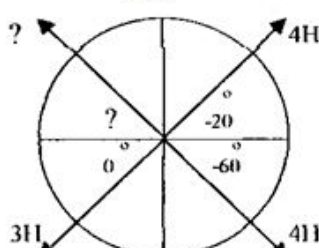
№5



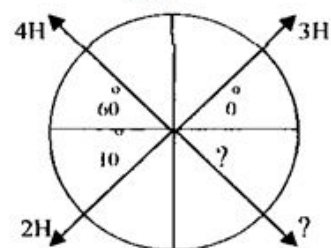
№6



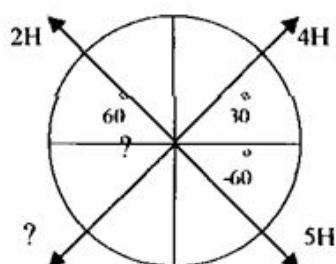
№7



№8



№9



№10

1.2. Изучение плоской системы произвольно расположенных сил

Программа работы

1. Изучить теоретический материал.
2. Найти уравновешивающий момент с применением экспериментальной установки.
3. Экспериментально подтвердить независимость расположения момента в плоскости.

Теоретическая часть

Одно из основных положений статики гласит: любую систему сил, действующих на твердое тело, можно привести к силе, равной главному вектору системы сил, и паре сил, векторный момент которой равен главному моменту системы сил относительно точки, выбранной за центр приведения.

Плоской системой сил, приложенной к твердому телу, называют такую систему сил, линии действия которых лежат в одной плоскости. Основная теорема статики справедлива для плоской системы сил, действующих на твердое тело: любую плоскую систему сил можно в общем случае привести к силе и паре сил. Для плоской системы сил главный вектор R лежит в плоскости действия сил, если за центр приведения выбрать точку в плоскости действия сил. Главным алгебраическим моментом плоской системы сил относительно центра приведения, лежащего на плоскости действия сил, называют сумму алгебраических моментов этих сил относительно центра приведения.

Как уже известно, любую плоскую систему сил $(F_1, F_2, \dots, F_n)$, действующих на твердое тело, можно заменить одной силой, равной главному вектору R , и одной парой сил с алгебраическим моментом, равным главному моменту L_0 .

Очевидно, что для равновесия плоской системы сил, действующих на твердое тело, необходимо и достаточно, чтобы главный вектор и момент этой системы равнялись нулю, т. е.

$$R^2 = (\sum F_x)^2 + (\sum F_y)^2, \quad L_0 = \sum M_0(F) = 0,$$

где за центр приведения можно взять любую точку в плоскости сил. Из этих условий можно получить условия равновесия плоской системы сил в так называемой аналитической форме:

$$\sum F_x = 0, \quad \sum F_y = 0, \quad \sum M_0(F) = 0.$$

Эти условия можно сформулировать так: для равновесия плоской системы сил, действующих на твердое тело, необходимо и достаточно, чтобы суммы проекций сил на каждую из двух взаимно перпендикулярных осей координат, лежащих в плоскости действия сил, равнялись нулю и сумма алгебраических моментов этих сил относительно любой точки, лежащей в плоскости действия сил, также равнялась нулю.

Устройство и принцип работы установки

Установка для изучения плоской системы произвольно расположенных сил ТМт02 применяется для проведения лабораторных работ при изучении раздела «Теоретическая механика» курса теоретической механики в высших учебных заведениях немашиностроительного профиля.

Установка предназначена для эксплуатации в помещениях при температуре от +10 до +35 °С, относительной влажности до 80 % при температуре +25 °С.

Установка (рис.1.2) выполнена в настольном исполнении и состоит из 2 оснований 1 с рамой, собранной из стальных цилиндрических стержней 2 с помощью втулок 3. На раме закреплены шесть подвижных блоков с роликами 4. В центральной части установки закреплена шкала 5 и подвижный диск 6 с отверстиями для штырей с капроновыми тросиками.

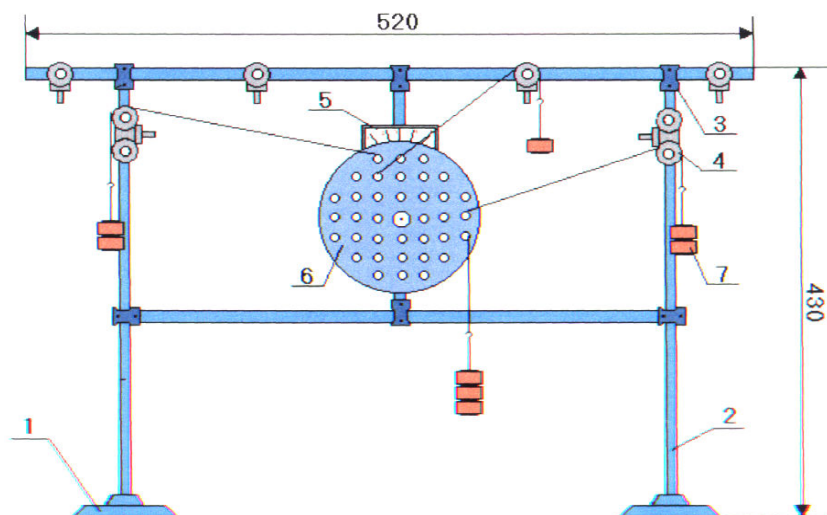


Рис.1.2. Установка ТМт-02: 1– основание; 2 – цилиндрические стержни; 3 – втулка; 4 – блок с роликами; 5 –шкала; 6 –подвижный диск; 7 –подвес с тарированным грузом

К тросикам привязываются подвесы 7 с тарированными грузами и перекидываются через ролики.

Работа установки основана на принципе определения величины и направления равнодействующей силы посредством уравнивающей силы. Установка позволяет произвести экспериментальное подтверждение правила сложения плоской системы произвольно расположенных сил. Заданные силы должны быть кратными 1Н и не превышать 10Н.

Задание № 1. Определить величину и направление момента, уравнивающего сумму моментов сил, действующих на твердое тело, имеющее неподвижную ось вращения.

Порядок выполнения работы

1. С помощью выражения $F_1 + F_2 + F_3 + F_x = 0$ определить величину и направление силы F_x через F_1, F_2, F_3 (заданные величины).
2. Занести заданные и полученные величины в таблицу 1.2.
3. Разместить установку на ровной горизонтальной поверхности.
4. Произвести совмещение рисок подвижного диска и неподвижной шкалы.
5. К диску, удерживаемому рукой от вращения, прилагают силы F_1, F_2, F_3 с помощью тросиков, на которые подвешиваются грузы, соответствующие величине силы. При этом необходимо соблюдать величину углов, под которыми действуют силы.
6. Затем к диску крепят еще один тросик и нагружают его силой. Величина силы и угол, под которым он крепится, берутся из произведенных ранее расчетов, то есть натяжение этого тросика оказывается равным по величине и противоположно направленным по отношению к результирующему моменту сил, первоначально приложенных к диску.
7. Отпускаем руку – диск должен находиться в состоянии равновесия, то есть риски диска и шкалы должны находиться в совмещенном положении.
8. Если это условие выполняется, то расчет, проведенный в практической части, оказался верным.

Таблица 1.2. Результаты расчетов

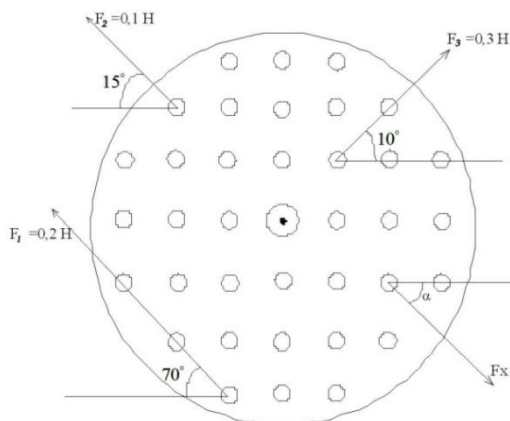
N варианта	$F_1, \text{Н}$	$L_1, \text{м}$	$F_2, \text{Н}$	$L_2, \text{м}$	$F_3, \text{Н}$	$L_3, \text{м}$	$F_x, \text{Н}$	$L_x, \text{м}$

Задание № 2. Демонстрация закона: момент сил, образующих пару относительно оси, равен моменту пары сил, независимо от расположения этой пары в плоскости действия, перпендикулярно к оси.

Порядок выполнения работы

1. Произвести совмещение рисок подвижного диска и неподвижной шкалы.
2. К диску прилагается пара сил с помощью двух параллельно расположенных и противоположно направленных тросиков, натягиваемых одинаковыми грузами (линии действия не проходят через ось диска).
3. Путем подбора момент данной пары уравнивается моментом, который создается грузом, подвешенным на конце третьего троса.
4. Система находится в положении равновесия.
5. Штырьки первых двух тросиков переставляются в другие отверстия таким образом, чтобы расстояние между линиями действия этих двух сил не изменилось.
6. Диск при этом остается в равновесии.

Пример выполнения задания



$$F_1 + F_2 + F_3 + F_x = 0.$$

Проекция на OX: $-F_1 \cos 15 - F_2 \cos 70 + F_3 \cos 10 + F_x \cos a = 0;$

$$F_x \cos a = 0,0966 + 0,0684 - 0,2954 = -0,1304.$$

Проекция на OY: $F_1 \sin 15 + F_2 \sin 70 + F_3 \sin 10 - F_x \sin a = 0;$

$$F_x \sin a = 0,0259 + 0,1879 + 0,0521 = 0,2659;$$

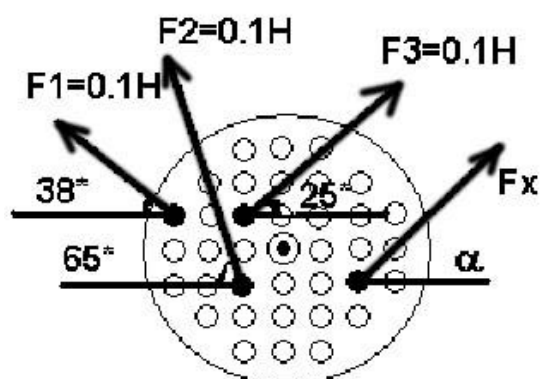
$$\operatorname{tga} = 2,039; \quad a = 63,90^\circ$$

Контрольные вопросы

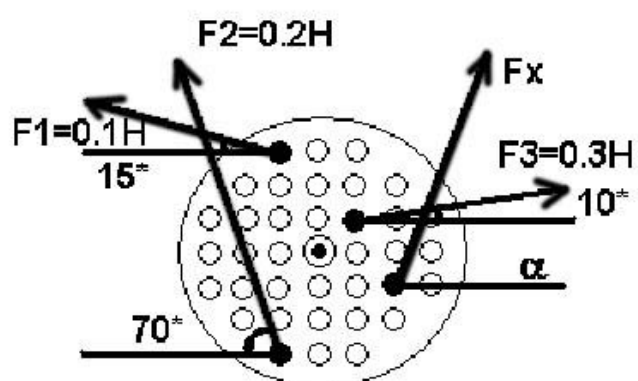
1. Что называется главным алгебраическим моментом?
2. Условия равновесия плоской системы сил.
3. Чему равен главный вектор R?
4. Что называется плоской системой сил?

Варианты заданий

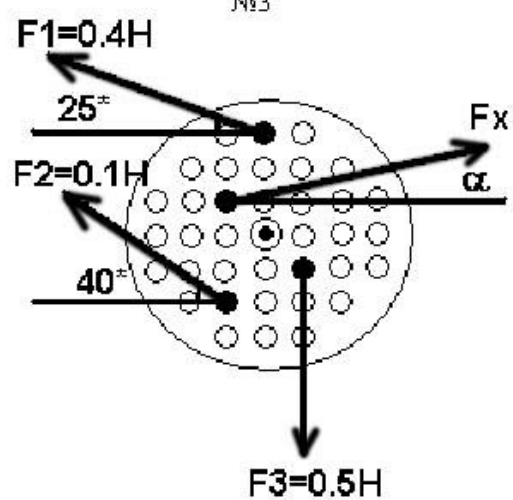
№1



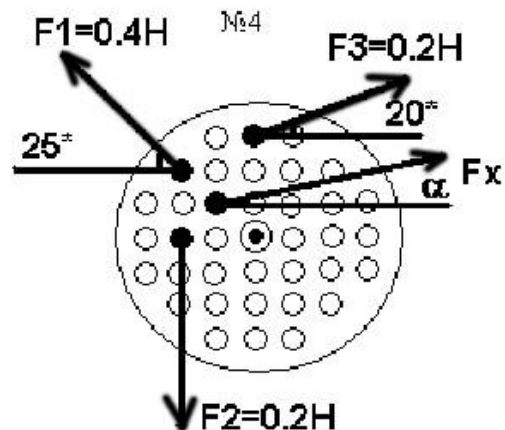
№2

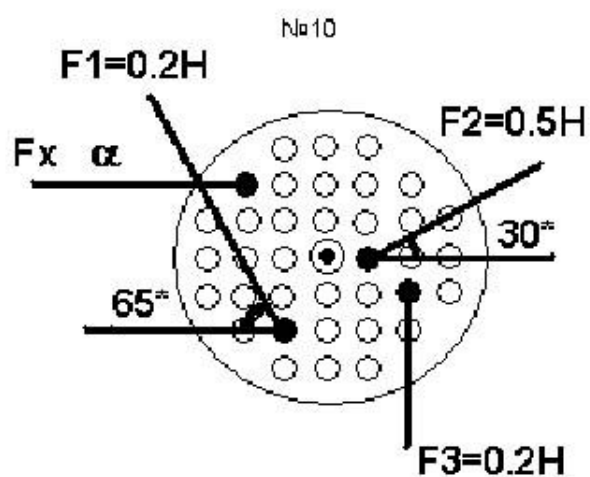
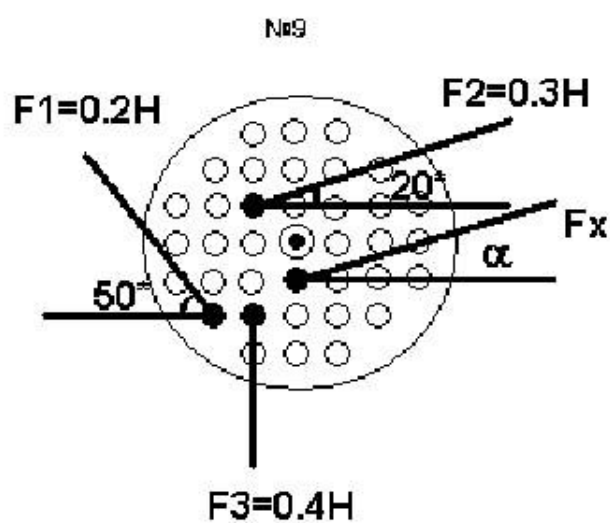
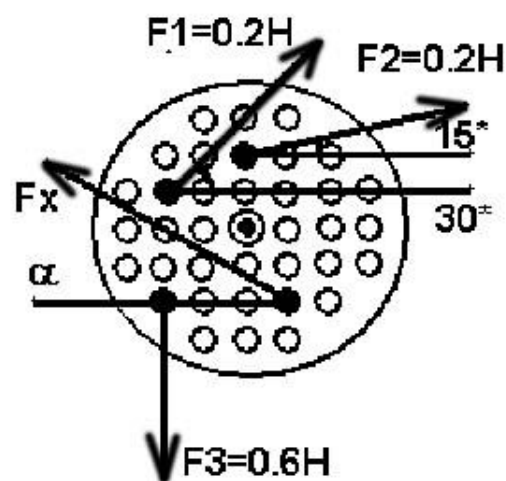
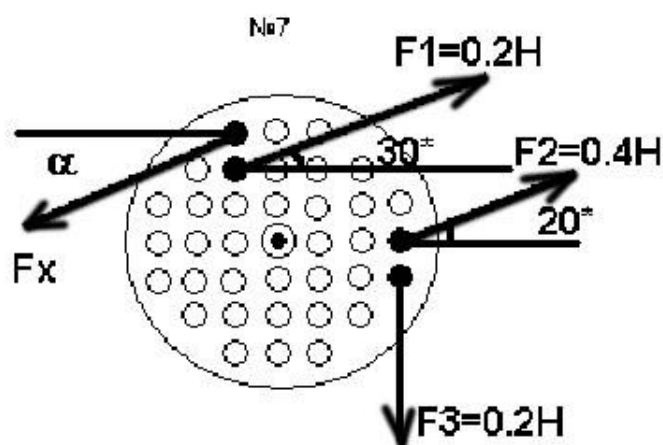
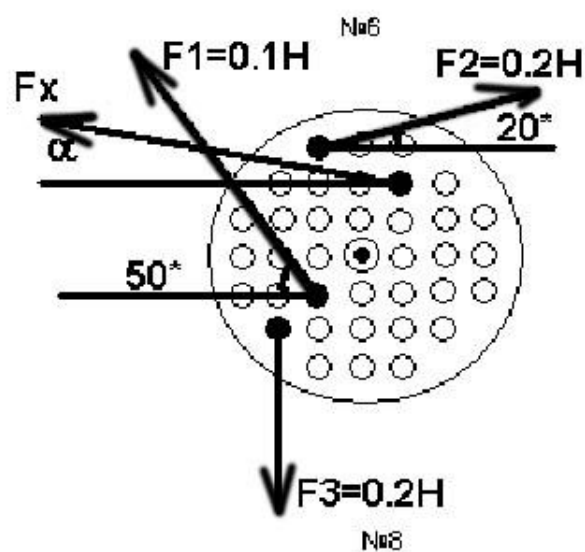
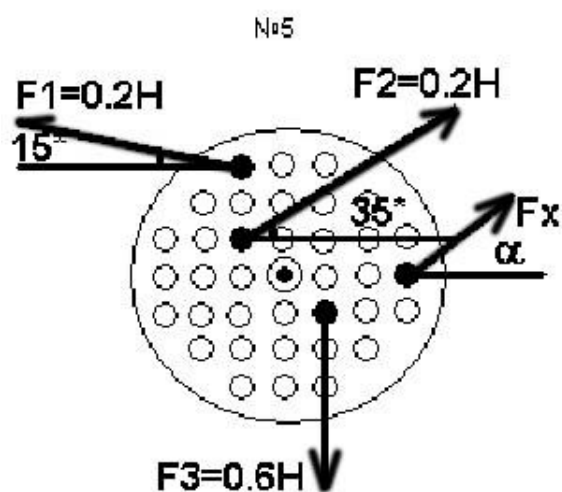


№3



№4





1.3. Определение опорных реакций балок

Программа работы

1. Исследовать балку, находящуюся на двух опорах, одна из которых (левая на рисунке) шарнирно-неподвижная, а другая (правая на рисунке) шарнирно-подвижная.
2. Приобрести навыки в практическом определении реакций.
3. Рассчитать и построить эпюры внутренних усилий в балке.

Теоретическая часть

Основной моделью, с которой приходится иметь дело при расчете элементов инженерных конструкций, является брус. В данной работе используются следующие виды нагрузок: распределенная нагрузка, сосредоточенная сила и сосредоточенный момент, задаваемый парой сил.

Распределенную нагрузку при расчете стержней обычно характеризуют интенсивностью q по длине бруса: $Q = q \cdot l$, где l – длина участка, на который действует распределенная нагрузка.

Для равновесия плоской произвольной системы сил необходимо и достаточно, чтобы сумма проекций всех сил на каждую из двух (не параллельных) координатных осей равнялась нулю и сумма их моментов относительно любого центра, лежащего в плоскости действия сил, равнялась нулю:

$$\sum X_i = 0; \quad \sum Y_i = 0; \quad \sum M_O (P_i) = 0.$$

При решении задач для двухопорных балок удобно применять другие уравнения:

$$\sum X_i = 0; \quad \sum M_A (P_i) = 0; \quad \sum M_B (P_i) = 0.$$

Для расчета внутренних усилий используется метод сечений.

Устройство и принцип работы установки

Установка (рис.1.3) выполнена в настольном исполнении и состоит из основания 1 с двумя опорными стойками 2, на которых установлена стальная балка 3 трубчатого сечения или зажатая на левой опоре консольная балка. Закрепленные на пружинящих корпусах 4 головки измерительные 5 позволяют определить модули и направление горизонтальных и вертикальных составляющих опорных реакций с погрешностью не более 5 %.

Равномерно распределенная нагрузка на балке создается посредством набора стальных брусков 10, свободно устанавливаемых сверху. На-

гружение балки сосредоточенными силами осуществляется с помощью грузов 6 и 8, подвешиваемых на гибких тросах, концы которых прикреплены к подвижным блокам 9, которые можно передвигать вдоль балки. Один из тросов (на котором подвешивается груз 8) может отклоняться от вертикали роликом 11, установленным на конце штанги штатива 12, закрепленного на основании 1. Штанга с роликом может перемещаться по вертикали и фиксируется винтом.

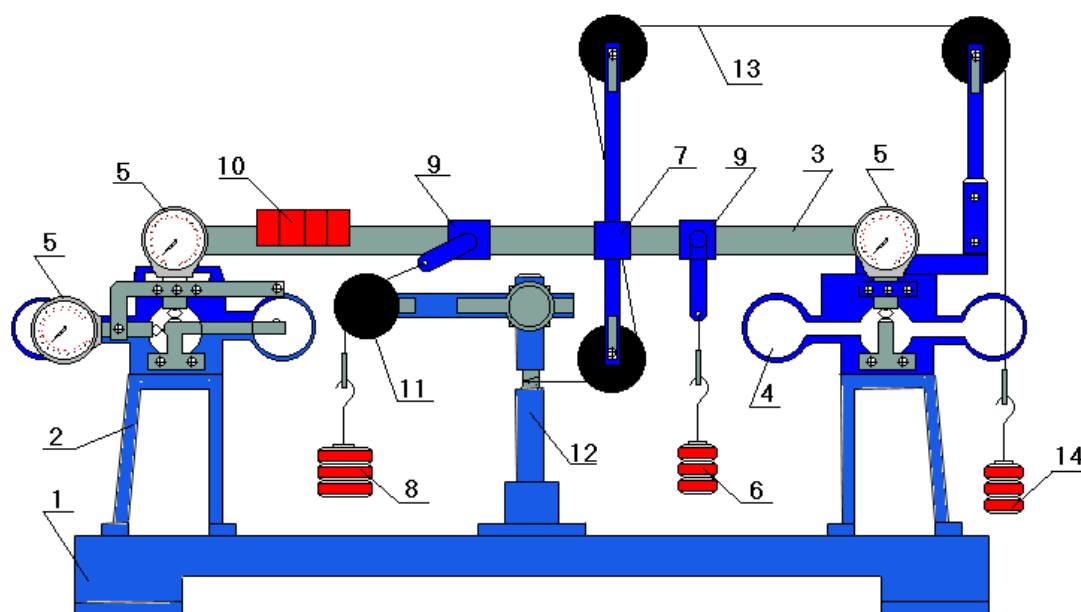


Рис.1.3. Установка ТМт – 03: 1 – основание (станина); 2 – опорные стойки; 3 – стальная балка; 4 – пружинящие опоры; 5 – измерительные головки; 6 – груз сосредоточенной силы; 7 – поперечина; 8 – груз сосредоточенной силы; 9 – подвижный блок; 10 – набор стальных брусьев; 11 – ролик; 12 – штанга штатива; 13 – трос; 14 – груз момента

Для приложения к балке пары сил служит поперечина 7, на концах которой также установлены ролики, охватываемые тросом 13. Один конец этого троса крепится к штативу 12, а к другому концу подвешивается груз 14, сила тяжести которого равна каждой из двух сил пары, нагружающей балку.

Одно деление измерительной головки эквивалентно силе, равной 1,2 Н.

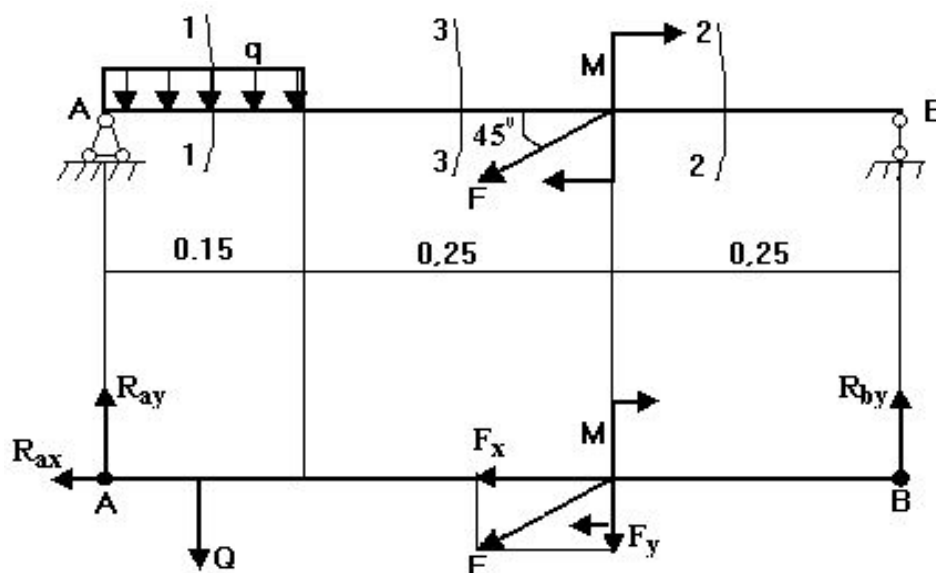
Порядок выполнения работы

1. Освободить балку, от каких-либо нагрузок (снять все нагрузки).
2. Выставить приборы на «0», если это необходимо.
3. Внимательно изучить задание и конструкцию установки.
4. Нагрузить балку, так, как требует задание вашего варианта, и данные измерения занести в таблицу 1.3.
5. Запишите показания приборов, обратите внимание на градуировку шкал. 1 дел = 1,2 Н.
6. Произведите теоретический расчет R_{Ax}, R_{Ay}, R_{By} и постройте эпюры.
7. Сравните результаты, полученные в эксперименте с результатами расчета, определите погрешность.

Таблица 1.3. Реакции связей

Реакции	Расчетные данные (Н)	Экспериментальные данные (Н)	Погрешность (%) $R_{эксп} - R_{теор} / R_{эксп} \cdot 100\%$
R_{ax}			
R_{ay}			
R_{by}			

Пример выполнения задания



$$F_x = F \cos 45 = 5 \frac{\sqrt{2}}{2} = 3,5 \text{ Н}; F_y = F \sin 45 = 5 \frac{\sqrt{2}}{2} = 3,5 \text{ Н};$$

$$Q = q \cdot 0,15 = 3 \cdot 0,15 = 0,45 \text{ Н}.$$

Определение реакций:

$$\sum F_{kx} = 0 \rightarrow R_{Ax} - F_x = 0, \quad R_{Ax} = -F_x; \quad R_{Ax} = -3,5 \text{ H};$$

$$\sum m_A (F_{kx}) = 0 \rightarrow -Q \cdot 0,15 / 2 - F_y \cdot 0,4 - M + R_{By} \cdot 0,65 = 0;$$

$$R_{By} = \frac{3 \cdot 0,15 \cdot 0,075 + 5 \cdot \frac{\sqrt{2}}{2} \cdot 0,4 + 8}{0,65} = 14,45;$$

$$\sum m_B (F_{kx}) = 0 \rightarrow -R_{Ay} \cdot 0,65 - M + q \cdot 0,575 + F_y \cdot 0,25 = 0;$$

$$R_{Ay} = \frac{3 \cdot 0,575 \cdot 0,15 + 5 \cdot \frac{\sqrt{2}}{2} \cdot 0,25 - 8}{0,65} = -10,5 \text{ H}.$$

Проверка:

$$\sum F_{ky} = 0 \quad R_{Ay} - Q - F_y + R_{by} = 0;$$

$$-10,5 - 0,45 - 3,5 + 14,45 = 0;$$

$$0 = 0.$$

Построение эпюр:

Сечение 1 – 1

$$Q_z = R_{Ay} - qx,$$

$$x = 0, \quad Q_z = R_{Ay} - q \cdot 0 = -10,5 \text{ H},$$

$$x = 0,15, \quad Q_z = R_{Ay} - q \cdot 0,15 = -10,95 \text{ H},$$

$$M_y = R_{Ay} \cdot x - \frac{q \cdot x^2}{2},$$

$$x = 0, \quad M_y = 0,$$

$$x = 0,15, \quad M_y = R_{Ay} \cdot 0,15 - \frac{q \cdot 0,15^2}{2} = 1,65 \text{ Hм}.$$

Сечение 2 – 2

$$Q_z = R_{By} = -14,5 \text{ H},$$

$$M_y = R_{By} \cdot x,$$

$$x = 0, M_y = 0 \text{ Hм},$$

$$M_y = R_{By} \cdot 0,25 = 3,6 \text{ Hм}.$$

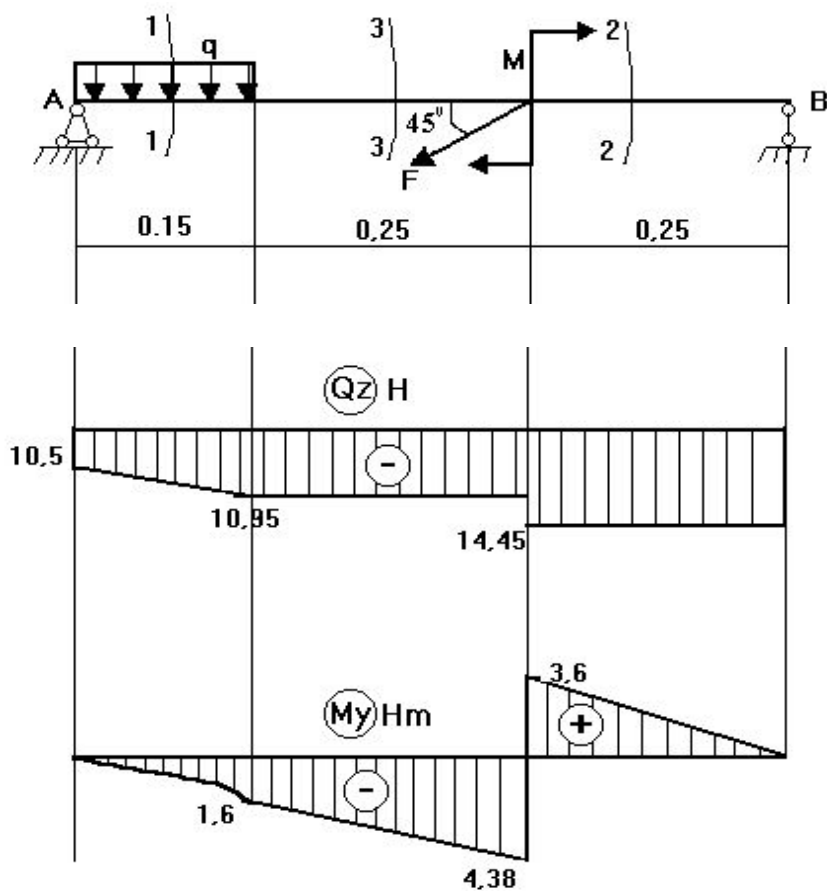
Сечение 3 – 3

$$Q_z = -R_{By} + F_y = -10,95 \text{ H},$$

$$M_y = R_{By} \cdot x - F_y (x - 0,25) - M,$$

$$x = 0,25, M_y = R_{By} \cdot 0,25 - M = -4,38 \text{ Hм},$$

$$x = 0,5, M_y = R_{By} \cdot 0,5 - F_y (0,5 - 0,25) - M = -1,6 \text{ Hм}.$$

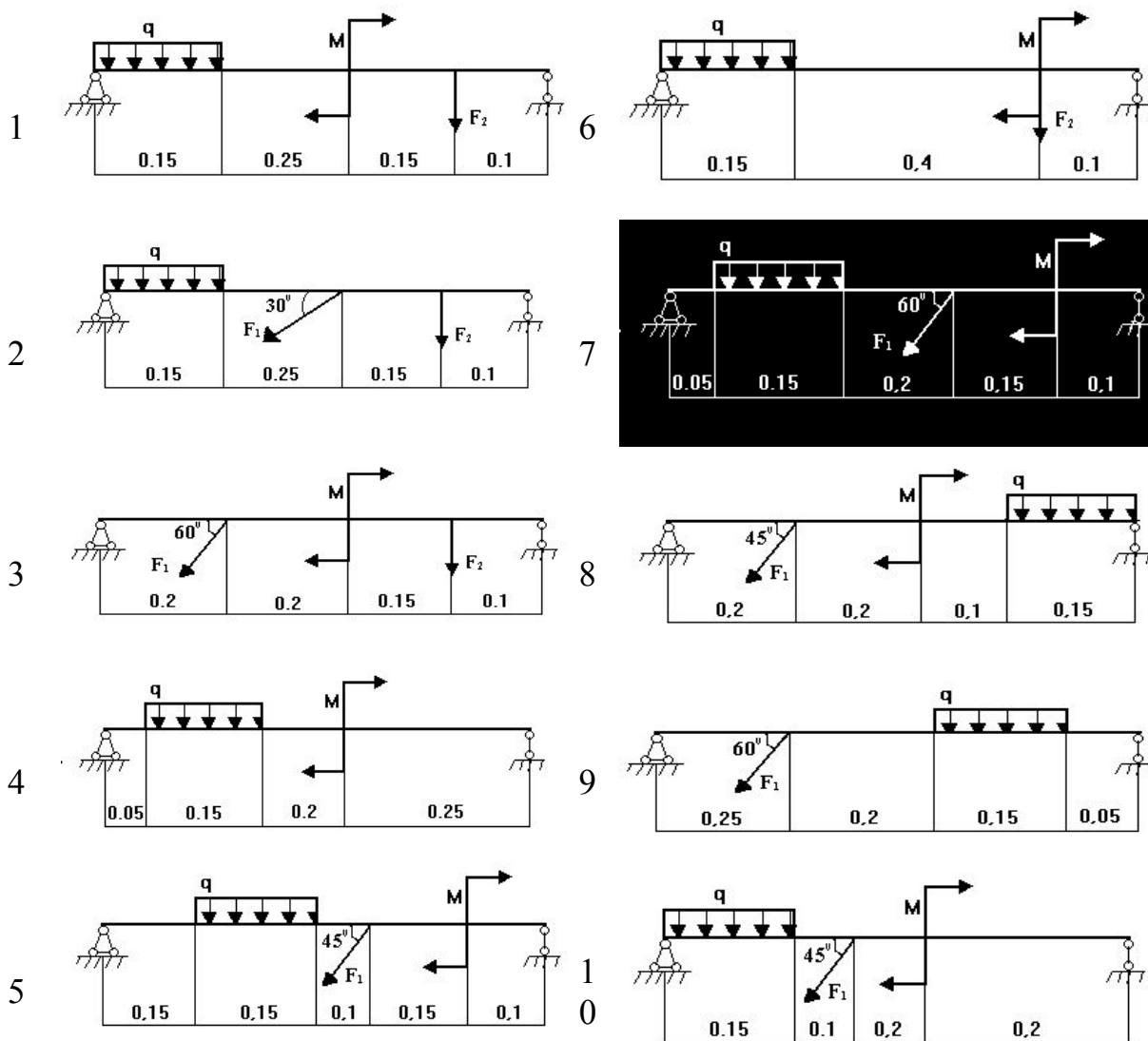


Контрольные вопросы

1. Сформулируйте необходимые и достаточные условия равновесия приложенных к твердому телу сходящихся сил.
2. Геометрические условия равновесия.
3. Аналитические условия равновесия.
4. Что такое плоская система сходящихся сил?
5. Чем объяснить расхождение результатов, полученных экспериментальным аналитическим путем?

Варианты заданий

Для всех вариантов: $F_1=4$ Н; $F_2=6$ Н; $q=3,75$ Н/м; $M=5$ Н·м.



1.4. Определение центра масс плоских фигур

Программа работы

1. Определить положение центра масс с помощью весов.
2. Найти центр масс двукратным подвешиванием.
3. Определить положение центра масс с помощью призмы.
4. Определить центр масс способом статического равновесия.

Порядок выполнения работы

а) *Определение положения центра масс с помощью весов.*

Данный способ применяется для деталей (звеньев), симметричных относительно продольной оси (рис. 1.4).

Уравнение суммы моментов действующих сил относительно точки А имеет вид

$$\sum M_A = G \cdot a - Nl = 0.$$

Отсюда $a = \frac{NL}{G}$ – положение центра тяжести S детали.

Дано: $G = 28,95$ Н (или 2,89 кг) – вес детали; $l = 90$ см – расстояние между призмами.

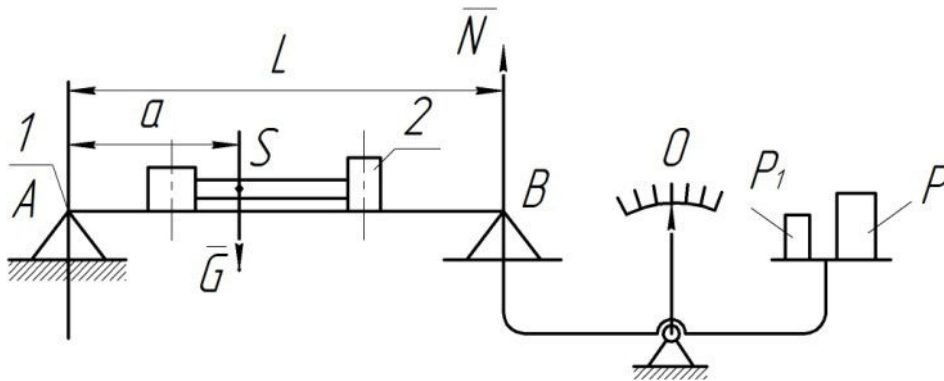


Рис.1. 4. Схема установки: 1 – металлическая линейка; 2 – деталь; P_1 – гирька, уравнивающая линейку; N – реакция от веса детали 2; P – вес гири, уравнивающей деталь

Кладем линейку 1 на призмы А и В; гирькой P_1 уравниваем линейку. На линейку помещаем деталь 2 и уравниваем весы грузом P . По формуле находим положение центра тяжести S детали. Найденное положение центра тяжести детали проверяем с помощью призмы.

б) *Определение положения центра масс двукратным подвешиванием.*

Данный способ применяется для деталей сложной формы.

Подвешиваем деталь втулкой A на призму, с помощью отвеса отмечаем линию центра тяжести AX (рис. 1.5). Затем, подвесив деталь втулкой B на призму, фиксируем новую линию центра тяжести BY . Пересечение двух линий AX и BY определяет положение центра тяжести детали – т. S , которая может находиться и за контурами детали.

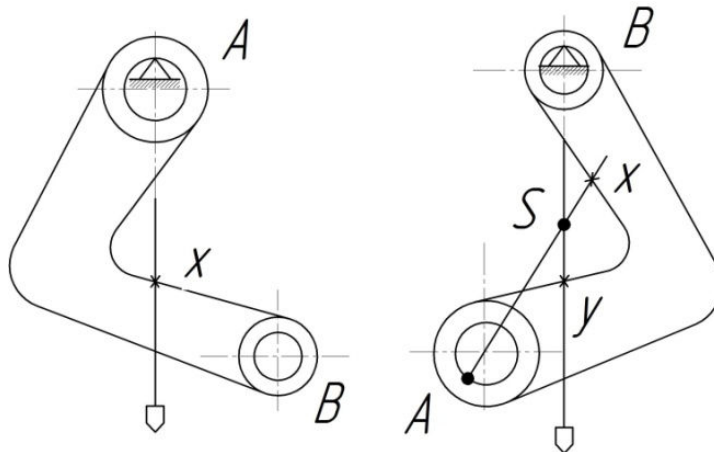


Рис. 1.5. Схема метода двукратного подвешивания

в) *Определение положения центра масс с помощью призмы.*

Рассматриваемый способ применяется для деталей симметричной формы относительно продольной оси. Добиваемся равновесия детали, замеряем расстояние L , определяющее положение центра масс (рис. 1.6).

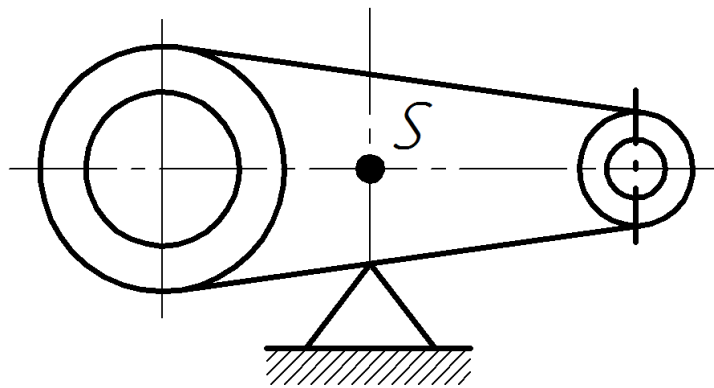


Рис. 1.6. Равновесие с помощью призмы

г) *Определение центра масс способом статического равновесия.*
 Данный способ применяется для массивных деталей (рис. 1.7).

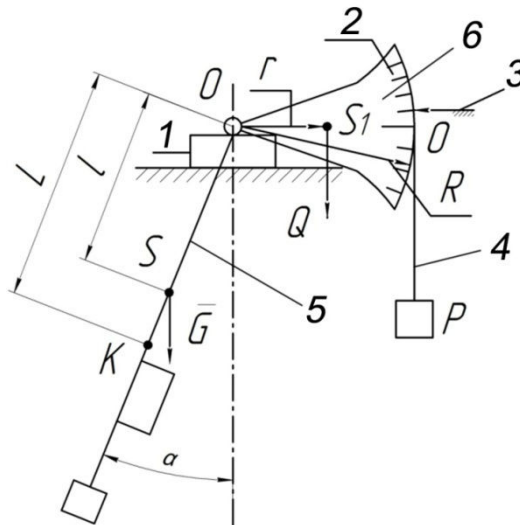


Рис.1.7. Схема метода статического равновесия: 1 – призмы; 2 – сектор с делениями в градусах; 3 – стрелка; 4 – гибкий трос; 5 – рычаг; 6 – деталь; O – ось вращения детали; P – вес груза; Q – вес сектора; α – угол отклонения детали под действием груза P; G – вес детали; S₁ – центр масс детали; R – плечо груза P; r – радиус-вектор центра масс сектора; K – центр масс детали с рычагом 5 в сборе.

Кладем деталь осью O на две призмы 1, стрелку 3 устанавливаем против нулевого деления на шкале сектора 2. К тросу 4 прикладываем груз P и отмечаем угол α. Центр тяжести S определяем из уравнения моментов действующих сил относительно т. O

$$\sum M_O = -PR - Qr + Glsina = 0,$$

откуда $l = \frac{PR + Qr}{Gsin\alpha}.$

Контрольные вопросы

1. Что называется центром масс твердого тела?
2. Формулы для нахождения центра масс плоской фигуры.
3. Как найти центр масс с помощью весов?
4. В чем состоит метод двукратного подвешивания?
5. На чем основан способ определения центра масс с помощью призмы?
6. Основная идея способа статического равновесия.

2. ЛАБОРАТОРНЫЕ РАБОТЫ ПО РАЗДЕЛУ «КИНЕМАТИКА»

2.1 Построение траектории точки рычажного механизма

Программа работы

1. Рассчитать аналитически траекторию точки рычажного механизма.
2. Построить графически траекторию точки рычажного механизма.

Устройство установки

Модель механизма Чебышева (рис.2.1) имеет параметры: межосевое расстояние $O_1O_2 = 50$ мм, длина кривошипа $O_1A = 25$ мм, длина шатуна $AC = 125$ мм, длина коромысла $O_2B = 62,5$ мм.

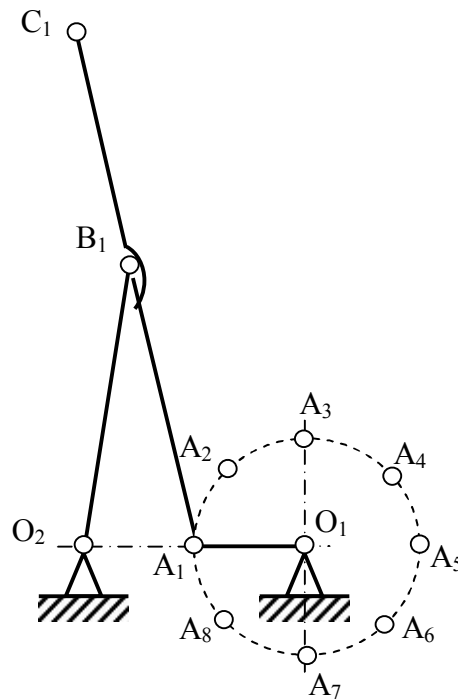


Рис. 2.1. Построение траектории точки A

Порядок выполнения работы

1. Приняв линейный масштаб 0,002 м/мм, вычерчиваем план механизма в первом положении, когда кривошип расположен горизонтально влево от оси вращения.

2. Разделяем траекторию точки A на 8 равных частей и построим планы механизма для этих положений с помощью циркуля (методом засечек). Последовательные положения точки C соединяем плавной кривой и определяем границы прямолинейного участка траектории точки C.

Контрольные вопросы

1. Что называется степенью подвижности механизма?
2. Что называется структурной группой?
3. Какие звенья входят в структурную группу исследованного механизма?
4. Из скольких звеньев и кинематических пар состоят структурные группы?

2.2. Кинематический анализ зубчатых механизмов

Программа работы

1. Ознакомиться с методикой составления кинематических схем
2. Определить передаточные отношения в зубчатых механизмах с неподвижными и подвижными осями (планетарных и дифференциальных).

Теоретическая часть

Задачей кинематического анализа зубчатых механизмов является расчет угловых скоростей ведомых звеньев путем определения передаточных отношений в этих механизмах.

Зубчатые механизмы могут быть плоскими и пространственными: плоские – в случае параллельности осей вращения и пространственные – в случае перекрещивания или пересечения осей вращения.

Зубчатые механизмы делятся на механизмы с неподвижными и подвижными осями.

а) *Зубчатые механизмы с неподвижными осями.*

Передаточное отношение i_{1-2} пары зубчатых колес есть отношение угловой скорости колеса 1 (рис.2.2) к угловой скорости колеса 2.

Передаточному отношению в плоских зубчатых механизмах условно приписывают знак «+», если сцепляющиеся колеса вращаются в одну сторону, и знак «-», если эти колеса вращаются в разные стороны.

Для случая внешнего зацепления пары колес перед численным значением передаточного отношения появляется знак «-» (рис. 2.2):

$$i_{1-2} = \frac{\omega_1}{\omega_2} = \frac{n_1}{n_2} = -\frac{z_1}{z_2}. \quad (2.1)$$

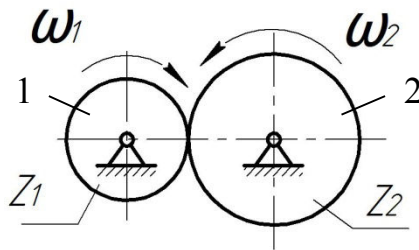


Рис. 2.2. Схема внешнего зубчатого зацепления

Для случая внутреннего зацепления (рис. 2.3) – знак « + »:

$$i_{1-2} = \frac{\omega_1}{\omega_2} = \frac{n_1}{n_2} = \frac{z_2}{z_1}. \quad (2.2)$$

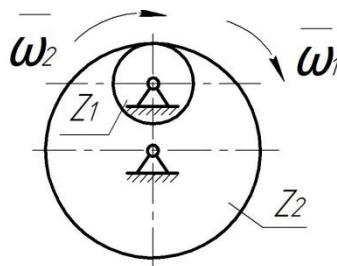


Рис. 2.3. Схема внутреннего зубчатого зацепления

Последовательное зацепление зубчатых колес показано на рис. 2.4.

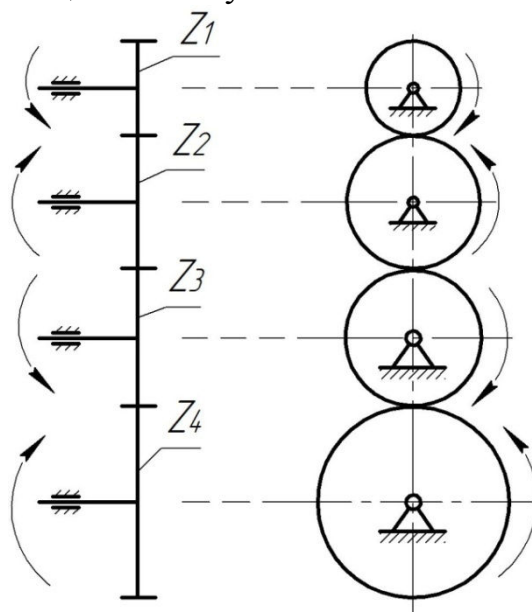


Рис. 2.4. Последовательное зацепление зубчатых колес

Передаточное отношение для каждой пары соприкасающихся колес определяется по формулам

$$\begin{aligned} i_{1-2} &= \frac{\omega_1}{\omega_2} = -\frac{z_1}{z_2}; \\ i_{2-3} &= \frac{\omega_2}{\omega_3} = -\frac{z_2}{z_3}; \\ i_{3-4} &= \frac{\omega_3}{\omega_4} = -\frac{z_3}{z_4}. \end{aligned} \quad (2.3)$$

Общее передаточное отношение всего механизма

$$i_{1-4} = \frac{\omega_1}{\omega_4}. \quad (2.4)$$

Производя последовательную подстановку значений ω_4, ω_3 и ω_2 в выражение (2.4), находим:

$$i_{1-4} = i_{1-2} \cdot i_{2-3} \cdot i_{3-4} = \left(-\frac{z_2}{z_1}\right) \cdot \left(-\frac{z_3}{z_2}\right) \cdot \left(-\frac{z_4}{z_3}\right) = -\frac{z_4}{z_1}. \quad (2.5)$$

Знак общего передаточного отношения определяется в зависимости от числа внешних зацеплений. В рассматриваемом примере

$$i_{1-4} = \frac{z_2}{z_1} \cdot \frac{z_3}{z_2} \cdot \frac{z_4}{z_3} \cdot (-1)^k = \frac{z_4}{z_1} \cdot (-1)^k, \quad (2.6)$$

где k – число внешних зацеплений.

Ступенчатое, или кратное, зацепление зубчатых колес изображено на рис. 2.5.

Передаточное отношение для каждой ступени

$$i_{1-2} = -\frac{z_2}{z_1}; i_{2'-3} = -\frac{z_3}{z_2}; i_{3'-4} = -\frac{z_4}{z_3}. \quad (2.7)$$

Общее передаточное отношение равно произведению частных передаточных отношений последовательно соединенных ступеней:

$$i_{1-4} = i_{1-2} \cdot i_{2'-3} \cdot i_{3'-4} \cdot (-1)^k = \frac{z_2}{z_1} \cdot \frac{z_3}{z_2} \cdot \frac{z_4}{z_3} \cdot (-1)^k = -\left(\frac{z_2}{z_1} \cdot \frac{z_3}{z_2} \cdot \frac{z_4}{z_3}\right). \quad (2.8)$$

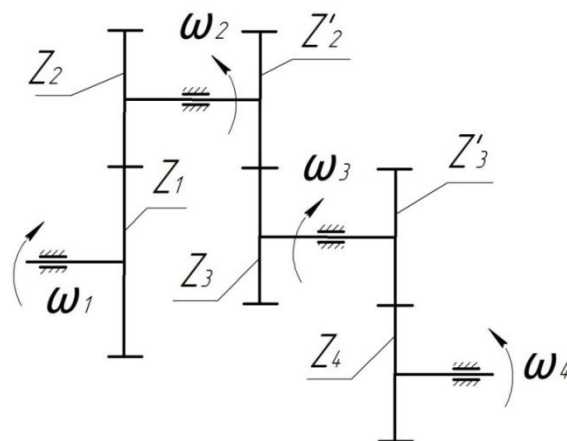


Рис. 2.5. Ступенчатое зацепление зубчатых колес

б) *Зубчатые механизмы с подвижными осями.*

Механизмы, в которых имеются зубчатые колеса и ось хотя бы одного из них подвижна, называются *планетарными зубчатыми механизмами*. Зубчатые колеса, оси которых подвижны, носят название *сателлитов*.

Для звена, образующего с сателлитом вращательную пару, применяется термин *водило* и обозначение буквой *H*.

Сателлиты совершают сложное движение. При подвижном водиле эти звенья, вращаясь вокруг своих осей, в то же время перемещаются вместе с водилом. Это напоминает движение планет, откуда и произошел термин *планетарные механизмы*.

Неподвижная ось, около которой вращается водило *H*, именуется *основной осью*.

Зубчатые колеса, ось которых совпадает с основной осью, называются *центральными колесами*.

Центральные зубчатые колеса имеют зацепление с сателлитами.

Примеры планетарных механизмов приведены на рис. 2.6.

Основные звенья вращаются около основной оси и воспринимают в работающей передаче нагрузку от внешних моментов.

Так, на рис. 2.5,а звенья 1, 3 и *H* являются основными звеньями. На рис. 2.6,б – те же основные звенья 1, 3 и *H* (основное звено может быть и неподвижным).

Передача, полученная из планетарной путем остановки водила, называется *простой передачей*.

Если в планетарном механизме подвижными являются все три основных звена, то он носит название *дифференциального механизма* или просто *дифференциала* (рис. 2.6,а и 2.6,в).

На рис. 2.6,б одно из основных звеньев (колесо 3) является неподвижным – это так называемый *планетарный механизм с одной степенью подвижности*.

Дифференциальные механизмы могут иметь две и более степени подвижности.

Простые планетарные механизмы имеют только одну степень подвижности.

Дифференциальный механизм можно получить из простого планетарного, если принять подвижным закрепленное центральное колесо.

Так, на рис. 2.6,б, считая колесо 3 подвижным, получим дифференциал; наоборот, закрепляя одно из центральных колес (например, колесо 1, рис. 2.6,а), получим простой планетарный механизм с одной степенью подвижности.

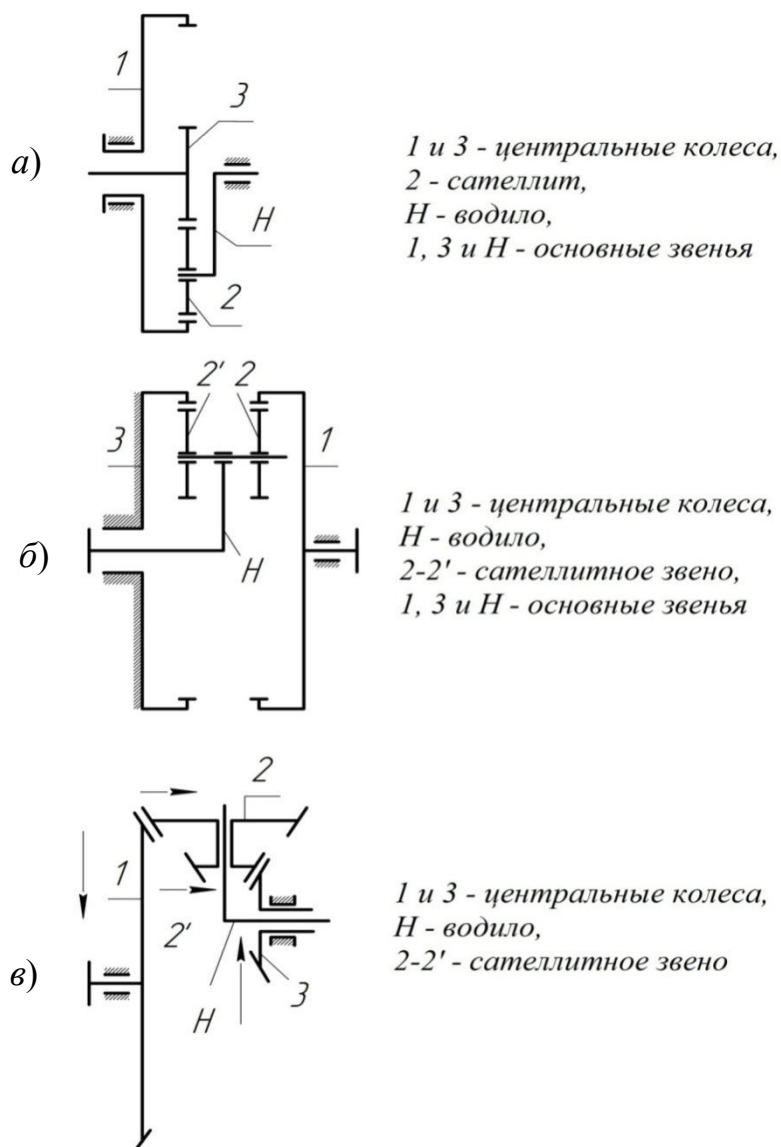


Рис. 2.6. Примеры планетарных механизмов

При кинематическом исследовании планетарных передач ставится задача определения угловых скоростей ведомых звеньев при заданных угловых скоростях входных звеньев.

Формулу, связывающую угловые скорости центральных колес и водила, получим, используя метод остановки водила (метод Виллиса), который заключается в следующем.

Планетарному механизму сообщается дополнительное вращение (условно) с угловой скоростью, равной угловой скорости водила, но направленной противоположно. Относительное движение звеньев от этого не изменится. Но после сообщения всем звеньям угловой скорости водила с обратным знаком планетарная передача превращается в простую, легко рассчитываемую как передача, в которой оси всех колес неподвижны.

Пример расчета

Составим уравнение, связывающее угловые скорости ω_1 , ω_3 и ω_H передачи, представленной на рис. 2.6,а.

Пусть ω_1 , ω_3 и ω_H – угловые скорости звеньев 1, 3 и Н. После сообщения планетарному механизму дополнительного вращения с угловой скоростью водила с обратным знаком, то есть после прибавления к ω_1 , ω_3 и ω_H величины, равной $-\omega_H$, звенья будут иметь следующие угловые скорости (табл. 2.1):

Таблица 2.1. Расчет угловых скоростей зубчатых колес с помощью метода Виллиса

Звено механизма	Первоначальная угловая скорость звена	Угловая скорость звена после сообщения ему дополнительного вращения
1	ω_1	$\omega_1^H = \omega_1 - \omega_H$
3	ω_3	$\omega_3^H = \omega_3 - \omega_H$
Н	ω_H	$\omega_H^H = \omega_H - \omega_H = 0$

Следовательно, после сообщения звеньям механизма дополнительного вращения с угловой скоростью ω_H звено Н будет неподвижно. Индекс Н у обозначения угловых скоростей ω_1^H , ω_3^H и ω_H^H показывает, что рассматриваются угловые скорости колес в предположении неподвижности водила.

Для простой передачи, полученной после остановки водила, передаточное отношение от одного из центральных колес к другому (от колеса 1 к колесу 3) будет равно

$$i_{1-3}^H = \frac{\omega_1^H}{\omega_3^H} = \frac{\omega_1 - \omega_H}{\omega_3 - \omega_H} = \frac{n_1 - n_H}{n_3 - n_H}, \quad (2.9)$$

где i_{1-3}^H – передаточное отношение, рассчитываемое, как для обычной зубчатой передачи с неподвижными осями.

Для дифференциала, изображенного на рис. 2.6,а, запишем:

$$i_{1-3}^H = -\frac{z_2}{z_1} \cdot \frac{z_3}{z_2} = -\frac{z_3}{z_1}, \quad (2.10)$$

и, следовательно,

$$\frac{\omega_1 - \omega_H}{\omega_3 - \omega_H} = \frac{n_1 - n_H}{n_3 - n_H} = -\frac{z_3}{z_1}. \quad (2.11)$$

Для дифференциала должны быть заданы угловые скорости или число оборотов двух основных входных звеньев, например ω_1 и ω_2 (ω_3 и ω_H или ω_1 и ω_H), а неизвестной является угловая скорость выходного звена ω_H (ω_1 или ω_3). Причем угловые скорости должны задаваться с определенным знаком, который указывает на направление вращения колес. Например, задано $+\omega_1$ и $-\omega_H$, что соответствует направлениям по часовой стрелке «+» и против часовой стрелки «-», если смотреть вдоль основной оси, например, с левого конца.

Рассмотрим пример расчета дифференциального механизма, изображенного на рис. 2.6,а.

Дано: $z_1=120$; $z_2=45$; $z_3=40$; $n_1=+60 \text{ мин}^{-1}$; $n_H=-60 \text{ мин}^{-1}$.

Определить n_3 .

По формуле Виллиса имеем

$$i_{1-3}^H = \frac{\omega_1 - \omega_H}{\omega_3 - \omega_H} = -\frac{z_3}{z_1}. \quad (2.12)$$

Отсюда

$$n_3 = \left(-\frac{z_3}{z_1} \right) \cdot \left(n_1 - n_H - \frac{z_3}{z_1} \cdot n_H \right); \quad (2.13)$$

$$n_3 = \left(-\frac{120}{40} \right) \cdot \left(60 - 60 - \frac{40}{60} \cdot 60 \right) = -420 \text{ мин}^{-1}.$$

Если в дифференциале (рис. 2.6,а) закрепить одно из центральных колес (например, колесо 3), то получим механизм с одной степенью подвижности, то есть планетарный механизм.

Планетарные механизмы рассчитываются по той же формуле Виллиса:

$$i_{I-3}^H = \frac{\omega_I - \omega_H}{\omega_3 - \omega_H}. \quad (2.14)$$

При $\omega_3 = 0$ получим

$$i_{1-3}^H = \frac{\omega_1 - \omega_H}{-\omega_H}, \quad (2.15)$$

$$i_{1-3}^H = \frac{\omega_1}{-\omega_H} + 1, \quad (2.16)$$

$$\frac{\omega_1}{\omega_H} = 1 - i_{1-3}. \quad (2.17)$$

где $\frac{\omega_1}{\omega_H} = i_{1-H}$ – передаточное отношение простого планетарного механизма.

На практике расчет планетарных и дифференциальных механизмов часто проводится с помощью специальных таблиц, приведенных в справочной литературе. Применяется также и графоаналитический метод.

Порядок выполнения работы

При выполнении работы применяются градуированные диски для измерения угловых перемещений, тахометр.

1. Составить кинематическую схему механизма, подсчитать число зубьев всех колес и записать их в таблицу отчета.

2. Подсчитать число подвижных звеньев n , число низших и высших кинематических пар p_1 , p_2 и определить по формуле Чебышева число степеней свободы W .

3. Разделить механизм на ступени, составить расчетные формулы для определения передаточных отношений отдельных ступеней и вычислить их значения. Найти общее передаточное отношение механизма.

4. Вычислить передаточное отношение от водила к сателлиту и от центрального колеса к сателлиту.

5. Опытным путем определить общее передаточное отношение механизма, полученные данные занести в таблицу отчета.

5.1. С помощью тахометрической аппаратуры зафиксировать относительное направление вращения входных и выходных звеньев планетарных или дифференциальных механизмов. Привести в движение с определенными скоростями входные звенья. Затем для них измерить угловую скорость вращения (в оборотах в минуту), после чего рассчитать передаточное отношение механизма.

5.2. С помощью градуированных дисков для измерения угловых перемещений измерить углы поворота ведущего φ_1 и ведомого φ_k звеньев планетарного механизма, после чего рассчитать передаточное отношение между входным и выходным звеньями:

$$i_{1k} = \frac{\varphi_1}{\varphi_k}. \quad (2.18)$$

Полученный результат сравнить с расчетными данными.

Измерить углы поворота φ_1 и φ_H двух входных звеньев и углы поворота φ'_k и φ_k^H выходного звена дифференциального механизма. Угол поворота φ'_k выходного звена характеризует его поворот от первого входного звена при неподвижном водиле. Угол поворота φ_k^H выходного звена характеризует его поворот от второго входного звена (от водила) при неподвижном центральном зубчатом колесе.

Полный угол поворота ведомого звена φ_k

$$\varphi_k = \varphi'_k \pm \varphi_k^H. \quad (2.19)$$

Передаточные отношения определить по формулам

$$i_{1k} = \frac{\varphi_1}{\varphi_H}; \quad i_{Hk} = \frac{\varphi_H}{\varphi_k}. \quad (2.20)$$

Полученные результаты сравнить с расчетными данными по числам зубьев колес исследуемого механизма.

Форма отчета

1. Название механизма и его схема.
2. Число зубьев колес. Для зубчатых колес, входящих в механизм, записать число зубьев в соответствии с принятыми обозначениями: $Z_1=\dots; Z_2=\dots; Z_3=\dots; \dots$

3. Основные звенья и сателлиты механизма. Провести классификацию звеньев механизма.

4. Число степеней свободы механизма. По формуле Чебышева рассчитать W :

$$n=\dots; P_1=\dots; P_2=\dots; W=\dots$$

5. Расчет передаточных отношений по числу зубьев колес.

5.1. Общее передаточное отношение: $i=\dots=\dots=\dots$

5.2. Передаточное отношение от водила к сателлиту: $i=\dots=\dots=\dots$

5.3. Передаточное отношение от центрального колеса к сателлиту: $i=\dots=\dots=\dots$

6. Опытная проверка общего передаточного отношения механизма с помощью тахометра и градуированного диска. Результаты занести в табл. 2.2

Таблица 2.2. Результаты измерений

Число оборотов входного звена	Число оборотов выходного звена	Передаточное отношение

Контрольные вопросы

1. Какова задача кинематического анализа зубчатых механизмов?

2. Написать формулу для определения передаточного отношения плоского зубчатого механизма с внешним и внутренним зацеплениями.

3. Перечислить виды зубчатых механизмов с подвижными осями и их звенья.

4. Привести вывод формулы Виллиса.

5. Дать определение планетарного механизма. Нарисовать его схему.

6. Дать определение дифференциального механизма. Нарисовать его схему.

7. Что такое передаточное отношение, передаточное число?

3.ЛАБОРАТОРНЫЕ РАБОТЫ ПО РАЗДЕЛУ «ДИНАМИКА»

3.1. Экспериментальное определение моментов инерции масс звеньев методами теории колебаний

Программа работы

Получить практические навыки в определении момента инерции детали.

Теоретическая часть

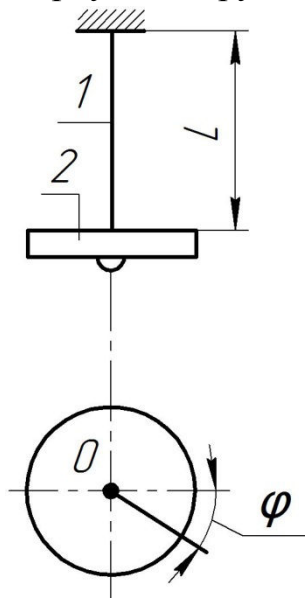
На практике наиболее распространены следующие способы:

- а) способ монофиляра (однониточный подвес);
- б) способ бифиляра (двухниточный подвес);
- в) способ физического маятника;
- г) способ инерционного разбега (падающего груза).

а) Способ монофиляра.

Способ монофиляра применяется для определения динамических моментов инерции массы симметричных деталей (рис. 3.1).

Упругая проволока 1 крепится одним концом к неподвижной опоре вверху, а на другой конец подвешивается деталь 2.



Всей системе сообщаются крутильные колебания. Период колебания детали определится из условий взаимодействия сил инерции детали и сил упругости закручиваемой проволоки.

На основании принципа Даламбера можно записать уравнение равновесия между крутящим моментом сил упругости металлической проволоки M_k и моментом сил инерции детали M_u :

$$M_k + M_u = 0. \quad (3.1)$$

Из курса «Сопротивление материалов» известно, что угол закручивания проволоки

$$\varphi = -\frac{M_k L}{GI_p} \quad (3.2)$$

Рис.3.1. Способ монофиляра

где M_k – крутящий момент сил упруго-

сти проволоки; G – модуль упругости при сдвиге материала проволоки; I_p – полярный момент инерции сечения проволоки; L – длина проволоки.

Знак « $-$ » в формуле (3.2) показывает, что угол закручивания и момент упругих сил проволоки противоположны по знаку.

Тогда

$$M_k = -\frac{GL_p}{L}\varphi. \quad (3.3)$$

В свою очередь, известно:

$$M_u = -I_{\partial em}\varepsilon = -I_{\partial em}\ddot{\varphi}, \quad (3.4)$$

где $I_{\partial em}$ – момент инерции массы детали относительно оси, проходящей через точку О (рис.3.1); ε – угловое ускорение детали; φ – угол поворота детали, равный углу закручивания проволоки.

Подставляя выражения (3.3) и (3.4) в уравнение равновесия (3.1) и меняя знаки, получим

$$I_{\partial em}\ddot{\varphi} + \frac{GL_p}{L}\varphi = 0. \quad (3.5)$$

Разделив обе части уравнения (3.5) на $I_{\partial em}$, получим:

$$\ddot{\varphi} + \frac{GL_p}{L}\varphi = 0. \quad (3.6)$$

Положив $\frac{GI_p}{I_{\partial em}L} = k^2$, получим следующее дифференциальное уравнение гармонических колебаний:

$$\ddot{\varphi} + k^2\varphi = 0 \quad (3.7)$$

Решение (то есть интеграл) уравнения (3.7) примет вид

$$\varphi = A \cos(kt) + B \sin(kt). \quad (3.8)$$

Постоянные интегрирования A и B определяются по начальным данным. За начало отсчета времени примем тот момент, когда деталь занимает одно из крайних положений.

При $t=0$ $\varphi = \varphi_0$; $\dot{\varphi} = 0$; $A = \varphi_0$.

Взяв первую производную от φ по t :

$$\dot{\varphi} = -Ak \sin(kt) + Bk \cos(kt), \quad (3.9)$$

и подставив начальные данные, найдем: $B = 0$.

Внося начальные данные A и B в формулу (3.8), получим:

$$\varphi = \varphi_0 \cos(kt), \quad (3.10)$$

где φ_0 – начальный угол отклонения детали; k – частота колебаний; t – время.

При $t=T$ и $\varphi = \varphi_0$, где T – период колебаний; φ – угол закручивания.

$$\varphi_0 = \varphi_0 \cos(kT). \quad (3.11)$$

Это соответствует равенству $\cos(kT) = 1 \cos kT = 1$, или $kT = 2\pi$, откуда

$$k^2 T^2 = 4\pi^2. \quad (3.12)$$

Подставляя значение k^2 в уравнение (3.12), получим

$$\frac{GL_p}{I_{det}L} T^2 = 4\pi^2. \quad (3.13)$$

Тогда

$$I_{det} = \frac{GL_p}{4\pi^2 L}. \quad (3.14)$$

б) Способ бифиляра.

Для определения моментов инерции массы симметричных деталей (звеньев) также применяется способ бифиляра.

Бифилярный подвес (рис. 3.2) представляет собой маятник, состоящий из двух нитей (металлических проволок), равномерно нагруженных симметрично подвешенной деталью.

Детали придается колебательное движение относительно оси, проходящей посередине между нитями.

При повороте подвешенной детали на угол φ нити перекашиваются, вследствие чего тело весом G поднимается на высоту h .

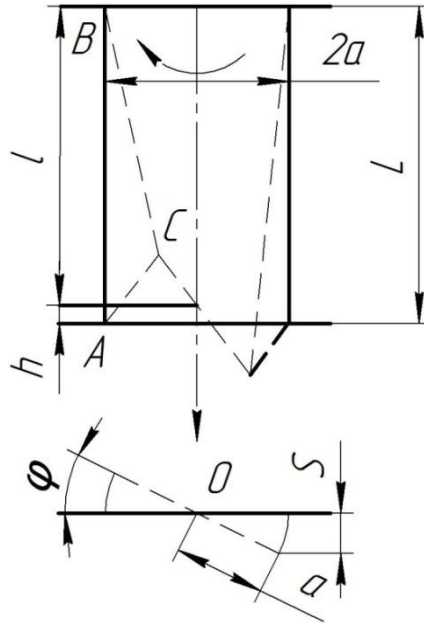


Рис. 3.2. Схема бифилярного подвеса

На основании закона сохранения энергии

$$Gdh = I\ddot{\varphi}d\varphi = M_u d\varphi, \quad (3.15)$$

где M_u – момент силы инерции; I – момент инерции массы системы.

После поворота детали на угол φ получим

$$l = L - h. \quad (3.16)$$

Из треугольника ABC $l^2 = L^2 - S^2$.

В свою очередь,

$$S = 2a \sin\left(\frac{\varphi}{2}\right). \quad (3.17)$$

Следовательно,

$$l^2 = L^2 - 4a^2 \sin^2\left(\frac{\varphi}{2}\right). \quad (3.18)$$

Дифференцируя уравнение (3.18) по углу φ , найдем:

$$2l = \frac{dl}{d\varphi} = -4a^2 \sin\left(\frac{\varphi}{2}\right) \cos\left(\frac{\varphi}{2}\right) \frac{1}{2} \quad (3.19)$$

или

$$l dl = -2a^2 \sin\left(\frac{\varphi}{2}\right) \cos\left(\frac{\varphi}{2}\right) d\varphi. \quad (3.20)$$

Но

$$2 \sin\left(\frac{\varphi}{2}\right) \cos\left(\frac{\varphi}{2}\right) = \sin \varphi, \quad (3.21)$$

Значит,

$$dl = -\frac{a^2 \sin(\varphi) d\varphi}{l}, \quad (3.22)$$

где

$$dl = dh. \quad (3.23)$$

Подставив (3.22) в закон сохранения энергии (3.15), получим

$$-G \frac{a^2 \sin \varphi}{l} d\varphi = M_u d\varphi. \quad (3.24)$$

При значительной длине нити и малых углах колебания можно положить, что $l \approx L$ и $\sin \varphi \approx \varphi$.

Тогда выражение (3.12) запишется в виде

$$-\frac{Ga^2 \varphi}{l} d\varphi = M_u = d\ddot{\varphi} \quad (3.25)$$

или

$$I\ddot{\varphi} + \frac{Ga^2 \varphi}{L} = 0. \quad (3.26)$$

Разделив выражение (3.26) на I , получим

$$\ddot{\varphi} + \frac{Ga^2}{IL}\varphi = 0. \quad (3.27)$$

Положим

$$\frac{Ga^2}{IL} = k^2, \quad (3.28)$$

где $k = \sqrt{\frac{Ga^2}{IL}}$.

В этом случае уравнение (3.27) примет вид

$$\ddot{\varphi} + k^2\varphi = 0. \quad (3.29)$$

Из предыдущего известно, что

$$T = \frac{2\pi}{k} = 2\pi \sqrt{\frac{\pi}{Ga^2}}. \quad (3.30)$$

Отсюда

$$I = \frac{Ga^2 T^2}{4\pi^2 l}. \quad (3.31)$$

Так как деталь крепится к оправе бифиляра, имеющей момент инерции I_0 , выражение (3.31) запишется в виде

$$I = I_{det} + I_0 = \frac{Ga^2 T^2}{4\pi^2 l}, \quad (3.32)$$

где

$$G = G_{det} + G_0. \quad (3.33)$$

Следовательно,

$$I = I_{det} + I_0. \quad (3.34)$$

в) Способ физического маятника.

Физическим маятником называется твердое тело, которое может совершать колебания вокруг неподвижной горизонтальной оси под действием силы тяжести.

Дифференциальное уравнение вращательного движения твердого тела (рис. 3.3) имеет вид

$$M = -I_{\partial em}\ddot{\varphi} = -Gl \sin \varphi I_0 \ddot{\varphi} = -Gl \sin \varphi, \quad (3.35)$$

где $I_{\partial em}$ – момент инерции детали относительно оси, проходящей через точку О.

Знак « $-$ » показывает, что направление момента M противоположно положительному направлению отсчета угла φ .

При малых углах отклонение (не более 10^0) можно допустить $\sin \varphi \approx \varphi$.

Тогда уравнение (3.35) запишется в виде

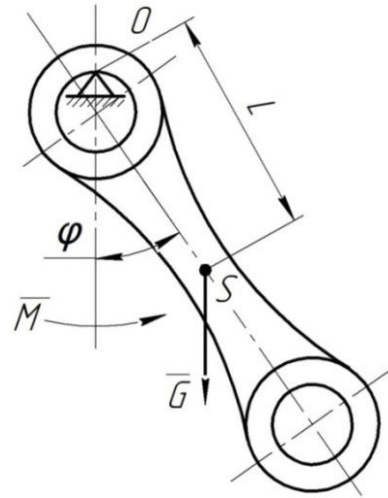


Рис. 3.3. Физический маятник

$$I_{\partial em}\ddot{\varphi} + Gl\varphi = 0 \quad (3.36)$$

или

$$\ddot{\varphi} + \frac{Gl}{I_{\partial em}}\varphi = 0; \quad \ddot{\varphi} + \frac{Gl}{I_0}\varphi = 0. \quad \ddot{\varphi} + \frac{Gl}{I_0}\varphi = 0 \quad (3.37)$$

Положив, будем иметь

$$\ddot{\varphi} + k^2 \varphi = 0. \quad (3.38)$$

Так как

$$T = \frac{2\pi}{k} = 2\pi \sqrt{\frac{I_{\partial em}}{Gl}}, \quad (3.39)$$

получим

$$I_{\partial em} = \frac{Gl}{4\pi^2} T^2. \quad (3.40)$$

Момент инерции массы испытываемой детали относительно оси, проходящей через центр тяжести S

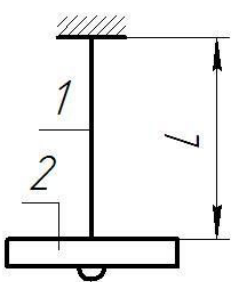
$$I_S = I_{\partial em} - ml^2. \quad (3.41)$$

Эксперимент сводится к определению периода колебания T .

Порядок выполнения работы

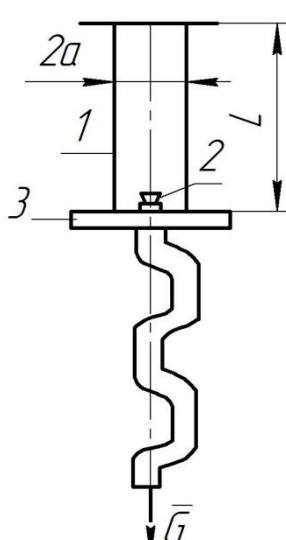
а) Определение момента инерции масс способом монофиляра.

Этот способ применяется для симметричных деталей. Деталь подвешиваем на приборе, центрируем и определяем период T ее колебания (на основании данных трех замеров по 10 колебаний каждый). Затем по формуле рассчитываем момент инерции $I_{дет}$ детали относительно оси вращения.

Схема установки и эскиз детали			Параметры установки
 1 - упругая проволока; 2 - деталь			1. Длина проволоки $L = 40$ см. 2. Диаметр проволоки $d = 0,02$ см. 3. Полярный момент инерции сечения проволоки $I_p = \frac{\pi d^4}{32} = \dots \text{ см}^4.$ 4. Модуль упругости проволоки $E = 74,75 \cdot 10^{10} \text{ Н/м}^2.$
Результаты наблюдений			Расчетные формулы и результаты вычислений
№ п/п	Время 10 колебаний, с	Период одного колебания T , с	$I_{дет} = \frac{EI_p T^2}{4\pi^2 l}$
1.			$I_{дет} = \dots \text{ кг} \cdot \text{м}^2$
2.			
3.			
Среднее значение			

б) *Определение момента инерции масс способом бифиляра.*

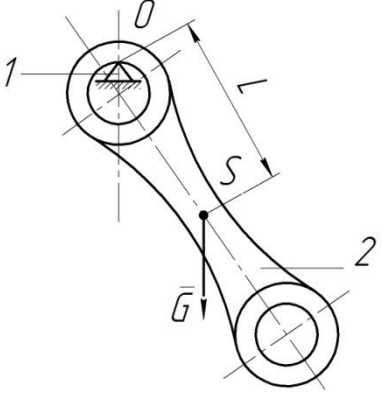
Деталь, предварительно взвешенную, укрепляем на бифиляре и определяем период T одного колебания этой детали совместно с оправкой прибора (на основании данных трех замеров по 10 колебаний каждый). Затем по формуле рассчитываем момент инерции $I_{дет}$ детали относительно оси вращения.

Схема установки и эскиз детали			Параметры установки
 1 – проволока; 2 – гайка; 3 – планка; 4 – деталь			1. Длина проволоки $L = 490$ см. 2. Расстояние между проволоками $2a = 28$ см. 3. Вес детали $G = 15,3$ Н. 4. Вес оправки прибора (гайки и планки) $G_0 = 1,68$ Н. 5. Период колебания оправки прибора $T_0 = 2,3$ с. 6. Момент инерции оправки $I_0 = \frac{G_0 a^2}{4\pi^2 l} T_0^2 = \dots \text{кг} \cdot \text{м}^2.$
Результаты наблюдений			Расчетные формулы и результаты вычислений
№ п/п	Время 10 колебаний детали и оправки, с	Период одного колебания T , с	$I_{дет} = \frac{(G + G_0) a^2}{4\pi^2 l} T^2 - I_0$
1. 2. 3.			$I_{дет} = \dots \text{кг} \cdot \text{м}^2$
Среднее значение			

в) *Определение момента инерции масс способом физического маятника.*

Этот способ применяется для определения момента инерции $I_{дет}$ несимметричных деталей.

Деталь подвешиваем на призме и определяем период T одного колебания (на основании данных трех замеров по 10 колебаний каждый). Затем по формуле рассчитываем момент инерции $I_{дет}$ относительно оси, проходящей через точку подвеса, и относительно оси, проходящей через центр тяжести детали.

Схема установки и эскиз детали			Параметры детали
 1 – призма; 2 – деталь			1. Расстояние до центра тяжести от точки подвеса детали $L = \dots\dots\dots \text{см.}$ 2. Вес детали $G = \dots\dots \text{Н.}$
Результаты наблюдения			Расчетные формулы и результаты вычислений
№ п/п	Время 10 колебаний, с	Период одного колебания T, с	$I_{дет} = \frac{GL}{4\pi} T^2;$ $I_S = I_{дет} - mL^2$
1. 2. 3.			$I_{дет} = \dots \text{ кг}\cdot\text{м}^2$
Среднее значение			$I_S = \dots \text{ кг}\cdot\text{м}^2$

Контрольные вопросы

1. Какова цель определения центров масс и моментов инерции масс деталей?
2. Какие экспериментальные способы определения центров масс и моментов инерции масс деталей рассматриваются в лабораторной работе?
3. Методика определения центров тяжести масс при помощи призмы.
4. Методика определения центров тяжести масс двукратным подвешиванием.
5. Методика определения центров тяжести масс с помощью весов.
6. Методика определения моментов инерции масс способом монофиляра.
7. Методика определения моментов инерции масс способом бифиляра.
8. Привести формулу для расчета момента инерции масс детали способом монофиляра.
9. Привести формулу для расчета момента инерции масс детали способом бифиляра.
10. Привести формулу для расчета момента инерции масс детали способом физического маятника.
11. Что называется физическим маятником?
12. Что такое период колебаний твердого тела?

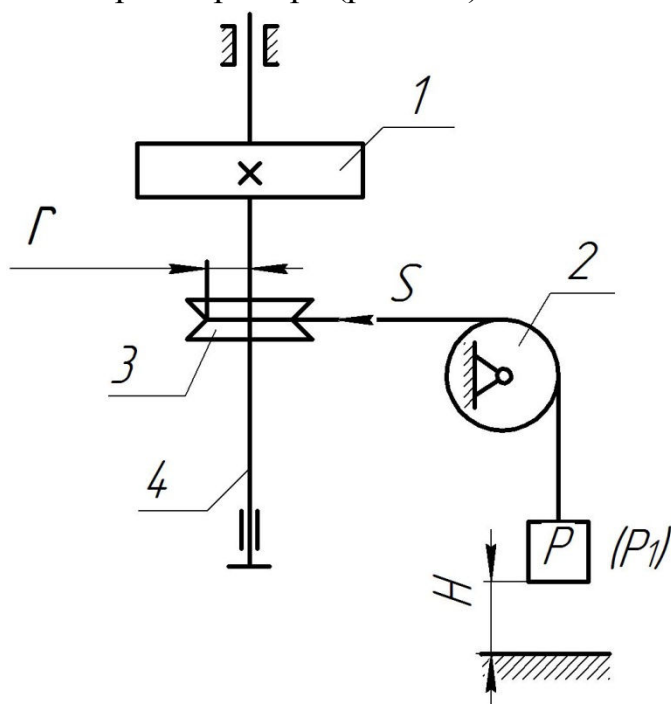
3.2. Экспериментальное определение момента инерции масс детали способом инерционного разбега (падающего груза)

Программа работы

Получить практические навыки в определении момента инерции детали.

Теоретическая часть

Деталь 1, момент инерции которой необходимо определить, крепится к оправе прибора (рис. 3.4).



Гибкий трос, перекинутый через блок 2, одним концом навивается на блок 3, укрепленный на валу 4, а другим концом крепится к грузу P .

Под действием груза P , падающего с высоты H , вал с деталью приводится во вращение и постепенно ускоряет свое движение.

При падении груза P измеряют время t . Здесь имеется два вида движения: поступательное (груза) и вращательное (детали с оправой).

Рис. 3.4. Метод инерционного разбега

Составим два уравнения:

1) при поступательном движении груза P с массой m

$$P - S = ma; \quad (3.42)$$

2) при вращательном движении детали с оправой

$$Sr\eta - M_{cm} = I\varepsilon, \quad (3.43)$$

где S — натяжение троса; $\varepsilon = \frac{a}{r}\eta$ — КПД блока 2; M_{cm} — момент сил трения в пяте и подшипнике вала; I — момент инерции детали совместно с оправой прибора; $\varepsilon = \frac{a}{r}$.

Для натяжения нити имеем

$$S = P - ma. \quad (3.44)$$

Подставив формулу (3.44) в уравнение (3.43), получим

$$Pr\eta - mar\eta - M_{cm} = I \frac{a}{r}$$

или

$$I \frac{a}{r} - Pr\eta + mar\eta + M_{cm} = 0. \quad (3.45)$$

Для исключения M_{cm} проводим второй эксперимент с грузом P_l .
В результате получим

$$I \frac{a_l}{r} - P_l r\eta + m_l a_l r\eta + M_{cm} = 0. \quad (3.46)$$

Совместно решая уравнения (3.46) и (3.47), получим

$$I = \frac{r\eta}{a - a_l} (P - P_l + ma + m_l a_l). \quad (3.47)$$

Так как

$$m = \frac{P}{g}, \quad m_l = \frac{P_l}{g}, \quad (3.48)$$

найдем:

$$I = \frac{r^2 \eta}{a - a_l} \left[P \left(1 - \frac{a}{g} \right) - P_l \left(1 - \frac{a_l}{g} \right) \right]. \quad (3.49)$$

В результате

$$I_{det} = I - I_0, \quad (3.50)$$

где I_0 – момент инерции массы прибора.

Следовательно,

$$I_{det} = \frac{r^2 \eta}{a - a_l} \left[P \left(1 - \frac{a}{g} \right) - P_l \left(1 - \frac{a_l}{g} \right) \right] - I_0. \quad (3.51)$$

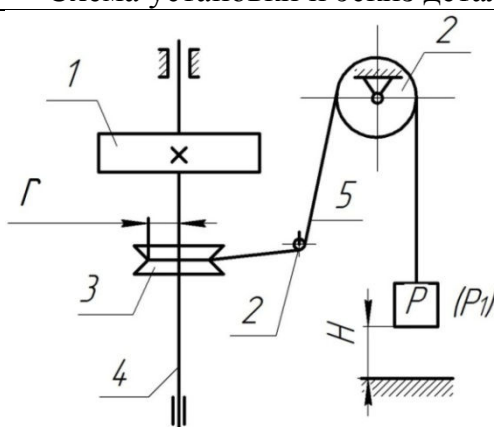
Принимая движение грузов равноускоренным, запишем:

$$H = \frac{at^2}{2} = \frac{a_1 t_1^2}{2}; \quad a = \frac{2H}{t^2} \quad a_1 = \frac{2H}{t_1^2}. \quad (3.52)$$

Зная t и t_1 , определим a и a_1 , после чего найдем $I_{дет}$. Величина I_0 может быть определена методом бифиляра.

Порядок выполнения работы

Этот способ применяется для деталей, имеющих форму тел вращения.

Схема установки и эскиз детали			Параметры установки
 1 – деталь; 2 – направляющие блоки; 3 – блок; 4 – вал; 5 – гибкая связь			1. Высота падения грузов $H = 1$ м. 2. Вес груза $P = 6,35$ Н и $P_1 = 6,25$ Н. 3. Радиус блока $r = 2,5$ см. 4. КПД направляющих блоков $\eta = 0,98$. 5. Момент инерции оправки прибора $I_0 = \dots$ кг·м ² .
Результаты наблюдений			Расчетные формулы и результаты вычислений
№ п/п	Время разгона, с		$I_{дет} = \frac{r^2 \eta}{a - a_1} \left[P \left(1 - \frac{a}{g} \right) - P_1 \left(1 - \frac{a_1}{g} \right) \right] - I_0$ $a = \frac{2H}{t^2} \quad a = \frac{2H}{t^2}; \quad a_1 = \frac{2H}{t_1^2} \quad a_1 = \frac{2H}{t_1^2}$
	при P	при P_1	
1. 2. 3.			$a = \dots$ м/с ² ; $a_1 = \dots$ м/с ² ; $I_{дет} = \dots$ кг·м ²
Среднее значение	$t = \dots$ с	$t_1 = \dots$ с	

Контрольные вопросы

1. Привести формулу для расчета момента инерции масс детали способом инерционного разбега.
2. Что такое центр масс тела?

3. Что такое момент инерции массы тела?
4. Назвать единицу измерения момента инерции массы тела.

3.3. Статическая и динамическая балансировка вращающихся масс

Программа работы

1. Ознакомиться с методикой статического и динамического (полного) уравновешиваний вращающихся масс.
2. Провести статическую балансировку системы.
3. Проверить динамическую уравновешенность системы.

Теоретическая часть

В технике применяют большое количество вращающихся звеньев (роторы электродвигателей, турбины, валы, зубчатые колеса и т.д.). Скорости машин непрерывно растут. Для роторов некоторых машин частота вращения достигает $150 \text{ тыс. мин}^{-1}$. Поэтому уравновешивание вращающихся масс имеет важное значение.

Рассмотрим вращающееся звено 1 (рис. 3.5).

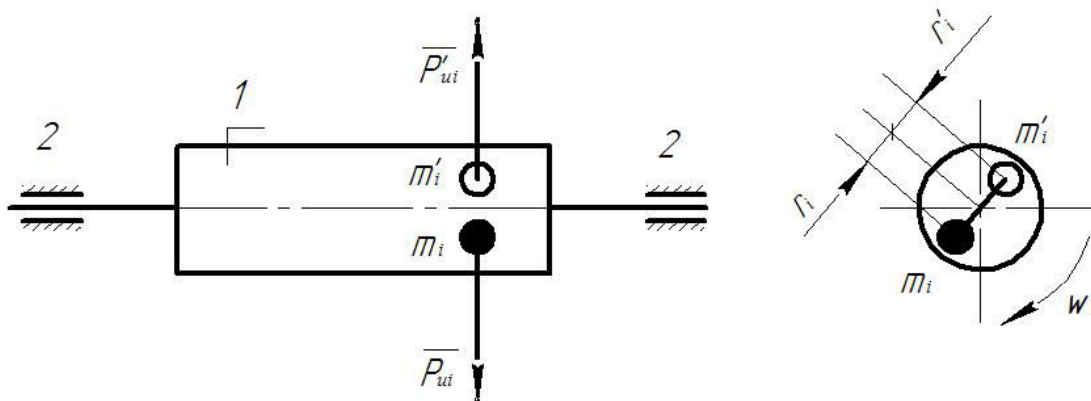


Рис. 3.5. Вращающееся звено

При вращении звена 1 к каждой элементарной массе m_i приложена элементарная центробежная сила инерции:

$$\bar{P}_{ui} = m_i \cdot \bar{r}_i \cdot \omega^2. \quad (3.53)$$

Если звено 1 является идеальным телом вращения и ось вращения звена совпадет точно с геометрической осью тела, то такое звено полностью уравновешено, т.к. для каждой элементарной массы m_i , располо-

женной на расстоянии r_i от оси вращения, всегда будет существовать в той же плоскости, но по другую сторону от оси вращения другая, равная ей масса m'_i , удаленная от оси на расстояние $r'_i = r_i$.

Центробежные силы инерции этих масс взаимно уравниваются, поэтому не будет сил, вызывающих дополнительные давления в подшипниках 2 звена 1.

В действительности получить такое идеальное звено невозможно: не точно заданы размеры, материал деталей неоднороден, звено может состоять из нескольких деталей или его форма может быть сложной. Вследствие этого не все центробежные силы инерции звена будут уравновешены.

Как известно из теоретической механики, такая пространственная неуравновешенная система сил приводится к главному вектору и главному моменту, которые необходимо определить. Для этого рассмотрим звено 1 с двумя плоскостями уравнивания I, II (рис. 3.6).

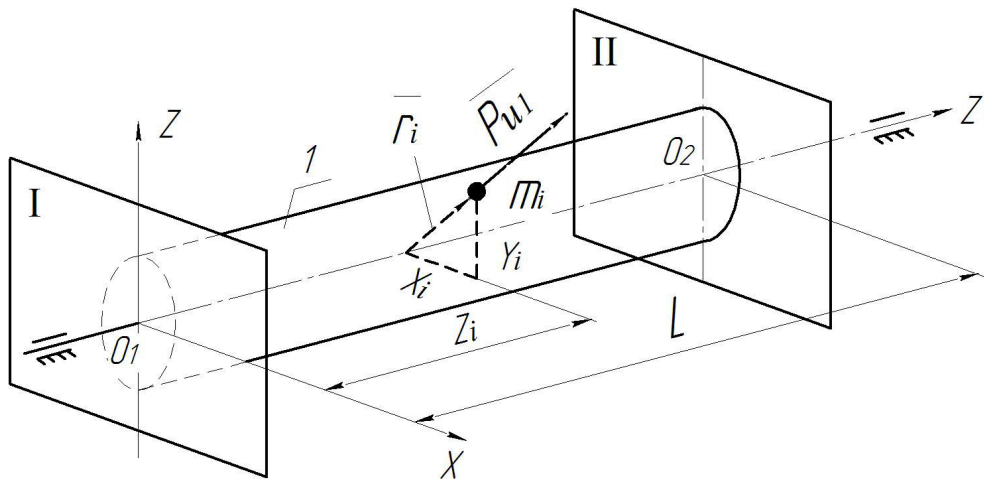


Рис. 3.6. Звено с двумя плоскостями уравнивания

При вращении звена 1 вокруг оси Z-Z с угловой скоростью ω каждая материальная частица m_i , взятая на расстоянии r_i от оси вращения, развивает элементарную силу инерции P_{ui} .

Переносим систему сил P_{ui} в плоскость I и прикладываем их в точку O_1 пересечения оси Z с перпендикулярной к ней плоскостью I, получим в плоскости I систему сходящихся сил, геометрическая сумма которых определит главный вектор:

$$\bar{P}_u = \sum \bar{P}_{ui} , \quad (3.54)$$

и систему пар сил, векторная сумма моментов которых будет давать

главный момент от сил инерции:

$$M_u = \sum M_{ui} = \sum \overline{P_l} \cdot \overline{Z_l}. \quad (3.55)$$

Подставляя в равенства (3.55) и (3.54) значение P_{ui} из (3.53), получим

$$\overline{P}_u = w^2 \cdot \sum m_i \cdot \overline{r}_i, \quad (3.56)$$

$$\overline{M}_u = w^2 \cdot \sum m_i \cdot \overline{r}_i \cdot z. \quad (3.57)$$

Проектируя главный вектор $\overline{P}_u$ и главный момент $\overline{M}_u$ на оси координат, будем иметь:

$$\begin{aligned} P_{ux} &= w^2 \sum m_i \cdot x_i = w^2 \cdot m \cdot x, \\ P_{uy} &= w^2 \sum m_i \cdot y_i = w^2 \cdot m \cdot y_s, \\ P_{uz} &= 0; \end{aligned} \quad (3.58)$$

$$\begin{aligned} M_{ux} &= w^2 \sum m_i \cdot y_i \cdot z_i = Y_{yz} \cdot w^2, \\ M_{uy} &= w^2 \sum m_i \cdot x_i \cdot z_i = Y_{xz} \cdot w^2, \\ M_{uz} &= 0, \end{aligned} \quad (3.59)$$

где x_s, y_s – координаты центра тяжести системы; Y_{yz}, Y_{xz} – центробежные моменты инерции системы.

Сила $\overline{P}_u$ может вызвать добавочные давления в кинематических парах, от которых эти давления передаются корпусу машины и фундаменту. Такие добавочные давления называются *динамическими*. Они непрерывно изменяют свое направление, так как вектор силы $\overline{P}_u$ и вектор момента $\overline{M}_u$ вращаются вместе со звеном. Поэтому опоры и фундамент будут испытывать вибрацию и колебание, что особенно опасно при резонансных явлениях. Вот почему устранение этих добавочных давлений на опоры и фундамент является важной задачей современного машиностроения.

Из уравнений (3.58) и (3.59) видно, что вращающаяся система не оказывает динамического воздействия на опоры только в том случае, если центр тяжести системы находится на оси вращения $Z - Z$ и ось является главной центральной осью инерции. Такая вращающаяся система называется *уравновешенной*. Для нее характерно выполнение следующих

условий:

$$x_s = 0, \quad (3.60)$$

$$y_s = 0, \\ Y_{yz} = 0, \\ Y_{xz} = 0. \quad (3.61)$$

Удовлетворение этих условий (3.60) и (3.61) и является задачей уравнивания вращающихся масс.

Первые два равенства (3.60) относят к условиям статического уравнивания, а равенства (3.61) – к условиям динамического уравнивания системы.

Задача статического уравнивания заключается в сведении центра тяжести системы к оси вращения. Такое уравновешенное звено будет находиться в состоянии равновесия при повороте его вокруг оси на любой угол.

Задача динамического уравнивания состоит в сведении главной центральной оси $Z_1 - Z_1$ инерции к оси вращения $Z - Z$ системы (рис.3.7). Поэтому при динамическом уравнивании устраняется смещение центра тяжести S звена от оси вращения $Z - Z$ (рис.3.8) и поворот его главной центральной оси $Z_1 - Z_1$ инерции по отношению к оси вращения $Z - Z$ (рис. 3.7), то есть достигается совмещение главной центральной оси инерции звена с осью его вращения. Это означает одновременное выполнение условий всех четырех условий. Такое уравнивание является полным. В некоторых случаях ограничиваются только статическим уравниванием, которое допустимо при малой длине звена (шестерни, шкивы, маховики и т.д.) и невысокой угловой скорости его вращения.

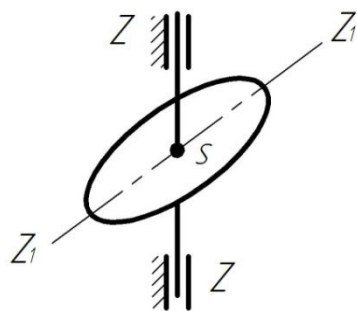


Рис. 3.7. Несовпадение осей инерции и вращения

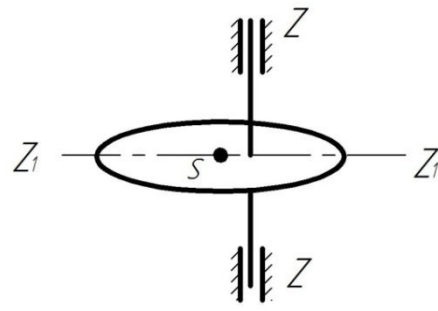


Рис. 3.8. Совпадение осей инерции и вращения

На практике чаще всего динамическое уравнивание всей системы осуществляют с помощью двух противовесов.

Если статическое условие не будет соблюдено, то необходимо в плоскости приведения I (рис. 3.6) поставить противовес так, чтобы было

выдержано условие:

$$\sum m_i \cdot \bar{r}_i + m_n \cdot \bar{r}_n = 0; \quad (3.61)$$

$$\sum G_i \cdot \bar{r}_i + G_n \cdot \bar{r}_n = 0, \quad (3.62)$$

где m_i – вращающаяся масса; r_i – радиус–вектор центра тяжести неуравновешенной i -й массы; m_n – масса противовеса; r_n – радиус–вектор центра тяжести противовеса; $G_n \cdot r_n$ – дисбаланс, являющийся мерой неуравновешенности системы.

При необходимости полного уравнивания системы кроме главного вектора системы P_n нужно уравновесить также главный момент $\bar{M}_u$ сил от результирующей пары сил.

Одну из сил главного момента можно расположить в плоскости приведения I , другую – в любой плоскости II . Момент уравнивающей пары должен быть равен главному моменту от пары сил инерции и направлен противоположно. Уравнивание пары сил можно произвести двумя противовесами, расположенными в I и II плоскостях.

Таким образом, полное уравнивание достигается установкой трех противовесов. Однако два из них находятся в плоскости I и могут быть заменены одним противовесом. В итоге задача полного уравнивания вращающихся масс может быть решена постановкой двух противовесов, расположенных в двух произвольно выбранных плоскостях, перпендикулярных к оси вращения.

Условия полного уравнивания можно достичь, если ввести в равенства (3.60) и (3.61) центробежные силы инерции и моменты от центробежных сил противовесов.

Пусть в плоскостях I и II массы противовесов соответственно m_I, m_{II} , а их центры тяжести определяются радиусами-векторами r_I, r_{II} . Тогда из уравнений (3.60) и (3.61), сокращая общий множитель ω^2 , получим

$$\sum m_i \cdot \bar{r}_i + m_I \cdot \bar{r}_I + m_{II} \cdot \bar{r}_{II} = 0, \quad (3.63)$$

$$\sum m_i \cdot \bar{r}_i \cdot \bar{z}_I + m_{II} \cdot \bar{r}_{II} \cdot \bar{z}_{II} = 0.$$

Заменим массы их весами, тогда условия полного уравнивания системы можно записать в виде

$$\sum G_i \cdot \bar{r}_i + G_I \cdot \bar{r}_I + G_{II} \cdot \bar{r}_{II} = 0, \quad (3.64)$$

$$\sum G_i \cdot \bar{r}_i \cdot \bar{z}_I + G_{II} \cdot \bar{r}_{II} \cdot \bar{z}_{II} = 0.$$

Уравнения (3.63) и (3.64) назовем расчетными.

Пусть имеется звено I , а также в его плоскостях 1, 2, и 3, перпендикулярных к оси вращения, неуравновешенные массы m_1, m_2 и m_3 , центры тяжести которых заданы радиусами-векторами $\bar{r}_1, \bar{r}_2$ и $\bar{r}_3$. Положение плоскостей 1, 2 и 3 относительно плоскости приведения I определяется соответственно координатами z_1, z_2 и z_3 , а положение масс – углами α_1, α_2 и α_3 (рис. 3.9).

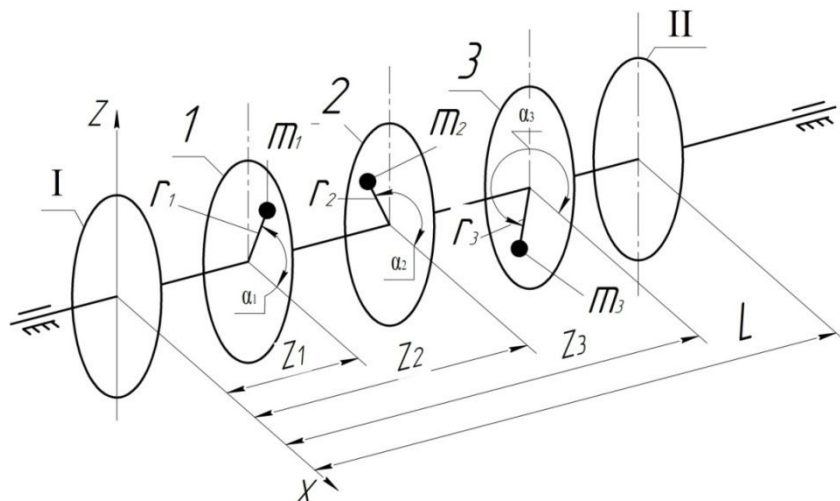


Рис. 3.9. Звено с неуравновешенными массами

а) *Расчет статического уравновешивания графическим методом.*

Определение величины и расположения противовеса осуществляется путем построения векторного многоугольника в заданном масштабе по расчетному уравнению (3.63), как это показано на рис. 3.10.

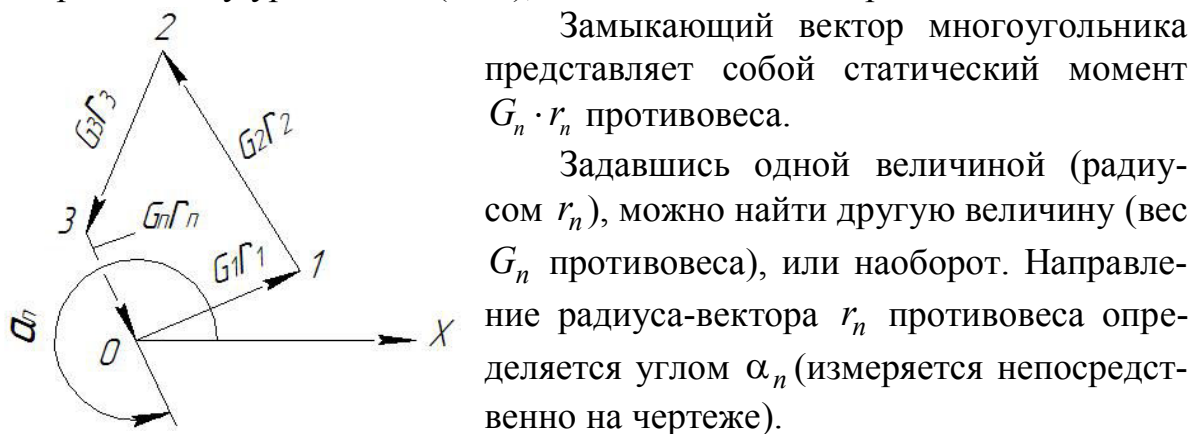


Рис. 3.10. Многоугольник статических моментов

б) *Расчет динамического (полного) уравновешивания графическим методом.*

Вначале строится векторный многоугольник моментов пар по второму расчетному уравнению (3.64). Векторы моментов при этом удобно

повернуть на 90° до совпадения их с направлением векторов сил.

Модуль замыкающего вектора многоугольника будет равен произведению $G_{II}r_{II}z_{II}$, где координата z_{II} известна и равна L (расстояние между плоскостями уравнивания). Из этого произведения легко определяется вес противовеса G_{II} , если задаться радиусом r_{II} , или наоборот. Угол α_{II} , указывающий направление радиуса-вектора противовеса, измеряется на чертеже (рис. 3.11).

Затем по первому расчётному уравнению (3.64) в определенном масштабе строится второй многоугольник (рис. 3.12). В этом многоугольнике неизвестной величиной является замыкающий вектор $4 - 0$. Умножая длину этого вектора на принятый масштаб, получим величину произведения $G_I r_I$. Задаваясь одним из сомножителей, находим другой из них.

По чертежу определяем угол α_I , указывающий на расположение радиуса-вектора противовеса в плоскости I .

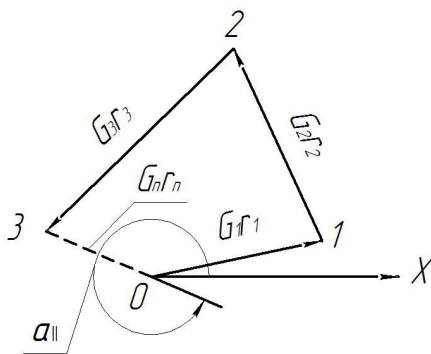


Рис. 3.11. Первый расчетный многоугольник

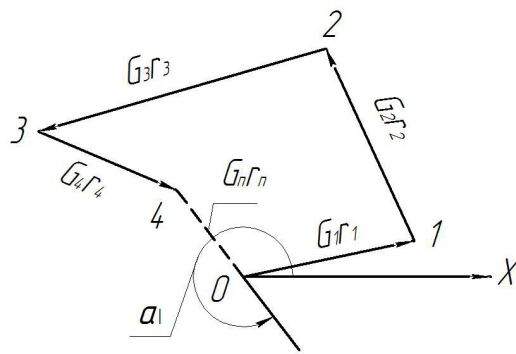


Рис. 3.12. Второй расчетный многоугольник

Порядок выполнения работы

Для заданной неуравновешенной системы масс определить уравнивающие массы противовесов и результаты расчета проверить на установке.

Применяется следующее оборудование: установка для уравнивания вращающихся масс, грузы весом 40, 50, 60 и 70 г.

а) Статическая балансировка.

1. Получить вариант задания для выполнения данной работы, в котором указываются: вес грузов G_1, G_2 и G_3 , закрепляемых на 1, 2 и 3 дисках установки, радиусы r_1, r_2 и r_3 от центров тяжести грузов до оси вра-

щения и углы α_1, α_2 и α_3 .

2. Вычертить схему установки с указанием дисков и грузов на них (рис. 3.9).

3. Закрепить грузы на 1, 2 и 3 дисках.

4. Определить вес противовеса G_n и координаты противовеса r_n и α_n при статическом уравнивании. Для статической балансировки необходимо, чтобы центр тяжести системы лежал на ее оси вращения.

5. На I или II диске установить противовес, требуемый для балансировки.

6. Проверить статическую уравновешенность системы: при повороте ее на любой угол она должна находиться в равновесии.

б) Динамическая балансировка.

1. Включить электродвигатель и привести во вращение вал с дисками. Так как система была отбалансирована только статически, то каретка установки на конце вала будет совершать колебательное движение в свободном горизонтальном направлении.

2. Остановить систему и снять противовес, установленный при статическом уравнивании.

3. Рассчитать графическим или аналитическим путем противовесы, радиусы и углы их расположения в плоскостях I и II при полном уравнивании. Для динамической балансировки, кроме соблюдения условий статической балансировки, необходимо, чтобы сумма центробежных моментов масс системы была равна нулю.

4. Установить противовесы, их радиусы и углы на I и II дисках, которые соответствуют I и II плоскостям, принятым в расчете.

5. Проверить статическую уравновешенность системы.

6. Привести во вращение вал с дисками путем включения электродвигателя и фрикционной передачи, убедиться в динамической уравновешенности системы. Каретка установки на конце вала не должна колебаться в горизонтальном направлении.

Форма отчета

1. Схема установки с указанием расположения неуравновешенных масс, радиусов и углов их расположения.

2. Величины неуравновешенных кругов и координаты их расположения:

$$\begin{aligned}G_1 &= \dots \text{г}; & r_1 &= \dots \text{мм}; & \alpha_1 &= \dots \text{град}; \\G_2 &= \dots \text{г}; & r_2 &= \dots \text{мм}; & \alpha_2 &= \dots \text{град}; \\G_3 &= \dots \text{г}; & r_3 &= \dots \text{мм}; & \alpha_3 &= \dots \text{град}.\end{aligned}$$

3. Статическое уравнивание (графический метод):

$$\begin{aligned}G_n \cdot r_n &= \dots \text{г} \cdot \text{мм}; & G_n &= \dots \text{г}; \\r_n &= \dots \text{мм}; & \alpha_n &= \dots \text{град}.\end{aligned}$$

4. Полное уравнивание (графический метод).

Из многоугольника моментов дисбалансов (рис. 3.11) найти угол α_{II} и уравнивающий момент дисбалансов:

$$\begin{aligned}G \cdot r_2 \cdot L &= \dots \text{г} \cdot \text{мм}^2; \\ \alpha_{II} &= \dots \text{град},\end{aligned}$$

где L – расстояние между I и II дисками установки.

Задавшись величиной противовеса G_{II} , определить величину r_{II} .

По второму расчетному уравнению (3.64) найти дисбаланс уравнивающей пары сил:

$$G_{II} \cdot r_{II} \cdot Z_2 = \dots \text{г} \cdot \text{мм}^2,$$

где $Z_2 = L$.

Из многоугольника дисбалансов (рис. 3.12) рассчитать угол α_I и общий дисбаланс в плоскости $I - I$:

$$\begin{aligned}\alpha_I &= \dots \text{град}; \\ G_I \cdot r_I &= \dots \text{г} \cdot \text{мм}.\end{aligned}$$

Задавшись величиной противовеса G_I , определить величину r_I .

Контрольные вопросы

1. Каковы задачи статической и динамической балансировки?
2. Виды неуравновешенности вращающихся масс.
3. Устройство и работа установки для уравнивания вращающихся масс.
4. Методика и основные уравнения для статической балансировки вращающихся масс; для динамической балансировки.

СПИСОК РЕКОМЕНДОВАННОЙ ЛИТЕРАТУРЫ

- 1. Бать, М.И.** Теоретическая механика в примерах и задачах: учеб. пособие. Т.1: Статика и кинематика / М.И. Бать, Г.Ю. Джанелидзе, А.С. Кельзон. – СПб.; М.; Краснодар: Лань, 2010.
- 2. Бать, М.И.** Теоретическая механика в примерах и задачах: учеб. пособие. Т.2: Динамика / М.И. Бать, Г.Ю. Джанелидзе, А.С. Кельзон. – СПб.; М.; Краснодар: Лань, 2010.
- 3. Вильке, В.Г.** Теоретическая механика: учебник. 3-е изд. испр. и доп. / В.Г. Вильке; Московский государственный университет им. М.В. Ломоносова. – СПб.: Лань, 2003. – 304 с.
- 4. Ноздрин, М.А.** Методические указания для выполнения лабораторных работ по курсу «Теоретическая механика» / М. А. Ноздрин; ГОУВПО «Ивановский государственный энергетический университет им. В.И. Ленина» каф. ТиПМ. – Иваново, 2004.– 28 с.
- 5. Зайцев, А.С.** Статическая и динамическая балансировка ротора: метод. указания к лабораторному практикуму по теоретической механике / А.С. Зайцев; ГОУВПО «Ивановский государственный энергетический университет им. В. И. Ленина».– Иваново, 2007.

Д.А. Пирогов, М.А. Ноздрин, Р.В. Шляпугин, А.С.Зайцев

**ЛАБОРАТОРНЫЙ ПРАКТИКУМ
ПО ТЕОРЕТИЧЕСКОЙ МЕХАНИКЕ**

Учебно-методическое пособие

Редактор Н.Б. Михалева

Подписано в печать . Формат 60×84 $\frac{1}{16}$.

Печать плоская. Усл. печ. л. 3,48. Уч.-изд. л.4. Тираж 50 экз. Заказ №
ФГБОУВО «Ивановский государственный энергетический
университет имени В.И. Ленина».

Отпечатано в УИУНЛ ИГЭУ
153003, г. Иваново, ул. Рабфаковская, 34.