

Министерство науки и высшего образования  
Российской Федерации

Федеральное государственное бюджетное образовательное  
учреждение высшего образования  
«Ивановский государственный политехнический университет»

**А. А. Тувин**

**КИНЕМАТИЧЕСКИЙ И ДИНАМИЧЕСКИЙ АНАЛИЗ  
МЕХАНИЗМОВ ПРОКЛАДЫВАНИЯ УТКА  
ТКАЦКИХ СТАНКОВ СПЕЦИАЛЬНОГО НАЗНАЧЕНИЯ**

*Рекомендовано учебно-методическим советом ИВГПУ  
в качестве учебного пособия для бакалавров, магистрантов и аспирантов  
при выполнении различных научных и квалификационных работ*

Иваново 2020

**Тувин, А. А.** Кинематический и динамический анализ механизмов прокладывания утка ткацких станков специального назначения: учеб. пособие / А. А. Тувин; Иван. гос. политехн. ун-т. – Иваново: ИВГПУ, 2020. – 136 с.

В учебном пособии даны общие сведения о существующих конструкциях механизмов прокладывания утка; проведено моделирование задач кинематического и кинетостатического анализа рычажных механизмов различной структуры; разработаны динамические модели рапирных механизмов металлотацких станков; приведена методика анализа собственных и вынужденных колебаний рапиры как стержня с распределенной массой и периодически изменяющимися граничными условиями, находящегося под воздействием периодической знакопеременной продольной силы, и их аналитическое решение, позволяющее определить геометрические и инерционные параметры рапиры для обеспечения устойчивости технологического процесса металлотачества.

Предназначено для студентов, обучающихся по бакалаврской и магистерской программам, и аспирантов при выполнении различных научных и квалификационных работ.

#### **Рецензенты:**

кафедра технологических машин и оборудования  
ФГБОУ ВО «Ивановский государственный химико-технологический университет» (зав. кафедрой д-р техн. наук, профессор **М. Ю. Колобов**)

канд. техн. наук, доцент, зав. кафедрой технологии машиностроения  
**И. И. Ведерникова** (ФГБОУ ВО «Ивановский государственный энергетический университет им. В. И. Ленина»)



# О Г Л А В Л Е Н И Е

|                                                                                                                                                                          |           |
|--------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|-----------|
| <b>Введение .....</b>                                                                                                                                                    | <b>5</b>  |
| <b>Глава 1. СРАВНИТЕЛЬНЫЙ АНАЛИЗ СУЩЕСТВУЮЩИХ<br/>КОНСТРУКЦИЙ МЕХАНИЗМОВ ПРОКЛАДЫВАНИЯ УТКА<br/>ТКАЦКИХ СТАНКОВ .....</b>                                                | <b>8</b>  |
| 1.1. Общие сведения о существующих конструкциях механизмов<br>прокладывания утка .....                                                                                   | 8         |
| 1.2. Сравнительный анализ конструкций механизмов привода жестких<br>рапир .....                                                                                          | 13        |
| 1.3. Сравнительный анализ конструкций механизмов привода гибких<br>рапир .....                                                                                           | 20        |
| 1.4. Разработка уточненной классификации механизмов прокладывания<br>утка с помощью рапир .....                                                                          | 25        |
| 1.5. Определение новых результатов по главе .....                                                                                                                        | 27        |
| <b>Глава 2. МОДЕЛИРОВАНИЕ ЗАДАЧ КИНЕМАТИЧЕСКОГО<br/>АНАЛИЗА МЕХАНИЗМОВ ПРОКЛАДЫВАНИЯ УТКА .....</b>                                                                      | <b>28</b> |
| 2.1. Общие сведения по решению вопросов моделирования задач<br>кинематического анализа механизмов прокладывания утка .....                                               | 28        |
| 2.2. Моделирование задач кинематического анализа дифференциальных<br>рычажных механизмов .....                                                                           | 35        |
| 2.3. Моделирование задач кинематического анализа рычажных механизмов<br>с трехпроводковыми группами .....                                                                | 41        |
| 2.4. Моделирование задач кинематического анализа пространственных<br>рычажных механизмов .....                                                                           | 45        |
| 2.4.1. Кинематический анализ пространственного рычажного<br>механизма привода рапир металлткацкого станка типа DM-2000-M .....                                           | 45        |
| 2.4.2. Анализ согласованности движений механизма прокладывания<br>утка и батанного механизма по условиям входа рапиры в зону<br>формирования сетки и выхода из нее ..... | 53        |
| 2.4.3. Кинематический анализ пространственного кулачково-<br>рычажного механизма привода рапир металлткацкого станка типа<br>СТР-120-Т .....                             | 56        |
| 2.4.4. Синтез закона движения толкателя по заданному закону<br>движения рапиры .....                                                                                     | 62        |
| 2.5. Определение новых результатов по главе .....                                                                                                                        | 68        |
| <b>Глава 3. МОДЕЛИРОВАНИЕ ЗАДАЧ КИНЕТОСТАТИЧЕСКОГО<br/>АНАЛИЗА МЕХАНИЗМОВ ПРОКЛАДЫВАНИЯ УТКА<br/>С УЧЕТОМ СИЛ ТРЕНИЯ .....</b>                                           | <b>69</b> |
| 3.1. Общие сведения по решению вопросов моделирования задач<br>кинетостатического анализа стержневых механизмов .....                                                    | 69        |
| 3.2. Разработка математической модели кинетостатического анализа<br>дифференциально-рычажного плоского рапирного и батанного механизмов<br>станков типа СТР .....        | 71        |

|                                                                                                                                                |            |
|------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|------------|
| 3.3. Разработка математической модели кинетостатического анализа рычажных механизмов с трехповодковыми группами .....                          | 76         |
| 3.4. Разработка математической модели кинетостатического анализа пространственных рычажных механизмов .....                                    | 80         |
| 3.4.1. Кинетостатический анализ пространственных рычажных механизмов привода рапир металлотакающего станка СТР-100-М .....                     | 80         |
| 3.4.2. Кинетостатический анализ модернизированного пространственного механизма прокладывания утка металлотакающего станка типа ДМ-2000-М ..... | 86         |
| 3.5. Разработка математической модели кинетостатического анализа пространственных рычажных механизмов с учетом сил трения .....                | 93         |
| 3.6. Определение новых результатов по главе .....                                                                                              | 100        |
| <b>Глава 4. ДИНАМИКА РАБОЧИХ ОРГАНОВ МЕХАНИЗМА ПРОКЛАДЫВАНИЯ УТКА .....</b>                                                                    | <b>101</b> |
| 4.1. Общие сведения о динамических моделях системы и математических моделях динамических систем .....                                          | 101        |
| 4.2. Поперечные колебания рапир металлотакающих станков .....                                                                                  | 104        |
| 4.2.1. Определение приведенной жесткости гибкой ленты рапиры металлотакающих станков .....                                                     | 104        |
| 4.2.2. Динамические модели рапирных механизмов металлотакающих станков .....                                                                   | 107        |
| 4.2.3. Разработка математической модели динамики движения рапиры .....                                                                         | 112        |
| 4.2.3.1. Определение собственных функций и собственных чисел поперечных колебаний гибкой рапиры .....                                          | 113        |
| 4.2.3.2. Решение неоднородного уравнения поперечных колебаний гибкой рапиры .....                                                              | 118        |
| 4.2.3.3. Построение частного решения неоднородного уравнения поперечных колебаний гибкой рапиры .....                                          | 121        |
| 4.3. Определение новых результатов по главе .....                                                                                              | 124        |
| <b>Заключение .....</b>                                                                                                                        | <b>125</b> |
| <b>ВОПРОСЫ ДЛЯ САМОПОДГОТОВКИ .....</b>                                                                                                        | <b>127</b> |
| <b>Библиографический список .....</b>                                                                                                          | <b>129</b> |

## *Введение*

Современное развитие общества в нашей стране направлено на повышение качества жизни населения. Разнообразие одежды и материалов, из которых она изготавливается, приводит к необходимости создания гибких технологических производств.

На предприятиях текстильной промышленности все еще используется устаревшее технологическое оборудование, но одновременно с этим появляется и современное многофункциональное, компьютеризованное оборудование, в котором частично или комплексно реализуются новые информационные технологии.

Технологические машины – это машины, предназначенные для производства или преобразования материалов и изделий. Это тот комплекс оборудования, которое служит на заводах легкой, машиностроительной, металлургической, лесной, пищевой, полиграфической промышленности и многих других предприятиях. Таким образом, технологическое оборудование – это сердце любого производства [1].

Устаревшее технологическое оборудование не позволяет получать продукцию высокого качества, кроме того, требует все более увеличивающихся затрат на эксплуатацию. В связи с этим важную роль в текстильной промышленности призвана сыграть модернизация оборудования, представляющая собой один из способов улучшения его функциональных свойств в соответствии с современными требованиями.

Модернизация технологического оборудования – это совершенствование конструкций отдельных механизмов и узлов без принципиального изменения компоновки машины. Она является весьма экономичным путем повышения надежности и производительности машин, а также расширения их ассортиментных возможностей, не требует коренной перестройки технологического процесса. Наибольшее значение модернизация имеет как способ промежуточного совершенствования оборудования в период накопления знаний и данных ко-

ренного преобразования конструкции машин. Модернизация может производиться, с одной стороны, в сфере машиностроения (на заводе), с другой – непосредственно в условиях эксплуатации оборудования.

Основной технологической причиной снижения качества выпускаемой продукции является различное натяжение основы и утка по ширине заправки ткацкого станка. Это возникает в результате неправильного взаимодействия рабочих органов исполнительных механизмов с формируемым продуктом.

Технологический процесс ткачества оказывается особенно чувствительным к деформационным свойствам звеньев механизмов, к колебательным процессам в исполнительных механизмах станка. Деформационные и колебательные процессы можно минимизировать на стадии проектирования или модернизации ткацкого оборудования. Решение данных задач можно получить при наличии динамических и математических моделей, учитывающих взаимосвязи между технологическими объектами (нитями основы и утка) и исполнительными механизмами станка.

Таким образом, при решении задач совершенствования и модернизации существующих конструкций и проектирования новых исполнительных механизмов ткацких станков машиностроители неизбежно сталкиваются с задачами кинематического, силового и динамического анализа их узлов и, в частности, одного из самых сложных и нагруженных механизмов ткацкого станка – механизма прокладывания утка.

Привод данного механизма, как правило, осуществляется весьма сложным многозвенным рычажным механизмом, конструкции которых весьма разнообразны. Поэтому знания технических характеристик и технологических возможностей оборудования, пути технического переоснащения предприятий, изготавливающих ткацкое оборудование, являются важными и актуальными для специалистов отрасли.

Представленные в данном учебном пособии сведения о механизмах прокладывания утка ткацких станков позволят обучающимся освоить и приобрести необходимые:

- общие сведения о существующих конструкциях данных механизмов;
- умения по проведению сравнительного анализа конструкций механизмов привода рапир и разработке их уточненной классификации;
- умения в моделировании задач кинематического и кинетостатического анализа механизмов прокладывания;
- знания для проведения синтеза и анализа рычажных механизмов;
- умения в проведении динамических расчетов рабочих органов механизма прокладывания утка.

# **Глава 1. СРАВНИТЕЛЬНЫЙ АНАЛИЗ СУЩЕСТВУЮЩИХ КОНСТРУКЦИЙ МЕХАНИЗМОВ ПРОКЛАДЫВАНИЯ УТКА ТКАЦКИХ СТАНКОВ**

## **1.1. Общие сведения о существующих конструкциях механизмов прокладывания утка**

Большой ассортимент продукции в настоящее время вырабатывается на ткацких станках различных конструкций, которые можно классифицировать [1–5]:

1) *по способу тканеформирования*: станки с классическим принципом тканеформирования, т. е. циклическим, последовательным соединением операций зевообразования, прокладывания уточной нити, прибоа и т. д., и станки с непрерывным способом тканеформирования, в которых совмещены технологические операции зевообразования, прокладывания уточной нити и прибоа;

2) *способу прокладывания уточной нити*: челночные и бесчелночные станки (с микрочелноками, гидравлические, пневматические, рапирные, пневморапирные и др.).

В современном ткацком машиностроении преобладают тенденции выпуска высокопроизводительных бесчелночных ткацких станков. Среди большого разнообразия бесчелночных ткацких станков, основанных на способах прокладки утка с помощью струи сжатого воздуха, струи воды, ледяного шарика, электростатических сил и др., рапирным станкам [1–5] принадлежит особое место.

Отечественный и зарубежный опыт показывает, что наиболее перспективными конструкциями станков для производства тканей специального назначения, в том числе и металлотканей, являются рапирные [2, 5, 6]. Эти станки при относительной простоте конструкции и высокой надежности имеют большие возможности в выработке широкого ассортимента тканей высокого качества из различных видов материалов, обеспечивают значительное снижение шума и вибраций. Например, у металлоткацких рапирных станков по сравнению с челночными металлоткацкими станками уровень шума снизился с 95 до 80 дБ [7].

При применении рапирного способа осуществляется управляемое прокладывание уточной мононити. Начало ее прокладывания, передача в середине зева (если это требуется) и окончание прокладывания за кромкой ткани происходят при почти нулевых скоростях, а движение рапир кинематически связано с работой основных механизмов станка [8]. Преимуществом этого способа прокладки утка является также возможность перерабатывать твердые, склонные к обрывам материалы (например, алюминий) [2]. Отмотка уточной нити осуществляется с большой паковки (диаметр фланца 200 мм, длина 200 мм, вместимость около 12...15 кг металлической проволоки), отсюда, в противоположность употребляемым ранее уточным шпулям, во много раз большая питающая паковка с уточной нитью, чем достигаются значительно более длительное время срабатывания уточной паковки [9], исключение мотального автомата, т. е. отдельной намотки проволочного утка на уточную шпулю, тем самым одной рабочей операции. Посредством отмотки проволочного утка с большой паковки устраняются его закручивания при перемотке на уточную шпулю и достигается получение тканей лучшего качества.

К механизму привода рапир предъявляются следующие требования [2, 3]: движение механизма должно быть согласовано с движением батана и ремизных рамок, привод рапир должен иметь продолжительный выстой в исходном положении (после прокладывания утка) для осуществления прибоа уточины, движение привода рапир должно происходить по определенному закону, механизм должен быть надежен, удобен в обслуживании и безопасен для работающих.

Различают *три вида* ввода уточной нити в зев рапирным способом [2]:

- по способу *Gabler*. Подающая рапира захватывает уточную нить и вводит ее петлей в зев до середины. Принимающая рапира, движущая навстречу подающей, распрямляет эту петлю и заканчивает прокладывание уточной нити;
- способу *Dewas*, который возник за счет усовершенствования способа *Gabler* путем обрезания уточной нити при передаче её от одной рапиры к другой. Прокладывание уточины происходит за отрезанный конец;
- на некоторых станках уточная нить прокладывается единственной рапирой, которая движется через всю ширину станка.

Применение гибких рапир позволяет увеличить рабочую скорость станка, уменьшить его габариты, расширить универсальность. Однако при этом происходит трение рапиры о направляющую, износ, снижается долговечность ленты и т. д.

В 2006 году на международной специализированной выставке кабеля и проволоки WIRE-2006 (г. Дюссельдорф, Германия) фирма *Draweba Maschinenbau GMBH* (Германия) демонстрировала станок модели AW-10M с гибкой рапирой и кулачково-рычажным приводом батана. Ширина станка 1000...1300 мм, диаметр перерабатываемой проволоки 0,1...0,4 мм, скорость до 200 мин<sup>-1</sup>, плотность сеток 8...30 meshes/1" (количество ячеек на просвет на расстоянии в один дюйм).

Станок модели UDAW16/11 (*Draweba Maschinenbau GMBH*) с двумя гибкими рапирами служит для изготовления мелких и мельчайших сеток, применяемых в качестве ситовых и фильтровых, при изготовлении печатных схем для микроэлектроники и т. д.

Фирма *Kioto textile machinery LTD* (Япония) представила станок модели RGK-7 шириной 1650 мм. Станок вырабатывает сетки плотностью 200...12 meshes/1" из проволоки диаметром 0,06...0,5 мм, скорость главного вала 130...160 мин<sup>-1</sup>. На станке имеются одна гибкая рапира, электронный контролер утка *ELITEX* (Чехия) и станция управления, снабженная дисплеем, на котором выведены данные об оборотах, натяжении основы, плотности сетки.

Фирма *Trinca* (Италия) выставила станок модели TN2E с одной гибкой рапирой. Плотность вырабатываемой из проволоки диаметром 0,03...0,3 мм сетки от 2 до 1000 meshes/1". Скорость станка регулируется бесступенчатым приводом (до 160 мин<sup>-1</sup>) главного вала. Привод батана – рычажный с двух сторон. Станок снабжен электронным контролером целостности точной проволоки SW1OG фирмы *LÖPFE* (Германия).

Некоторые технико-экономические характеристики металлотающих станков с гибкими и жесткими рапирами ведущих зарубежных и отечественных фирм представлены в табл. 1.1.



Таблица 1.1

## Технико-экономические показатели металлорежущих станков

| Фирма (страна)                                 | Модель станка | Заправочная ширина, см | Скорость, прокид./мин | Плотность вырабатываемых сеток | Перерабатываемый материал                                                              |
|------------------------------------------------|---------------|------------------------|-----------------------|--------------------------------|----------------------------------------------------------------------------------------|
| <i>С ГИБКИМИ РАПИРАМИ</i>                      |               |                        |                       |                                |                                                                                        |
| <i>Draweba Maschinenbau GMBH</i><br>(Германия) | AW-10M        | 100–130                | до 200                | 8–30, meshes/1”                | проволока диаметром 0,1...0,4 мм                                                       |
|                                                | UDAW 16/11    | 100–160                | до 160                | 635–25                         | то же 0,016...0,25 мм                                                                  |
|                                                | UDAW 321      | 100–160                | 140–70                | 200–8                          | то же 0,063...0,25 мм                                                                  |
|                                                | UDAW 32       | 100–190                | до 200                | 113–8                          | то же 0,1...0,5 мм                                                                     |
|                                                | UDAW 40       | 100–130                | до 160                | 32–4                           | то же 0,5...1 мм                                                                       |
| <i>Jager</i><br>(Германия)                     | BD-400        | 130–160                | до 170                | 40–400                         | то же 0,03...0,3 мм                                                                    |
|                                                | BD-500        | 130–250                | 120–200               | 20–200                         | то же 0,05...0,4 мм                                                                    |
|                                                | BD-600        | 130–250                | 110–100               | 10–100                         | то же 0,1...0,7 мм                                                                     |
| <i>Kioto Textile Machinery LTD</i><br>(Япония) | RGK-7         | 165                    | 130–160               | 200–12                         | то же 0,06...0,5 мм                                                                    |
| <i>Trinca</i> (Италия)                         | TN2E          | до 160                 | до 160                | 2–1000                         | то же 0,03...0,3 мм                                                                    |
| <i>С ЖЕСТКИМИ РАПИРАМИ</i>                     |               |                        |                       |                                |                                                                                        |
| <i>Draweba Maschinenbau GMBH</i><br>(Германия) | UDAW-16       | 100–130                | 140–80                | —                              | контрольные и фильтровые сетки с высокой точностью ячеек                               |
| <i>Jager</i> (Германия)                        | SD-400        | 100–230                | 160–90                | —                              | тонкие и тончайшие сетки из проволоки толщиной 0,5 мм и менее                          |
| <i>SPEE</i><br>(Германия)                      | G-140         | до 122                 | 125                   | —                              | то же 0,1...0,017 мм                                                                   |
| <i>Чебоксарский машинозавод</i><br>(Россия)    | СТР           | 100–130                | до 120                | —                              | тканые сетки с квадратными ячейками контрольной и высокой точности<br>фильтровые сетки |

В настоящее время существует много вариантов привода рапир, которые по расположению на станке условно можно разделить на две группы [3].

К *первой группе* относятся механизмы, установленные на неподвижной раме станка и отделенные от батана. Рапира движется в неподвижных направляющих или без них.

Ко *второй группе* относятся механизмы, установленные на батане. Рапира движется в направляющих, расположенных на батане; кроме поступательного движения в зеве, вместе с батаном она совершает качательное движение.

Различие в механизмах первой и второй групп имеет принципиальное значение с точки зрения работоспособности станка.

Преимущество механизмов первой группы в том, что батан имеет облегченную конструкцию, так как не несет на себе звеньев механизмов привода рапир. Конструктивно механизмы первой группы проще и имеют меньше звеньев.

В механизмах второй группы движение рапиры более надежно, так как она располагается на батане, и время ее движения за цикл может быть увеличено. При этом уменьшается скорость рапиры, улучшаются динамические условия работы рапирного механизма. Масса батана у механизмов второй группы значительно больше, чем у механизмов первой группы, что ухудшает динамические условия работы всего станка.

Вместе с тем в станках, предназначенных для выработки уплотненных тканей, увеличение массы батана обеспечивает условие формирования ткани при так называемом инерционном прибое. Инерционный прибой осуществляется в основном за счет сил инерции батана, в то время как безынерционный прибой происходит за счет энергии приводного электродвигателя.

В настоящее время ведутся работы в обоих направлениях. В станках с инерционным (или частично инерционным) прибоем могут вырабатываться ткани с широким диапазоном плотностей по утку. Следовательно, ассортиментные возможности этих станков являются более широкими.

## 1.2. Сравнительный анализ конструкций механизмов привода жестких рапир

Механизмы приводов жестких рапир, установленные на неподвижной раме станка, по структуре делятся на следующие типы [2, 3]:

- *рычажные* (стержневые), основанные на использовании вариантов кинематических цепей с низшими парами;
- *планетарные*, в которых использованы зубчатые планетарные передачи;
- *реечного типа*, в которых рапира выполнена в виде зубчатой рейки и приводится в движение от зубчатой передачи;
- *с гибкими связями*, в которых рапира прикреплена к гибкому органу (цепи и т. п.), совершающему возвратно-поступательное движение, и др.

Из механизмов приводов жестких рапир, установленных на *батане*, следует выделить:

- механизмы *рычажного* (стержневого) типа;
- *планетарные* механизмы с зубчатым ремнем и др.

Рассмотрим основные схемы рапирных механизмов. Характерной чертой механизмов жестких рапир *рычажного* (погоняльного) типа является наличие звена, напоминающего по форме и размерам погонялку челночного станка. Погонялка совершает возвратно-вращательное движение, причем верхний конец ее соединен с рапирой, движущейся в неподвижных направляющих.

На рис. 1.1 изображен стержневой механизм фирмы *Fatex* (Франция) [3].

Уточная нить прокладывается рапирой *1*, которая совершает возвратно-поступательное движение. Внешний конец рапиры крепится к ползуну *2*, приводимому в движение по направляющей *3* при помощи погоняльного рычага *4*, который шарнирно соединен с рычагом *5*.

Рычаг *4* приводится в движение стержнем *6* и кривошипом *7*, приводимым в движение от главного вала станка. Этот привод находится в основе рапирного станка типа *Wer* и его моделей, выпускаемых фирмами *Matesa* (Испания) и *Fatex* (Франция).

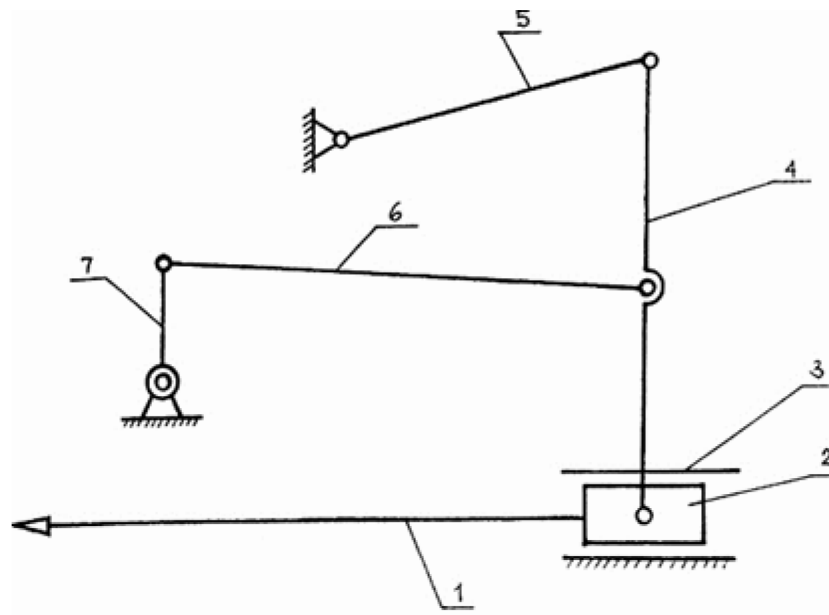


Рис. 1.1. Механизм привода рапир (Fatex, Франция)

Привод к механизму рычажно-стержневого типа может быть осуществлен от главного вала либо от подбатанного вала, что является принципиально важным для оценки конструкции.

На рис. 1.2 изображен механизм привода жестких рапир станка MAV фирмы SACM (Франция) [2, 3].

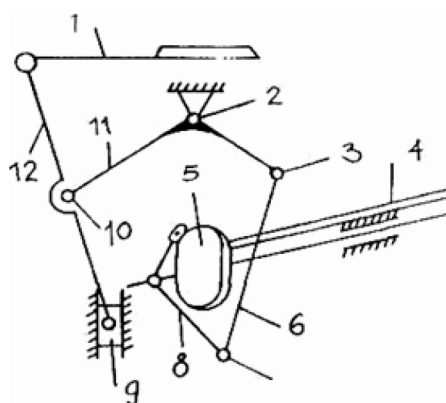


Рис. 1.2. Механизм привода рапир станка MAV (SACM, Франция)

На батане расположена погонялка 12, верхний конец которой шарнирно соединен с рапирой 1, а нижний находится в пазу направляющей 9, также укрепленной на батане. Двухплечий рычаг 11, имеющий ось вращения в точке 2, шарнирно соединен с погонялкой в точке 10.

Движение рычага 11 осуществляется от главного вала 4 через кулачок 5, толкатель 8 и тягу 6, которая кинематическими парами 3 и 7 соединяется с рычагом и толкателем.

Звенья 1, 9, 11, 12 расположены в плоскости, перпендикулярной плоскости, где расположены звенья 5 и 8. Поэтому вид кинематических пар не может быть произвольным, возможна комбинация, например, двух сферических шарниров.

На рис. 1.3 изображен привод жестких рапир фирмы *Zobretex* (Германия).

Ось вращения погонялки 5 расположена на бруске батана 4. Нижний конец погонялки 3 (ролик) входит в паз кулачка 2, закрепленного на подбатанном валу 1.

Верхняя часть погонялки посредством поводка 6 шарнирно соединена с рапирой. При вращении вала 1 кулачок 2, и погонялка 5 совершает возвратно-качательное движение.

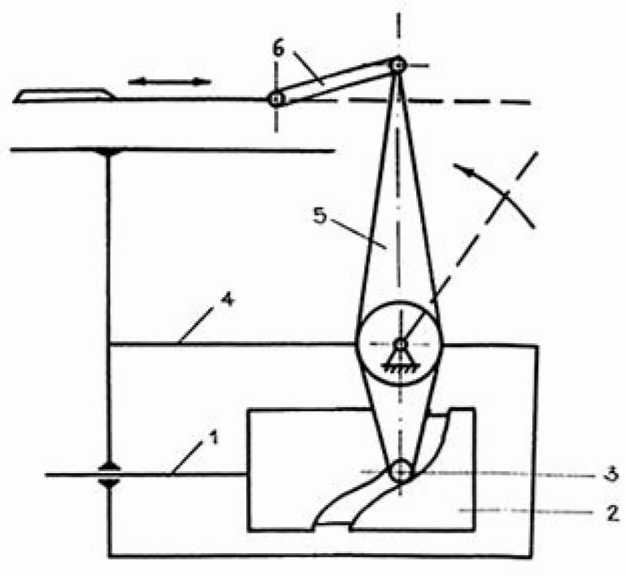


Рис. 1.3. Механизм привода рапир (*Zobretex*, Германия)

Рапиры выполнены из бакелита и не требуют смазки. При движении рапира не соприкасается с зубьями берда и не портит их. Высота зева около 60 мм, что предохраняет нити основы от износа.

Станки с приводом рапир по типу планетарных механизмов выпускаются фирмами *Officine Galileo* (Италия), *I. Gusken* (Германия), *L. Dornier* (Германия), *F. Roscher* (Германия) и Климовским машиностроительным заводом (Россия; до 90-х годов XX века) [3].

На рис. 1.4 представлена схема привода рапир станка модели SN-Super фирмы *Officine Galileo* (Италия).

Уточная нить прокладывается двумя жесткими рапирами, встречающимися в середине зева. Рапира 6 приводится в движение посредством планетарного механизма, состоящего из неподвижного зубчатого колеса 1, зубчатых колес 3 и 4,

установленных на водиле 2. С зубчатым колесом 4 жестко закреплен шатун 5, к которому шарнирно присоединена рапира 6.

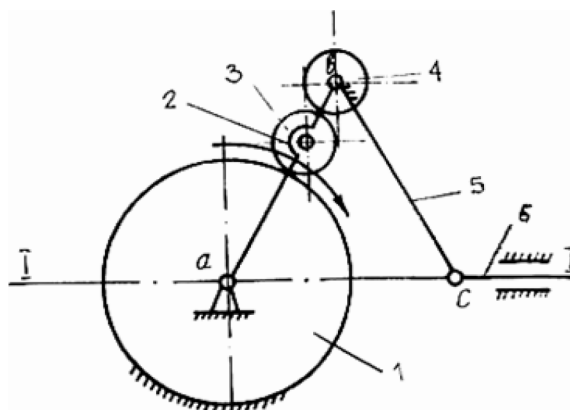


Рис. 1.4. Механизм привода рапир станка модели *SN-Super* (*Officine Galileo*, Италия)

Достоинством данного механизма является компактность, в тоже время он неуравновешен относительно оси вращения водила 2 за счет введения промежуточного зубчатого колеса 3.

Этого недостатка лишен механизм привода рапир модели *Gripcomaf* фирмы *F. Roscher* (Германия) [3] (рис. 1.5).

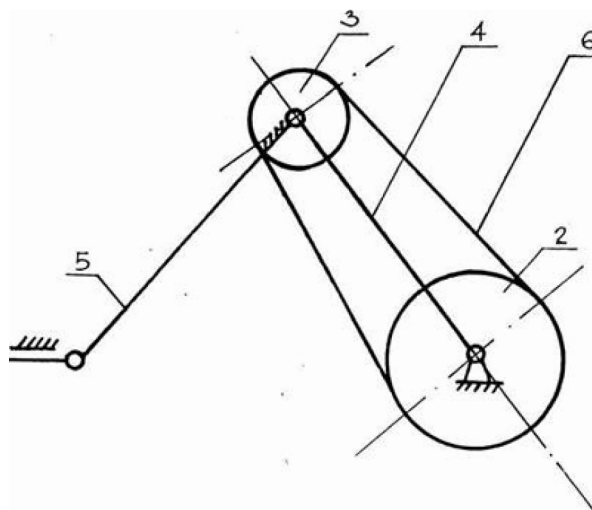


Рис. 1.5. Механизм привода рапир *Gripcomaf* (*F. Roscher*, Германия)

В этом станке рапира 1 приводится в движение с помощью планетарного механизма, состоящего из неподвижного зубчатого шкива 2 и подвижного шкива 3, установленного на водиле 4. Шкив 3 жестко соединен с рычагом 5, несущим рапиру 1.

Шкивы 2 и 3 соединены друг с другом плоскозубчатым ремнем 6. Такая планетарная передача позволила создать компактный и быстроходный механизм привода рапир. Однако межцентровое расстояние между шкивами 2 и 3 должно быть строго постоянным для обеспечения заданного закона движения рапир. Ввиду этого невозможно предусмотреть регулировку натяжения ремня.

Возникают трудности и в монтаже данной передачи, так как ремень в процессе работы должен иметь начальное натяжение для обеспечения его зацепления со шкивом. При недостаточном натяжении зубья могут выйти из зацепления и вызвать разрушение ремня.

Привод рапир отечественных лентоткацких станков АТПР (рис. 1.6) отличается от привода рапир станка SN-Super (см. рис. 1.4) наличием второго промежуточного зубчатого колеса, что дает возможность путем поджатия промежуточных колес выбирать люфт в зубчатом зацеплении планетарной передачи. Это уменьшает вибрацию рапир, увеличивает надежность прокладывания уточины в зеве и обеспечивает более плавную работу механизма, но ресурс работы промежуточных зубчатых колес невелик ввиду быстрого износа зубьев.

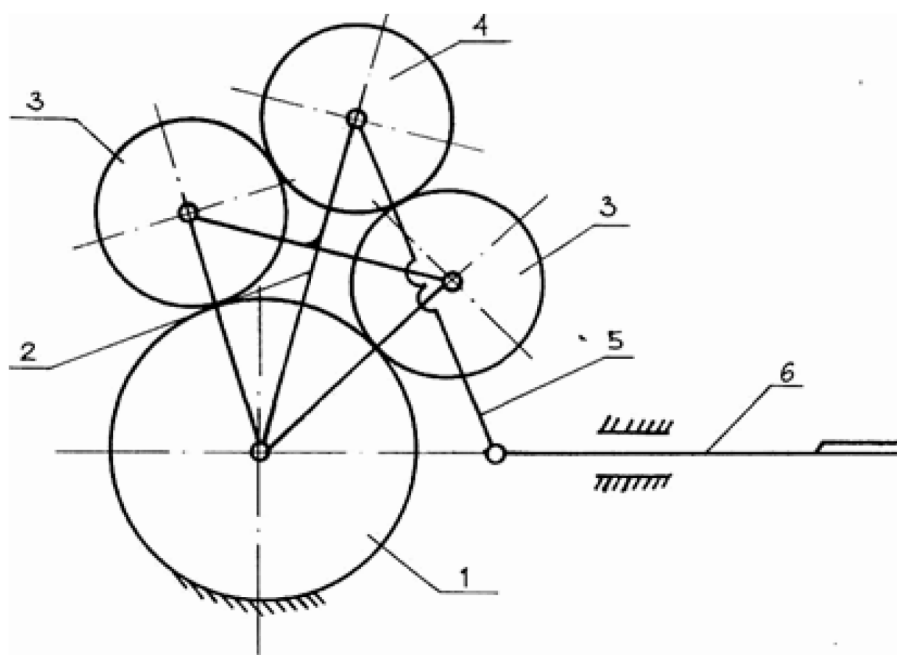


Рис. 1.6. Механизм привода рапир станков типа АТПР

На рис. 1.7 изображена пространственная схема механизма привода рапир станков типа АТПР.

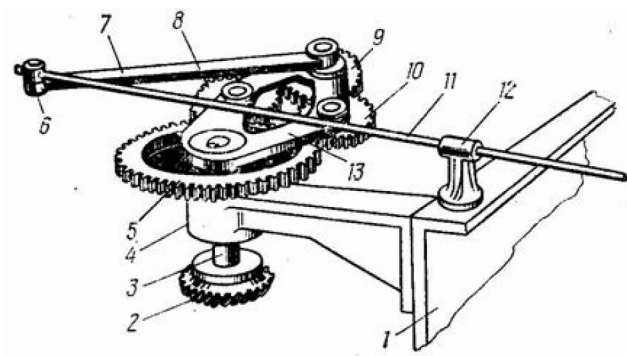


Рис. 1.7. Планетарный прямолинейно-направляющий механизм привода рапир, расположенный в горизонтальной плоскости

На раме 1 станка закреплена консоль 4, на которой жестко установлено центральное зубчатое колесо 5. Через консоль 4 проходит вертикальный вал 3, приводимый в движение от главного вала станка через косозубое колесо 2.

На верхнем конце вертикального вала закреплено водило 13, через которое проходят оси зубчатых сателлитных колес 8, 10, 9. Сателлиты 8 и 10 свободно вращаются на своих осях и зацепляются с неподвижным центральным колесом 5. Сателлит 9 жестко соединен с шатуном 7.

Размеры механизма подобраны так, чтобы цилиндрический шарнир 6 двигался по прямой, расположенной перпендикулярно основным нитям.

Рапира 11 соединена с шарниром 6 и имеет неподвижную направляющую 12 на раме станка.

Такой же механизм использован на двухполотенном ворсовом ткацком станке фирмы *Gusken* (Германия) [2, 5].

На рис. 1.8 показана другая модификация планетарного прямолинейно-направляющего механизма, который используется для привода рапир и расположен в вертикальной плоскости.

Механизм приводится в движение от главного вала 3 станка через водило 4, на котором находится зубчатое колесо (сателлит 5), зацепляющееся с неподвижным зубчатым колесом 2. Сателлит 5 имеет палец, образующий цилиндрический шарнир с шатуном 6, который с помощью рычага 7 через плечо 8 пере-



дает движение рапире 9. Планетарная передача 3, 4, 5, 2 реализует неравномерное движение по гипоциклоиде.

Собственно прямолинейно-направляющим механизмом является эллипсограф, состоящий из звеньев 7, 8 и 1. Преимуществом этого устройства является целесообразное использование пространства. Некоторым неудобством может быть вертикальное расположение ползуна, поскольку это может привести к вытеканию масла. Последнее относится также к механизмам станков *Draper* (США) и *SACM* (Франция).

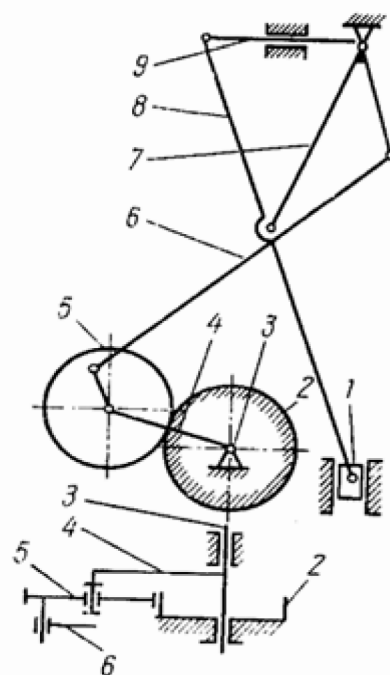


Рис. 1.8. Планетарный прямолинейно-направляющий механизм привода рапир, расположенный в вертикальной плоскости

На рис. 1.9 изображен механизм привода рапир реечного типа [10]. Кривошип 1 через шатун 2, коромысло 3, выполненное в виде зубчатого сектора, и зубчатую передачу 4 перемещает зубчатую рейку-рапир 5. Рапира в виде зубчатой рейки имеет большую массу, что вызывает значительные инерционные нагрузки на звенья механизма. Неизбежность люфтов в зубчатых передачах влияет на точность движения рапиры, что приводит к ненадежному захвату утка. По этим причинам данный механизм не получил практического применения.

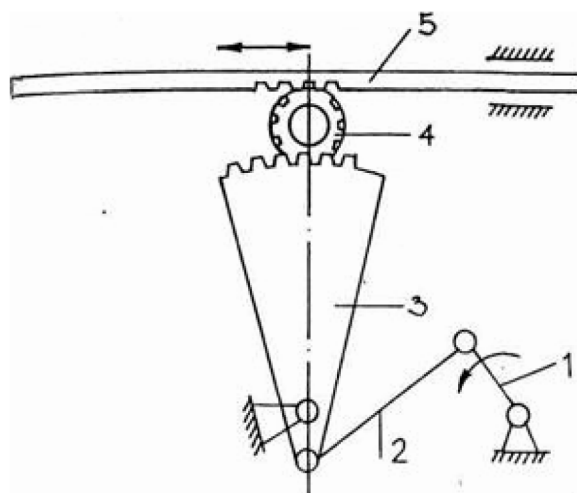


Рис. 1.9. Механизм привода рапир реечного типа

На рис. 1.10 приведена схема механизма привода рапир с гибкими связями [3]. Рапиры расположены на барабане 8 и перемещаются последовательно одна за другой с некоторым отставанием.

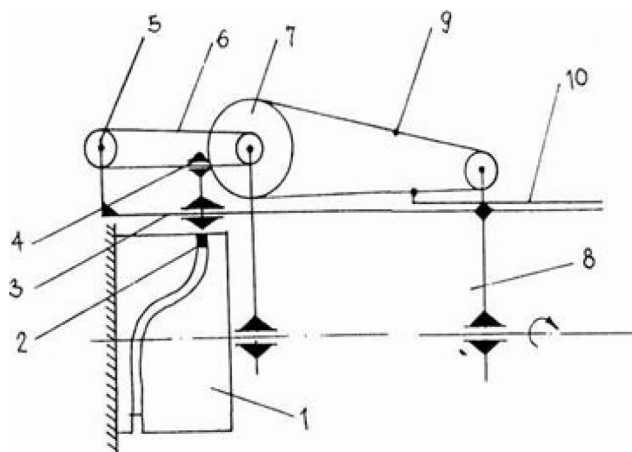


Рис. 1.10. Механизм привода рапир с гибкими связями

Рапира 10 получает движение от кулачка 1, в паз которого входят 12 роликов 2, прикрепленных к движкам 4, перемещающихся вдоль направляющей трубки 3. При вращении кулачка 1 движок 4 с роликом 2 получает возвратно-поступательное движение вдоль направляющей трубки 3 и посредством гибкой связи 6, к которой он прикреплен, приводит в движение блоки 5 и 7. Рапира 10 прикреплена к гибкой связи 9, в результате чего и получает возвратно-поступательное движение.

Используя этот же принцип, конструкторы в Англии создали станок Onemask (*J. Мекку and Sons*). Станок предназначен для выработки мешочных тканей полотняного и саржевого переплетения и работает на принципе волнообразного зева. Аналогично на этом же принципе в Италии был создан станок Gentilini-Ripamonti [2, 3], предназначенный для выработки кордных и мешочных тканей. Механизмы с гибкими связями применяются также на специальных многозевных ткацких станках, где не требуются большие скорости рапир.

### 1.3. Сравнительный анализ конструкций механизмов привода гибких рапир

Для привода гибких рапир в соответствии с классификацией [2, 3] применяются также различные виды механизмов: шарнирно-стержневые плоские и пространственные механизмы, кулачковые, с кинематическим замыканием, плоские и пространственные механизмы, зубчатые передачи с различными ви-

дами зубьев, передачи с плоскозубчатым ремнем, цепочные передачи и др. Выбор той или иной механической связи диктуется требованиями высокой надежности при работе механизмов и, безусловно, достижением необходимой производительности технологического процесса.

Главная особенность механизмов приводов гибких рапир заключается в передаче движения от главного вала станка к перпендикулярному ему валу приводной звездочки (шкива).

На рис. 1.11 показана схема механизма привода рапир и батанного механизма рапирного станка СТР-8-250 с шириной заправки 250 см, изготовленного Шуйским машиностроительным заводом им. М. В. Фрунзе (г. Шуя, Ивановская область).

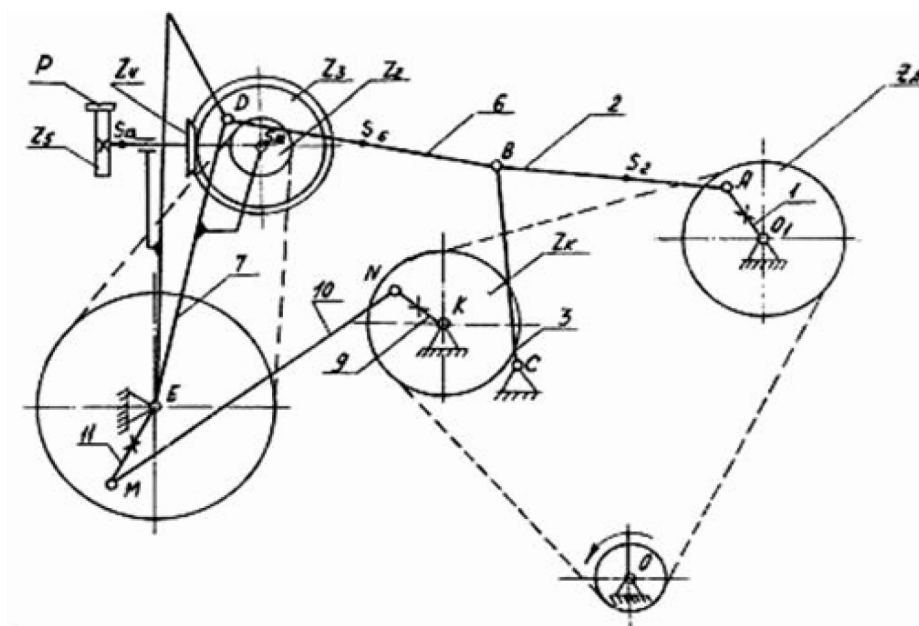


Рис. 1.11. Схема механизма привода рапир и батанного механизма станка СТР-8-250

Батанный и рапирный механизмы имеют между собой кинематическую связь.

Батанный механизм – стержневой шестизвенный. Батан 7 получает возвратно-вращательное движение от коленчатого вала 1 посредством шатуна 2, коромысла 3 и шатуна 6.

Механизм привода рапиры – дифференциальный. Рапира P получает движение через зубчатый шкив  $Z_5$  и зубчатые колеса  $Z_4$ ,  $Z_3$  от зубчатого шкива  $Z_2$ ,

который, в свою очередь, получает движение от батана 7 и через зубчатый ремень от зубчатого шкива  $Z_1$ . Зубчатый шкив  $Z_1$  получает движение от жестко связанного с ним коромысла 11, входящего в состав четырехзвенного стержневого механизма. Кривошип 9 приводится во вращение посредством зубчатого ремня от двигателя через зубчатые шкивы  $Z_A$  и  $Z_K$ .

Схема рапирного ткацкого станка Thema 11E производства фирмы *Somet* (Италия) показана на рис. 1.12.

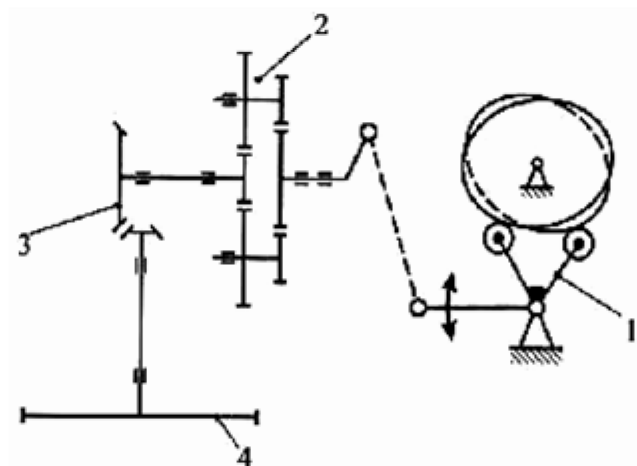


Рис. 1.12. Схема рапирного ткацкого станка Thema 11E (*Somet*, Италия)

Привод рапиры осуществляется от плоского кулачкового механизма 1, в котором имеется двухступенчатый редуктор 2 с цилиндрическими шестернями, движение от которого передается через коническую пару зубчатых колес 3 звездочке 4 гибкой рапиры.

На ткацких станках с гибкими рапирами Р-190 (г. Новосибирск, Россия), фирм *Sulzer Ruti* (Швейцария), *Nuovo Pignone* (Италия), *Picanol* (Италия) конические зубчатые передачи заменены пространственным четырехзвенным сферическим механизмом (рис. 1.13).

Особенность этого механизма состоит в том, что он имеет только цилиндрические кинематические пары, все оси которых пересекаются в одной точке, что позволяет использовать стандартные опоры качения повышенной точности.

Кривошип 1 приводится от главного вала и передает движение шатуну 2, который соединяется с крестовиной 3, имеющей возможность поворачиваться во-

круг оси 4, параллельной оси вращения 5 приводной звездочки 6 рапиры 7. При вращении кривошипа 1 крестовина 3 получает качательное движение, которое передается через поводок 8 зубчатому сектору 9 и шестерне 10, закрепленной на одном валу 5 с приводной звездочкой 6. Регулирование перемещения рапиры 7 осуществляется перемещением поводка 8 по пазу в зубчатом секторе 9.

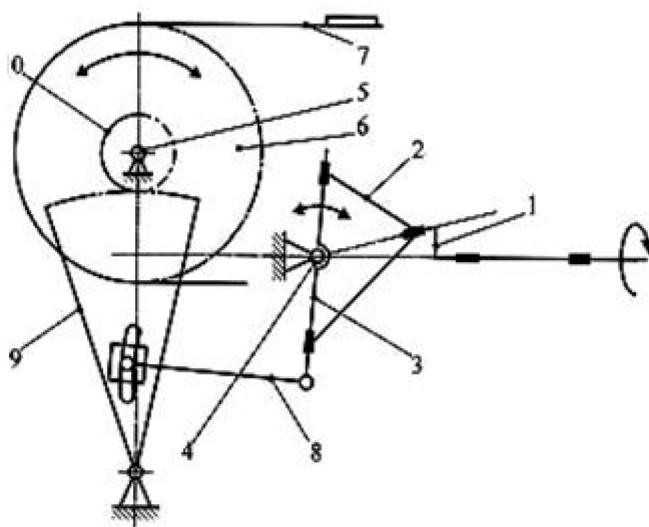


Рис. 1.13. Схема механизма прокладывания утка станка P-190

В приводе рапир системы «Пропеллер» (*Vamatex*, Франция), показанном на рис. 1.14, за счет применения винтовой кинематической пары заменены все зубчатые передачи. Кривошипно-ползунный механизм *ABC* сообщает возвратно-поступательное движение ползуну 1, который с одной стороны перемещается по направляющей 2, а на другой стороне несет гайку 3, перемещающуюся по многозаходному винту 4 постоянного или переменного шага с большим углом подъема винтовой линии.

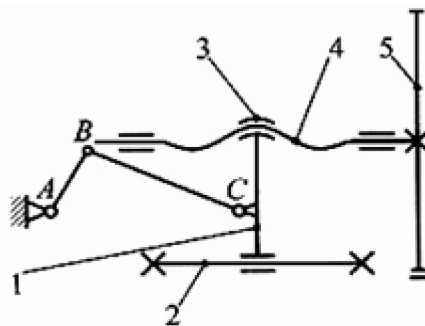


Рис. 1.14. Схема механизма прокладывания утка системы «Пропеллер» (*Vamatex*, Франция)

Возвратно-поступательное перемещение гайки 3 преобразуется во вращательное движение винта 4 и звездочки 5, передающей движение гибкой рапире. Регулирование хода рапиры производится изменением длины кривошипа *AB*.

На рапирных ткацких станках фирм *Snoesk* (Бельгия), *Nuovo Pignone* (Италия) и др. применяется механизм, представленный на рис. 1.15.

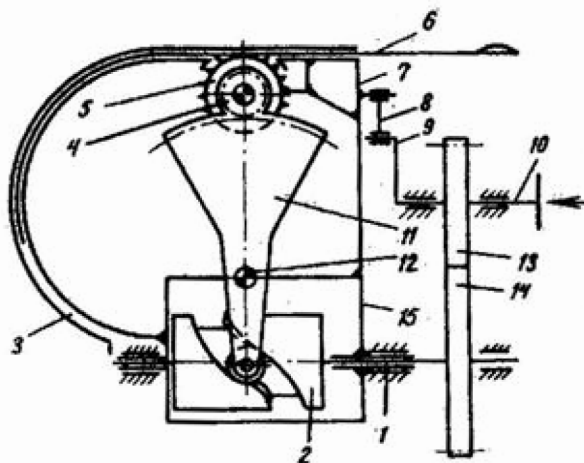


Рис. 1.15. Механизм прокладывания утка ткацких станков с пространственным кулачком (*Snoesk*, Бельгия и *Nuovo Pignone*, Италия)

На батане 15 установлена рама 7, на которой смонтированы направляющая 3 для рапиры 6, звездочка 5, приводная шестерня 4, зубчатый сектор 11 с осью вращения в точке 12. Ролик сектора 11 перемещается в пазу пространственного кулачка 2, закрепленного на подбатанном валу 1. От главного вала 10 через кривошип 9, шатун 8 приводится в движение батан 15, а через шестерни 13 и 14 – подбатанный вал 1 с кулачком 2. Зубчатая передача 11, 4 осуществляет перемещение ленты рапиры 6, которая снабжена перфорацией, зацепляющейся с ведущей звездочкой 5. При увеличении рабочей ширины станка площадь, занимаемая механизмом прокладывания уточной нити, остается без изменения [5].

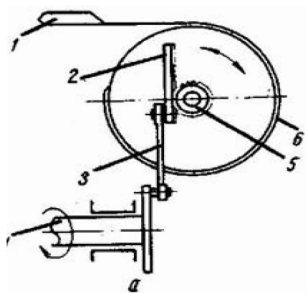


Рис. 1.16. Схема механизма прокладывания утка рычажного типа с зубчатой рейкой ткацких станков модели DSL (*Draper*, США)

На рапирных ткацких станках модели DSL (*Draper*, США) используется рычажный механизм с зубчатой рейкой (рис. 1.16). От главного вала 4 через шатун 3 получают движение рейка 2, зубчатое колесо 5 и шкив 6, на котором закреплена рапира 1. Весь механизм крепится на раме станка, поэтому при про-

кладывании нити батан должен быть неподвижным.

Аналогичный по конструкции механизм прокладывания утка используется в ткацких станках фирмы *Dewatex* (Франция) [3].

#### **1.4. Разработка уточненной классификации механизмов прокладывания утка с помощью рапир**

Проведенный в данной главе анализ механизмов прокладывания утка в зеве основы показывает, что механизмы привода рапир можно разделить:

- по типу рапир;
- количеству рапир;
- расположению на ткацком станке;
- типу ввода уточной нити в зев;
- типу привода.

На рис. 1.17 приведена уточненная классификация механизмов прокладывания утка с помощью рапир.

В частности, достаточно подробно рассмотрена классификация рапирных механизмов по типу привода:

- зубчатые дифференциальные механизмы;
- зубчатые механизмы с неподвижными осями вращения (мультипликаторы);
- зубчато-рычажные механизмы;
- механизмы с винтовой парой;
- кулачково-рычажные механизмы;
- рычажные (стержневые) механизмы;
- механизмы с индивидуальным двигателем.

Кроме этих механизмов, выделены типы механизмов, наиболее применяемые в ткацких станках специального назначения, а именно, в металлотацких станках. К таким механизмам можно отнести дифференциально-рычажные, рычажные механизмы III класса с трёхповодковыми группами и пространственные рычажные механизмы с приводом от кривошипа и кулачков.

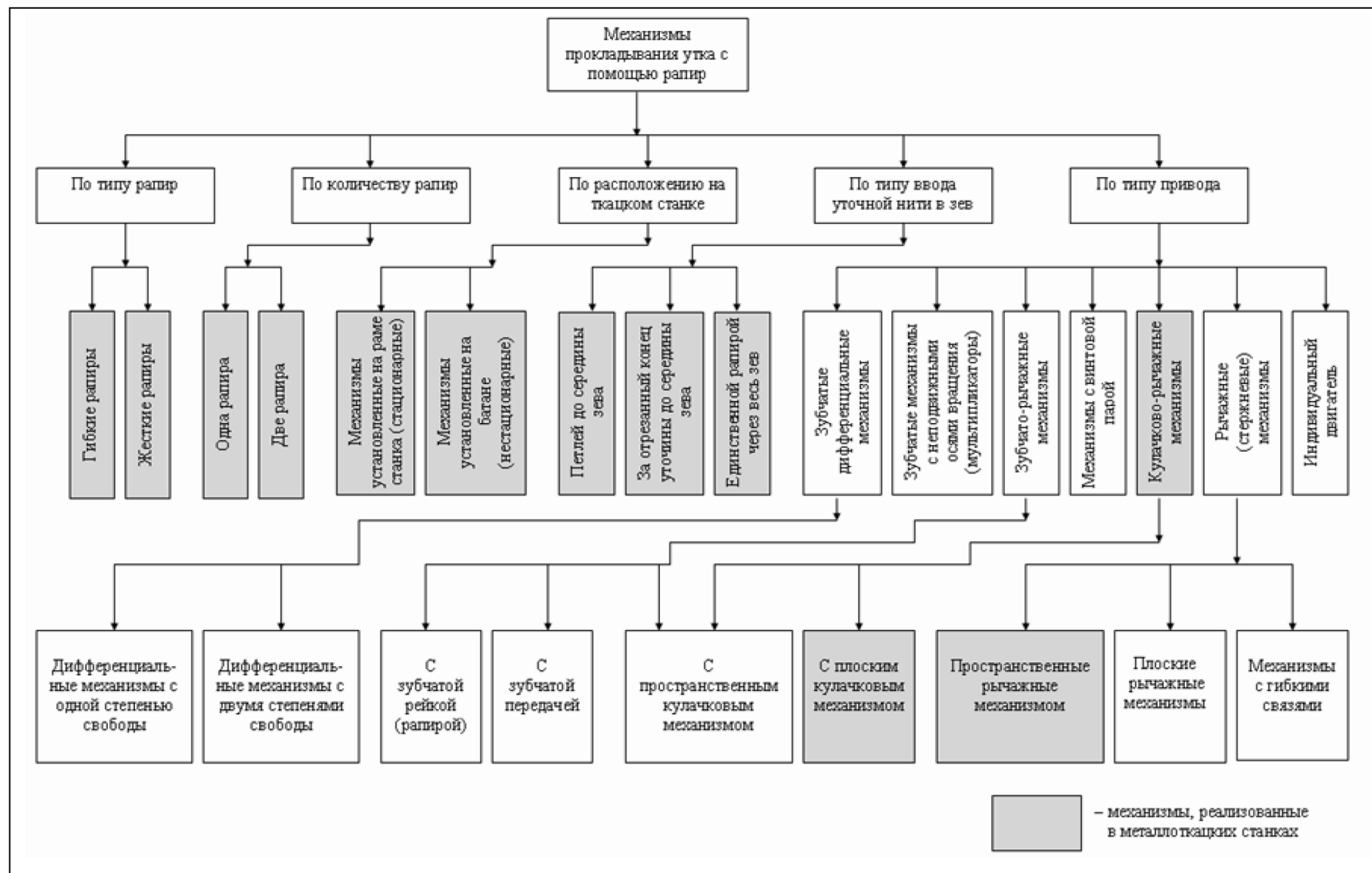


Рис. 1.17. Классификация механизмов прокладывания утка с помощью рапир



### **1.5. Определение новых результатов по главе**

1. Проведен сравнительный анализ существующих конструкций механизмов прокладывания утка в ткацких станках.

2. Разработана классификация конструкций механизмов прокладывания утка:

- по типу рапир;
- количеству рапир;
- расположению на ткацком станке;
- типу ввода уточной нити в зев;
- типу привода.

3. Разработана уточненная классификация механизмов прокладывания уточной нити. Классификация позволит повысить качество анализа и оценить на этапе проектирования конструктивные параметры механизмов прокладывания утка.

## **Глава 2. МОДЕЛИРОВАНИЕ ЗАДАЧ КИНЕМАТИЧЕСКОГО АНАЛИЗА МЕХАНИЗМОВ ПРОКЛАДЫВАНИЯ УТКА**

### **2.1. Общие сведения по решению вопросов моделирования задач кинематического анализа механизмов прокладывания утка**

Создание нового высокотехнологичного ткацкого оборудования невозможно без глубокого знания кинематических и динамических характеристик механизмов, входящих в данное оборудование. Нельзя спроектировать в короткие сроки станок с параметрами, близкими к оптимальным, поскольку это, безусловно, отражается на его производительности, надёжности и долговечности.

Кинематический анализ состоит в решении задач определения:

- положений звеньев и траекторий, описываемых точками звеньев;
- радиуса кривизны траектории движения в любой ее точке;
- угловых скоростей и угловых ускорений звеньев;
- скоростей и ускорений отдельных точек звеньев.

Все существующие методы кинематического анализа механизмов условно можно разделить на графические, графоаналитические и аналитические. К наиболее ранним методам относятся графические и графоаналитические: метод точек Ассура, метод диаграмм, ложных планов, замены ведущего звена и др. Их обзор дан И. И. Артоболевским [11]. Одним из наиболее распространенных графоаналитических методов является метод построения планов положений, скоростей и ускорений механизма, предложенный немецким ученым О. Мором (см. в [12]). Однако, когда ведётся систематическое, углублённое исследование какого-либо определённого типа механизмов, более удобен аналитический метод. Аналитические методы кинематического анализа механизмов сводятся к совместному решению уравнений проекций на оси координат контура механизма с последующим дифференцированием полученных уравнений. Независимо от класса рычажного механизма определение первой и второй передаточных функций обычно сводится

к решению системы линейных уравнений и, как правило, не вызывает затруднений [13, 14]. Решение задачи о положении звеньев механизма зависит от класса рычажного механизма: для механизма II класса она решается в явном виде, для рычажных механизмов более высоких классов существенно усложняется.

К аналитическим методам кинематического исследования относятся: векторный метод Н. Г. Бруевича [15], метод П. А. Лебедева [16], метод преобразования координат Ю. Ф. Морошкина [17], метод моделирования механизмов с помощью теории графов В. А. Тышкевича и Ю. А. Петрова [18] и др.

Наиболее широкое применение нашел метод, предложенный В. А. Зиновьевым [19]. Метод основан на решении уравнений замкнутости векторных контуров и на представлении кинематической цепи в виде нескольких векторных контуров, проецирование которых на координатные оси, как правило, приводит к системе трансцендентных уравнений относительно обобщенных координат звеньев механизма. Эта система уравнений может быть решена аналитическими (для простых кинематических цепей) либо численными способами. Н. И. Левитский в работах [12, 22] предлагает находить численным способом искомые углы только для начального положения механизма, а для каждого из последующих положений в качестве первого приближения использовать уточненные значения углов, полученные для предыдущего положения. Метод векторных контуров находит широкое применение при анализе механизмов II класса, а также при анализе шестизвенных механизмов III и IV классов с различным сочетанием вращательных и поступательных пар.

Э. Е. Пейсах [20] предлагает свести исходную нелинейную систему уравнений к одному алгебраическому уравнению. Применение данного способа к шестизвенным шарнирным механизмам с четырехзвенными группами Ассура двух разновидностей показано в работе [21]. Задача определения положений по этому методу сводится к отысканию вещественных корней алгебраического уравнения шестой степени.

Ю. Ф. Морошкин [17] для составления уравнений замкнутости векторных контуров предложил метод преобразования координат. Согласно этому методу, с

каждым звеном механизма связывается своя система координат и составляются уравнения их преобразования. Уравнения имеют матричную форму и позволяют получить координаты точки, находящейся на одном звене, в системе координат, связанной с каким-либо другим звеном.

Метод инверсии (иначе: перемены ведущего звена, замены начального звена) [19] основан на свойстве некоторых механизмов, состоящих из групп Ассура, менять свой класс в зависимости от того, какое из звеньев механизма принято за входное. Для некоторых механизмов этот метод позволяет получить структуру с более простыми группами Ассура (меньшее число звеньев): например, шестизвенный механизм III класса можно рассматривать как механизм II класса. Примеры применения этого метода связаны лишь с шестизвенным механизмом с трехповодковой группой.

Известен метод размыкания кинематической цепи (метод ложных положений), разработанный И. И. Артоблевским [11]. В кинематической цепи размыкается один или несколько шарниров, что позволяет вместо одной сложной по структуре цепи рассматривать несколько более простых. Для каждого разомкнутого шарнира определяются возможные геометрические места его положений, как принадлежащего двум различным более простым цепям. Действительное положение разомкнутых шарниров (следовательно, и всей цепи) определится пересечением соответствующих геометрических мест точек размыкания.

По методу вставки звена, предложенному В. В. Добровольским (см. в [22]), из исследуемой кинематической цепи (механизм или группа Ассура) отбрасывается одно или несколько звеньев, пока оставшаяся цепь не распадется на ряд механизмов более простой структуры. Звеньям полученных механизмов придают движение, определяя такие их положения, при которых можно будет вставить удаленное звено.

Метод условных обобщенных координат, предложенный У. А. Джолдасбековым [23], представляет собой объединение метода инверсии с методом вставки звена в численно-аналитической форме с использованием метода преобразования координат в матричной форме. Метод позволяет провести анализ группы

Ассура любого класса и порядка, с его помощью могут быть решены задачи о числе вариантов сборки механизма, условиях существования кривошипа и др.

Для решения задачи о положениях можно применять метод треугольников О. Г. Озола [24]. Метод связан с возможным представлением любого замкнутого контура в виде треугольников, причем эти треугольники могут быть как изменяемыми, так и неизменяемыми. Расчетная схема обычно состоит из трансцендентных уравнений трех типов и требует для своего решения знания приближенного положения звеньев. Автор предлагает решать систему численным способом. Известна и другая форма применения метода треугольников [20].

Как правило, каждый из изложенных методов предназначен для решения задачи анализа конкретного класса механизмов либо структурных групп. Пока не существует единого способа, который мог бы позволить решить задачу кинематического анализа рычажного механизма произвольной структуры в полной постановке.

Рассмотрим методы кинематического синтеза рычажных механизмов, в развитие которых большой вклад внесли И. И. Артоболевский, В. А. Зиновьев, Н. И. Левитский, Э. Е. Пейсах и др. Целью кинематического синтеза рычажного механизма является определение постоянных параметров его кинематической схемы исходя из сформулированной заранее постановки задачи синтеза.

Методы решения задач синтеза рычажных механизмов, как правило, являются приближенными. По способу реализации их можно разделить на аналитические, графоаналитические и графические. Далее рассмотрим только аналитические методы, которые можно разделить на оптимизационные и аппроксимационные.

В области аналитического синтеза многозвенных плоских рычажных механизмов Э. Е. Пейсахом [25, 26] на основе кинематических возможностей шестизвенного шарнирного механизма II класса поставлены и аналитически решены часто встречающиеся на практике типы задач синтеза этого механизма, в том числе задачи о выстое выходного звена в крайнем или промежуточном положении.

Известны различные подходы к решению последней задачи: одни авторы ищут на шатуне базового четырехзвенника точку, описывающую дугу окружности [27], другие используют механизм Чебышева [28]. Данная задача может быть решена с помощью квадратического приближения, при этом В. И. Доронин [29] использовал семь параметров, а Э. Е. Пейсах [30] три.

В ряде работ механизм шестизвенника делится на двухзвенную группу и четырехзвенник, в шатунной плоскости которого ищется круговая квадратическая точка с целью последующего присоединения диады. Для поиска круговой квадратической точки используется метод инверсии или метод обращения движения [31].

В других работах шестизвенник также делится на двухзвенную группу и четырехзвенник, но синтезируется двухзвенная группа [32].

В третьей группе работ в механизме шестизвенника изымается одно из звеньев и ищется возможность его вставки. Здесь можно отметить метод вставки двухпарного звена, предложенный Э. Е. Пейсахом [30]. В работе [33] применительно к синтезу регулируемых механизмов, воспроизводящих заданные шатунные кривые, излагается метод комплексных чисел. Задача решена аналитически для траекторий, точки которых разделены конечными интервалами времени, а также для траекторий, имеющих бесконечно близкие точки. Предлагаемый метод позволяет синтезировать регулируемые механизмы, реализующие движение изображающей точки вдоль различных аппроксимаций прямых линий, траекторий с различной кривизной, касательных к траектории, а также некоторых произвольных траекторий.

Ю. Л. Саркисян [34] предлагает выполнять синтез плоских шарнирных механизмов методом квадратического приближения функции. Метод квадратического приближения для синтеза четырёх- и шестизвенных шарнирных механизмов рассмотрен в работе [35].

Большое количество работ посвящено решению задач оптимизационного синтеза рычажных механизмов. В работах [36, 37] для формирования траекторий и воспроизведения функций, а также для решения задач управления при

помощи плоских механизмов были использованы методы случайного поиска. Вклад в решение задачи оптимального синтеза механизмов внесли Фокс (R. L. Fox) и Уиллмерт (K. D. Willmert) [38]. Они ввели ограничения типа неравенств, которые оказались подходящими для применения процедуры динамического программирования [39]. Льюис (D. W. Levis) и Джиори (C. K. Gyory) в работе [40] изложили другой оригинальный подход к задаче синтеза направляющих механизмов, связанный с использованием «затухающей» итерации по методу наименьших квадратов. Багси (C. Bagni) и Ли (J. Lee) в работе [41] предложили метод оптимального синтеза плоских механизмов, воспроизводящих траектории и положения твердого тела. Метод разработан для плоского четырехзвенного механизма, у которого неизвестны шесть или восемь размеров. Искомые размеры оптимального механизма определяются путем минимизации ошибок в уравнениях замыкания контура для  $n$  расчетных точек траектории, а также в уравнении механизма, где не ограничено число неизвестных размеров системы.

Вариационный метод синтеза одно- и многоконтурных плоских механизмов с одной степенью свободы, предназначенных для управления движением твердых тел через заданные положения на плоскости, предложен Э. Е. Пейсахом [42]. Посредством минимизации целевой функции, представляющей собой сумму квадратов ошибок в вычислительных координатах двух точек тела, определены оптимальные размеры механизма. Решение расчетных уравнений производится матричным методом итерации и релаксационным методом Гаусса. Для плоского механизма, воспроизводящего плоскую траекторию, задачу синтеза удастся свести к задаче оптимизации, накладывая ограничения, обеспечивающие совмещение двух точек тела.

В статье [43] рассмотрен процесс оптимизации, в котором исследованы результаты, полученные при моделировании на ЭВМ движения плоского шарнирного четырехзвенника. Показана сложность аналитического выражения для шатунной кривой, что обуславливает необходимость применения сложного метода при синтезе этой кривой.

Задача синтеза шарнирного четырехзвенного механизма в работе [40] представлена как задача математического программирования, которая заключается в проектировании шарнирного четырехзвенника, присоединительная точка которого описывает заданную кривую с наибольшей точностью, а повороты кривошипа с возможно большей точностью соответствуют требуемым значениям. При этом накладывается ряд ограничений:

- на размеры звеньев механизма;
- положения шарнирных точек;
- величины сил и моментов звеньев механизма и т. д.

Решение авторы получают методом итераций с помощью ЭВМ.

В работах Э. Е. Пейсаха [20, 44] дано систематическое изложение оптимизационного синтеза плоских рычажных механизмов и показана возможность при синтезе наряду с воспроизведением заданного движения (главное условие) учесть и дополнительные условия, характеризующие критерии качества и имеющие обычно форму неравенств. К таким условиям, например, можно отнести существование механизма, конструктивные, кинематические, динамические и иные ограничения. Э. Е. Пейсах разработал обратный градиентный метод поиска [20], который позволяет учесть такие неблагоприятные особенности целевой функции, как нелинейность, экстремальность и др.

Задачи синтеза в ряде случаев могут быть решены на базе метода блокируемых зон [20, 45]. Данный метод предполагает получение в аналитической форме не только собственно решения задачи синтеза, но и областей существования решений (блокируемых зон). В соответствии с этим методом в результате решения задачи синтеза в аналитическом виде могут быть получены области возможных значений задаваемых и свободных параметров механизма.

Из проведенного обзора источников следует, что большинство современных аналитических методов кинематического анализа и синтеза рычажных механизмов основаны на применении широких возможностей вычислительной техники, для чего разрабатывается соответствующее программное обеспечение.



В настоящее время существует большое количество пакетов программ, посвященных кинематическому анализу и синтезу рычажных механизмов [46, 47]. Однако в основном они пригодны для кинематического анализа плоских рычажных механизмов (разработаны общие алгоритмы [20] и программы анализа на ЭВМ). Для механизмов достаточно сложной структуры решение задач кинематического анализа с помощью этих программ практически невозможно.

Синтез рычажных механизмов имеет еще более высокую сложность и зависит от поставленной конструктором задачи, структуры синтезируемого механизма и множества условий (ограничений). Существующие программы синтеза рычажных механизмов в большинстве своем ориентированы на решение задач определенного, конкретного класса (например, синтез четырехзвенного передаточного механизма, шестизвенного механизма с выстоем [20] и т. п.) и также не могут претендовать на общность.

Таким образом, для новых достаточно сложных рычажных механизмов необходимо разрабатывать новые пакеты программ решения конкретных задач их анализа и синтеза в зависимости от технологических и конструктивных требований к ним.

## **2.2. Моделирование задач кинематического анализа дифференциальных рычажных механизмов**

Возможность разложения сложного многозвенного механизма на более простые механизмы и отдельные его структурные образования позволяют получать достаточно простые математические модели этих структурных образований и самих механизмов.

Если предварительно разработаны математические модели, описывающие кинематику структурных образований рычажных механизмов, то составление математической модели конкретного механизма будет заключаться в подключении к ней этих необходимых математических моделей структурных образований, входящих в состав данного механизма. Такой конструктивный подход к

разработке алгоритмов анализа механизмов любой сложности позволяет значительно упростить их кинематический анализ и свести задачу разработки алгоритма к последовательным обращениям к стандартным программам, описывающим кинематику отдельных структурных образований.

Рассмотрим математические модели кинематического анализа типов механизмов, наиболее применяемых в ткацких станках специального назначения, а именно, в металлотацких станках:

- дифференциально-рычажные;
- рычажные механизмы III класса с трёхповодковыми группами;
- пространственные рычажные механизмы с приводом от кривошипа и кулачков (см. подразд. 1.4).

Рассмотрим кинематический анализ дифференциального рычажного плоского батанного механизма и механизма привода рапир станка типа СТР-4-180 (рис. 2.1). Механизмы имеют между собой кинематическую связь.

Принцип работы и устройство дифференциального рычажного механизма подробно рассмотрены для аналогичной схемы механизма прокладывания утка ткацкого станка СТР-8-250 (см. подразд. 1.3 и рис. 1.11).

Кинематическая схема батанного механизма задается в системе координат  $XAY$  (рис. 2.2).

Для решения кинематической задачи этого механизма воспользуемся замкнутыми контурами [19]. Задача кинематического исследования данного механизма распадается:

- 1) на кинематический анализ четырехзвенника  $ABCD$ ;
- 2) кинематический анализ четырехзвенника  $DCEF$ .

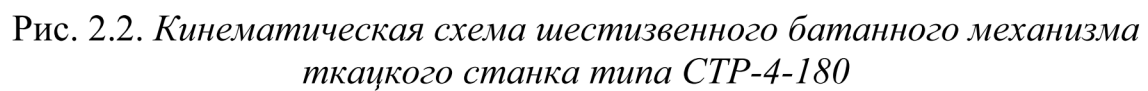
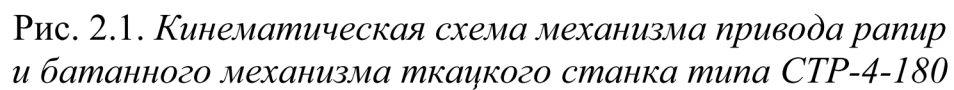
Рассмотрим четырехзвенник  $ABCD$ .

В этом четырехзвеннике три закрытых контура:  $ABDA$ ,  $BCDB$  и  $DABCD$ .

Уравнение замкнутости контура  $ABDA$  запишется в виде

$$\bar{l}_4 + \bar{l}_1 - \bar{l}_5 = 0 \quad \text{или} \quad l_4 \cdot \bar{i} + l_1 \cdot \bar{e}_1 - l_5 \cdot \bar{e}_5 = 0, \quad (2.1)$$

где  $l_4 = l_{AD} = \sqrt{(X_D + Y_D)}$ .



Умножив скалярно выражение (2.1) на орты  $\bar{i}$ ,  $\bar{j}$ , после преобразований будем иметь

$$l_5 = l_1 \frac{\sin \varphi_1}{\sin \varphi_5} \text{ и } \varphi_5 = \arctg \frac{l_1 \sin \varphi_1}{l_4 + l_1 \cos \varphi_1} + k\pi, \quad (2.2)$$

где  $k = 0$  при  $l_4 + l_1 \cos \varphi_1 > 0$ ;

$k = 1$  при  $l_4 + l_1 \cos \varphi_1 < 0$ .

Очевидно, что случай  $l_4 + l_1 \cos \varphi_1 < 0$  возможен лишь при выполнении неравенства  $l_1 > l_4$ .

Рассмотрим закрытый контур  $BCDB$ , условие замкнутости которого имеет вид

$$\bar{l}_3 + \bar{l}_2 - \bar{l}_5 = 0 \text{ или } l_3 \cdot \bar{e}_3 + l_2 \cdot \bar{e}_2 - l_5 \cdot \bar{e}_5 = 0. \quad (2.3)$$

Разрешим условие (2.3) относительно вектора  $\bar{l}_2$ :

$$l_2 \cdot \bar{e}_2 = l_5 \cdot \bar{e}_5 = -l_3 \bar{e}_3;$$

возведем в скалярный квадрат, получим угловое перемещение звена 3:

$$\varphi_3 = \arccos \left( \frac{l_3^2 + l_5^2 - l_2^2}{2l_3 l_5} \right) + \varphi_5. \quad (2.4)$$

Разрешая выражение (2.3) относительно вектора  $\bar{l}_3$  и возведя результат в скалярный квадрат, по аналогии получим угловое перемещение звена 2:

$$\varphi_2 = \arccos \left( \frac{l_2^2 + l_5^2 - l_3^2}{2l_2 l_5} \right) + \varphi_5. \quad (2.5)$$

Для определения первых передаточных функций – аналогов угловых скоростей звеньев 2 и 3 рассмотрим замкнутый контур  $DABCD$ .

Откуда имеем

$$\bar{l}_1 + \bar{l}_4 - \bar{l}_3 - \bar{l}_2 = 0 \text{ или } l_1 \cdot \bar{e}_1 + l_4 \cdot \bar{i} - l_3 \cdot \bar{e}_3 - l_2 \cdot \bar{e}_2 = 0. \quad (2.6)$$

Продифференцируем выражение (2.6) по обобщенной координате – углу поворота  $\varphi_1$  ведущего звена, получим

$$l_1 \cdot \bar{e}_1' - l_3 \cdot \bar{e}_3' - l_2 \cdot \bar{e}_2' \varphi_2' = 0. \quad (2.7)$$

Умножим выражение (2.7) скалярно:

- на единичный вектор  $\bar{e}_3$ , будем иметь

$$\varphi'_2 = \frac{l_1 \sin(\varphi_1 - \varphi_3)}{l_2 \sin(\varphi_2 - \varphi_3)}; \quad (2.8)$$

- на единичный вектор  $\bar{e}_2$ , получим

$$\varphi'_3 = \frac{l_1 \sin(\varphi_1 - \varphi_2)}{l_2 \sin(\varphi_3 - \varphi_2)}. \quad (2.9)$$

Для определения вторых передаточных функций – аналогов угловых ускорений звеньев 2 и 3 продифференцируем по обобщенной координате  $\varphi_1$  уравнение (2.7). При этом остановимся на частном случае рассматриваемой задачи, полагая угловую скорость ведущего звена  $l$  постоянной величиной, получим

$$l_1 \cdot \bar{e}_1'' - l_3 \cdot \bar{e}_3' \varphi_3'' - l_3 \cdot \bar{e}_3'' (\varphi_3')^2 - l_2 \cdot \bar{e}_2' \varphi_2'' - l_2 \cdot \bar{e}_2'' (\varphi_2')^2 = 0. \quad (2.10)$$

Умножив скалярно выражение (2.10) на единичный вектор  $\bar{e}_3$ , затем на единичный вектор  $\bar{e}_2$ , после преобразования получим

$$\varphi_2'' = \frac{l_1 \cos(\varphi_1 - \varphi_3) - l_3 (\varphi_3')^2 - l_2 (\varphi_2')^2 \cos(\varphi_2 - \varphi_3)}{l_2 \sin(\varphi_2 - \varphi_3)}; \quad (2.11)$$

$$\varphi_3'' = \frac{l_1 \cos(\varphi_1 - \varphi_2) - l_2 (\varphi_2')^2 - l_3 (\varphi_3')^2 \cos(\varphi_3 - \varphi_2)}{l_3 \sin(\varphi_3 - \varphi_2)}. \quad (2.12)$$

Повторяя аналогичные выкладки для четырехзвенников *DCEF* (см. рис. 2.2) и *KNHF* (см. рис. 2.3), будем иметь:

- для угловых координат звеньев 6, 7, 8, 10, 11, 12:

$$\varphi_8 = \arctg \left( \frac{l_3 \sin \varphi_3 - Y_{1F}}{X_{1F} - l_4 + l_3 \cos \varphi_3} \right), \quad \varphi_6 = \arccos \left( \frac{l_8^2 + l_6^2 - l_7^2}{2l_8 l_6} \right) + \varphi_8,$$

$$\varphi_7 = \arccos \left( \frac{l_8^2 + l_7^2 - l_6^2}{2l_8 l_7} \right) + \varphi_8, \quad \varphi_{12} = \arctg \left( \frac{-Y_{2F} + l_9 \sin \varphi_9}{X_{2F} + l_9 \cos \varphi_9} \right),$$

$$\varphi_{10} = \arccos \left( \frac{l_{10}^2 + l_{12}^2 - l_{11}^2}{2l_{10} l_{12}} \right) + \varphi_{12}, \quad \varphi_{11} = \arccos \left( \frac{l_{10}^2 - l_{11}^2 - l_{12}^2}{2l_{10} l_{12}} \right) + \varphi_{12};$$

- для аналогов угловых скоростей звеньев 6, 7, 10, 11:

$$\varphi'_6 = \frac{\varphi'_3 l_3 \sin(\varphi_3 - \varphi_7)}{l_6 \sin(\varphi_6 - \varphi_7)}, \quad \varphi'_7 = \frac{\varphi'_3 l_3 \sin(\varphi_3 - \varphi_7)}{l_7 \sin(\varphi_7 - \varphi_6)},$$

$$\varphi'_{10} = \frac{l_9 \sin(\varphi_9 - \varphi_{11})}{l_{10} \sin(\varphi_{10} - \varphi_{11})}, \quad \varphi'_{11} = \frac{l_9 \sin(\varphi_9 - \varphi_{10})}{l_{11} \sin(\varphi_{10} - \varphi_{11})};$$

- для аналогов угловых ускорений звеньев 6, 7, 10, 11:

$$\varphi''_6 = \frac{1}{l_6 \sin(\varphi_6 - \varphi_7)} \cdot [l_3 \varphi''_3 \sin(\varphi_3 - \varphi_7) + l_3 (\varphi'_3)^2 \cos(\varphi_3 - \varphi_7) - l_7 (\varphi'_7)^2 - l_6 (\varphi'_6)^2 \cos(\varphi_6 - \varphi_7)],$$

$$\varphi''_7 = \frac{1}{l_7 \sin(\varphi_7 - \varphi_6)} \cdot [l_3 \varphi''_3 \sin(\varphi_3 - \varphi_6) + l_3 (\varphi'_3)^2 \cos(\varphi_3 - \varphi_6) - l_6 (\varphi'_6)^2 - l_7 (\varphi'_7)^2 \cos(\varphi_7 - \varphi_6)],$$

$$\varphi''_{10} = \frac{l_{11} (\varphi'_{11})^2 + l_9 \cos(\varphi_9 - \varphi_{11}) - l_{10} (\varphi'_{10})^2 \cos(\varphi_{10} - \varphi_{11})}{l_{10} \sin(\varphi_{10} - \varphi_{11})},$$

$$\varphi''_{11} = \frac{l_{10} (\varphi'_{10})^2 + l_9 \cos(\varphi_9 - \varphi_{11}) - l_{11} (\varphi'_{11})^2 \cos(\varphi_{11} - \varphi_{10})}{l_{11} \sin(\varphi_{11} - \varphi_{10})}.$$

Для определения закона перемещения  $S$  головки рапиры относительно берда (см. рис. 2.3) имеем  $S = 0,5D\varphi_{5отн}$ , в свою очередь,

$$\varphi_{5отн} = \varphi_{Z2отн} \cdot \frac{Z_3}{Z_4}. \quad (2.13)$$

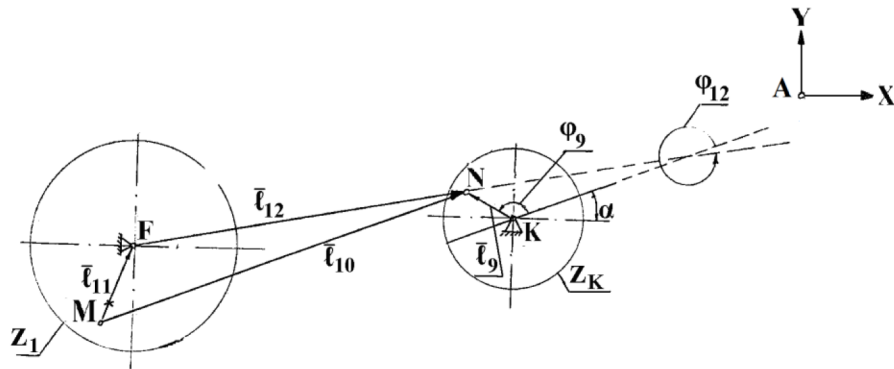


Рис. 2.3. Кинематическая схема четырехзвенного рапирного механизма

Угол поворота зубчатого шкива  $Z_5$  в относительном движении определяется по методу Виллиса:

$$\varphi_{Z2отн} = \varphi_{Z2} = \varphi_7^* = -(\varphi_{11}^* - \varphi_7^*) \cdot \frac{Z_1}{Z_2}, \quad (2.14)$$

где  $\varphi_7^*$ ,  $\varphi_{11}^*$  – угловые перемещения батана 7 и зубчатого шкива  $Z_1$  (звена 11).

Тогда перемещение рапиры

$$S = -\frac{1}{2} D \cdot \frac{Z_3}{Z_4} \cdot \frac{Z_1}{Z_2} (\varphi_{11} - \varphi_7). \quad (2.15)$$

Для величины аналога линейной скорости головки рапиры имеем

$$S' = -\frac{1}{2} D \cdot \frac{Z_3}{Z_4} \cdot \frac{Z_1}{Z_2} (\varphi'_{11} - \varphi'_7), \quad (2.16)$$

а для аналога линейного ускорения головки рапиры

$$S'' = -\frac{1}{2} D \cdot \frac{Z_3}{Z_4} \cdot \frac{Z_1}{Z_2} (\varphi''_{11} - \varphi''_7). \quad (2.17)$$

Кинематические характеристики рапирного механизма, определяемые выражениями (2.15)–(2.17), есть функции угла поворота коленчатого вала, поэтому угловое перемещение батана будет определяться выражением

$$\varphi_7^* = \varphi_{П7} - \varphi_7, \quad (2.18)$$

где  $\varphi_{П7}$  – угловая координата батана в его переднем положении;

$\varphi_7$  – текущее значение угловой координаты звена 7.

Аналогично, угловое перемещение зубчатого шкива  $Z_{11}$

$$\varphi_{11}^* = \varphi_{Н11} - \varphi_{11}, \quad (2.19)$$

где  $\varphi_{Н11}$  – начальное значение координаты этого звена, т. е. значение координаты звена  $MF$ , соответствующее переднему положению батана  $EF$ .

### 2.3. Моделирование задач кинематического анализа рычажных механизмов с трехповодковыми группами

Рассмотрим кинематический анализ рычажных механизмов с трёхповодковыми группами на примере металлотакающего станка ТП-100-М, который предназначен для выработки контрольных и фильтровых металлических сеток.

Данный механизм представляет собой шестизвенный механизм III класса с приводом от кривошипа (рис. 2.4).

Проведем кинематическое исследование шестизвенного механизма станка ТП-100-М аналитическим методом. Группа Ассура III класса, состоящая из звеньев 4, 5, 6, 7 (рис. 2.5), получает движение от коромысла  $BO_1C$  шарнирного че-

тырехзвенного механизма и кривошипа 1, кинематические исследования которых здесь не приводятся, так как они широко известны.

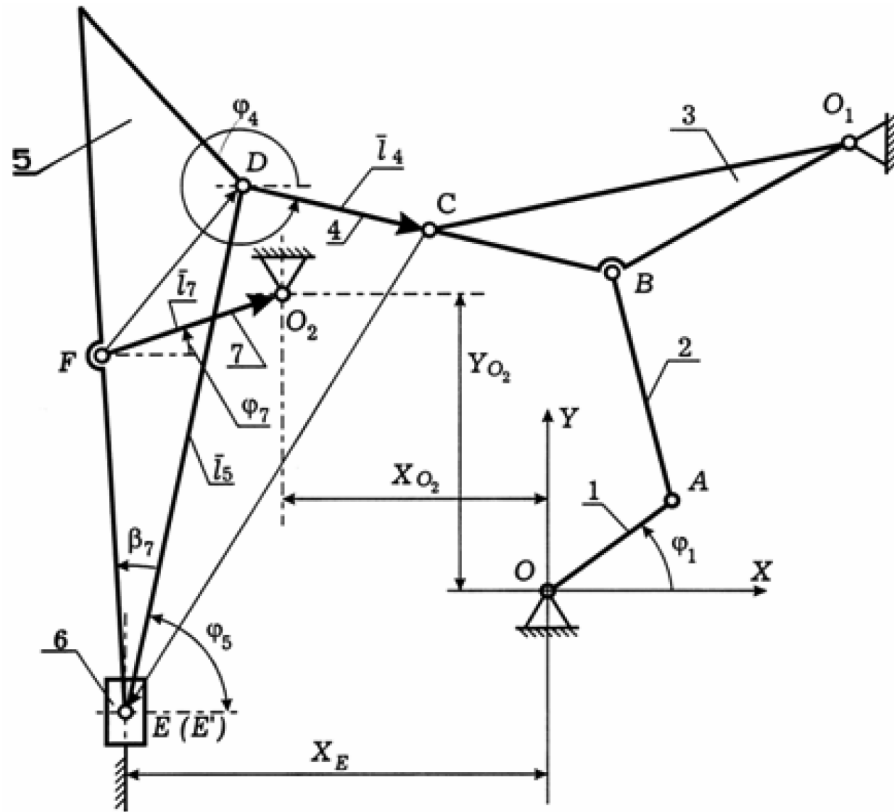


Рис. 2.4. Шестизвенный механизм металлотающего станка ТП-100-М

Найдем положения, аналоги линейных и угловых скоростей и ускорений точек и звеньев группы Ассур III класса по известным положениям, скоростям и ускорениям кинематических пар  $C$ ,  $O_2$ , а также по координате  $X_E$  точки  $E$  ползуна 6. Кроме основной неподвижной системы координат  $XOY$ , введем подвижную систему координат  $X_1CY_1$ , поступательно движущуюся по отношению к основной. Положения звеньев определяем в подвижной системе координат, задаваясь положением звена 4, которое координируется углом  $\varphi_4$  (см. рис. 2.5).

Рассмотрим условия замкнутости контуров  $OCDFO_2O$  и  $OCDEO$ :

$$\bar{X}_C + \bar{Y}_C - \bar{l}_4 - \bar{l}_5 + \bar{R}_F + \bar{l}_7 - \bar{X}_{O_2} - \bar{Y}_{O_2} = 0; \quad (2.20)$$

$$\bar{X}_C + \bar{Y}_C - \bar{l}_4 - \bar{l}_5 - \bar{X}_E - \bar{Y}_E = 0; \quad (2.21)$$

$$X_C \cdot \bar{i} + Y_C \cdot \bar{j} - l_4 \cdot \bar{e}_4 - l_5 \cdot \bar{e}_5 + R_F \cdot \bar{e}_{RF} + l_7 \cdot \bar{e}_7 - X_{O_2} \cdot \bar{i} - Y_{O_2} \cdot \bar{j} = 0; \quad (2.22)$$

$$X_C \cdot \bar{i} + Y_C \cdot \bar{j} - l_4 \cdot \bar{e}_4 - l_5 \cdot \bar{e}_5 - X_E \cdot \bar{i} - Y_E \cdot \bar{j} = 0. \quad (2.23)$$



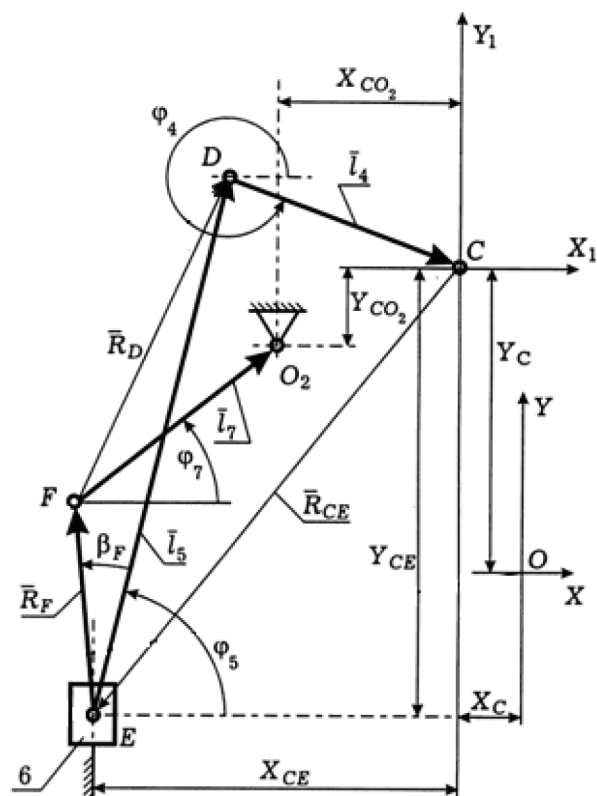


Рис. 2.5. Группа Ассура III класса  
шестизвенного механизма станка ТП-100-М

Умножая уравнения (2.22) и (2.23) на орты  $\bar{i}$  и  $\bar{j}$ , получим

$$-l_4 \cos \varphi_4 - l_5 \cos \varphi_5 + R_F \cos (\varphi_5 + \beta_F) + l_7 \cos \varphi_7 + X_C - X_{O_2} = 0; \quad (2.24)$$

$$-l_4 \sin \varphi_4 - l_5 \sin \varphi_5 + R_F \sin (\varphi_5 + \beta_F) + l_7 \sin \varphi_7 + Y_C - Y_{O_2} = 0; \quad (2.25)$$

$$-l_4 \cos \varphi_4 - l_5 \cos \varphi_5 + X_C - X_E = 0; \quad (2.26)$$

$$-l_4 \sin \varphi_4 - l_5 \sin \varphi_5 + Y_C - Y_E = 0. \quad (2.27)$$

Система уравнений (2.24)–(2.27) позволяет определить численными методами неизвестные  $\varphi_4$ ,  $\varphi_5$ ,  $\varphi_7$ ,  $Y_E$ .

Дифференцируя уравнения (2.24)–(2.27) по углу  $\varphi_1$  поворота кривошипа, получим

$$\left. \begin{aligned} l_4 \varphi_4' \sin \varphi_4 + l_5 \varphi_5' \sin \varphi_5 - R_F \varphi_5' \sin (\varphi_5 + \beta_F) - l_7 \varphi_7' \sin \varphi_7 &= -X_C' \\ -l_4 \varphi_4' \cos \varphi_4 - l_5 \varphi_5' \cos \varphi_5 + R_F \varphi_5' \cos (\varphi_5 + \beta_F) + l_7 \varphi_7' \cos \varphi_7 &= -Y_C' \\ l_4 \varphi_4' \sin \varphi_4 + l_5 \varphi_5' \sin \varphi_5 &= -X_C' \\ -l_4 \varphi_4' \cos \varphi_4 - l_5 \varphi_5' \cos \varphi_5 - Y_E' &= -Y_C' \end{aligned} \right\}. \quad (2.28)$$

Решение системы уравнений (2.28) с помощью формул Крамера [56] имеет

вид

$$\varphi'_4 = \frac{\Delta_4}{\Delta}; \quad \varphi''_5 = \frac{\Delta_5}{\Delta}; \quad \varphi'_7 = \frac{\Delta_7}{\Delta}; \quad Y'_E = \frac{\Delta_E}{\Delta}, \quad (2.29)$$

$$\text{где } \Delta = \begin{vmatrix} l_4 \sin \varphi_4 & l_5 \sin \varphi_5 - R_F \cos(\varphi_5 + \beta_F) & -l_7 \sin \varphi_7 & 0 \\ -l_4 \cos \varphi_4 & -l_5 \cos \varphi_5 + R_F \cos(\varphi_5 + \beta_F) & l_7 \cos \varphi_7 & 0 \\ l_4 \sin \varphi_4 & l_5 \sin \varphi_5 & 0 & 0 \\ -l_4 \cos \varphi_4 & -l_5 \cos \varphi_5 & 0 & -1 \end{vmatrix};$$

$$\Delta_4 = \begin{vmatrix} -X'_C & l_5 \sin \varphi_5 - R_F \cos(\varphi_5 + \beta_F) & -l_7 \sin \varphi_7 & 0 \\ -Y'_C & -l_5 \cos \varphi_5 + R_F \cos(\varphi_5 + \beta_F) & l_7 \cos \varphi_7 & 0 \\ -X'_C & l_5 \sin \varphi_5 & 0 & 0 \\ -Y'_C & -l_5 \cos \varphi_5 & 0 & -1 \end{vmatrix};$$

$$\Delta_5 = \begin{vmatrix} l_4 \sin \varphi_4 & -X'_C & -l_7 \sin \varphi_7 & 0 \\ -l_4 \cos \varphi_4 & -Y'_C & l_7 \cos \varphi_7 & 0 \\ l_4 \sin \varphi_4 & -X'_C & 0 & 0 \\ -l_4 \cos \varphi_4 & -Y'_C & 0 & -1 \end{vmatrix};$$

$$\Delta_7 = \begin{vmatrix} l_4 \sin \varphi_4 & l_5 \sin \varphi_5 - R_F \cos(\varphi_5 + \beta_F) & -X'_C & 0 \\ -l_4 \cos \varphi_4 & -l_5 \cos \varphi_5 + R_F \cos(\varphi_5 + \beta_F) & -Y'_C & 0 \\ l_4 \sin \varphi_4 & l_5 \sin \varphi_5 - l_2 \sin \varphi_2 & -X'_C & 0 \\ -l_4 \cos \varphi_4 & -l_5 \cos \varphi_5 l_2 \cos \varphi_2 & -Y'_C & -1 \end{vmatrix};$$

$$\Delta_E = \begin{vmatrix} l_4 \sin \varphi_4 & l_5 \sin \varphi_5 - R_F \cos(\varphi_5 + \beta_F) & -l_7 \sin \varphi_7 & -X'_C \\ -l_4 \cos \varphi_4 & -l_5 \cos \varphi_5 + R_F \cos(\varphi_5 + \beta_F) & l_7 \cos \varphi_7 & -Y'_C \\ l_4 \sin \varphi_4 & l_5 \sin \varphi_5 - l_2 \sin \varphi_2 & 0 & -X'_C \\ -l_4 \cos \varphi_4 & -l_5 \cos \varphi_5 l_2 \cos \varphi_2 & 0 & -Y'_C \end{vmatrix}.$$

После дифференцирования системы уравнений (2.28) по  $\varphi_1$  аналогичным образом находятся аналоги ускорений  $\varphi''_4$ ,  $\varphi''_5$ ,  $\varphi''_7$ ,  $Y''_E$ .

По разработанному нами алгоритму расчета составлена программа для определения основных кинематических параметров звена 5 шестизвенного механизма металлотающего станка ТП-100-М. Результаты расчета приведены в виде графиков на рис. 2.6.

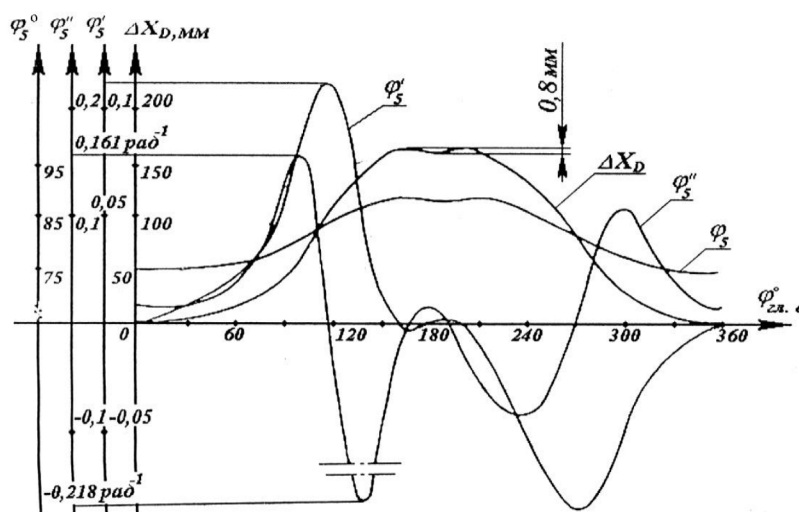


Рис. 2.6. Графики кинематических параметров звена 5 шестизвенного механизма металлотающего станка ТП-100-М

За начальное положение главного вала принято положение, соответствующее крайнему заднему положению механизма.

## 2.4. Моделирование задач кинематического анализа пространственных рычажных механизмов

Рассмотрим задачу кинематического анализа пространственных рычажных механизмов на примерах механизмов привода рапир станка типа DM-2000-М и станка типа СТР-120.

### 2.4.1. Кинематический анализ пространственного рычажного механизма привода рапир металлотающего станка типа DM-2000-М

Рассмотрим задачу кинематического анализа пространственного рычажного механизма на примере механизма прокладывания утка станка типа DM-2000-М (рис. 2.7), предназначенного для выработки тканых сеток полотняного перепле-

Рапирный и батанный механизмы выполнены совместно и приводятся в движение от одного кривошипа 1. При этом рапирный механизм должен передавать движение звездочке  $D_1$ , закрепленной на валу, перпендикулярном валу кривошипа 1. Кроме этого, механизм прокладывания утка имеет пространственную диаду 15–16. Прокладка уточной проволоки осуществляется одной гибкой рапирой с правой стороны станка на левую.

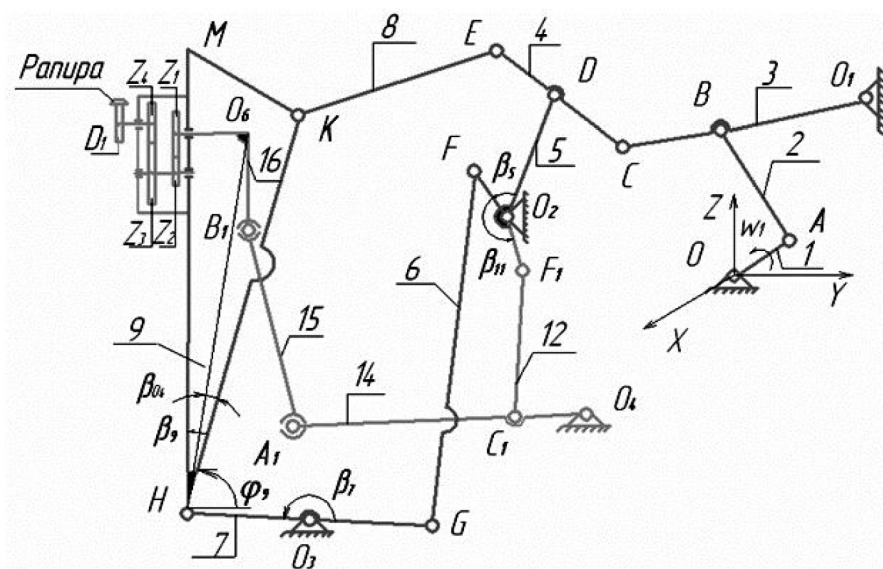
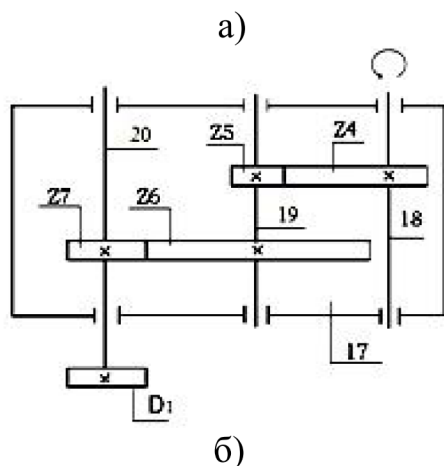


Рис. 2.7. Схема механизма  
прокладывания утка  
металлоткацкого станка DM-2000-М:  
а – рычажная система;  
б – мультипликатор



46

емой по длине тягой 15 связан с проушиной, которая клеммовым зажимом закреплена на рычаге 16. Рычаг 16 закреплен на входном валу  $O_6$  мультипликатора посредством шпонки и клеммового зажима.

Мультипликатор установлен на лопасти батана 9 и движется вместе с ним. Он состоит из разъемного корпуса, в котором установлены вал 18 с сектором  $Z_4$ , вал-шестерня 19 с шестерней  $Z_5$  и зубчатым колесом  $Z_6$  и вал-шестерня  $Z_7$  20. На конце вала-шестерни 20 с помощью цангового соединения закреплена тумба со звездочкой  $D_1$ . Зубья звездочки входят в перфорацию ленты рапиры [62].

Для наладки станка на различную заправочную ширину ткани и регулировки хода рапиры с целью компенсации влияния имеющих в механизме зазоров существует возможность изменения геометрических размеров звеньев 17 и 16.

Структурный анализ механизма привода одной гибкой рапиры, установленный на батане станка DM-2000-М (см. рис. 2.7, а), показывает, что данный рычажный механизм состоит из пяти групп Асура II класса I вида:

$$I(0, 1) \rightarrow II(2, 3) \rightarrow II(4, 5) \rightarrow II(6, 7) \rightarrow II(8, 9) \rightarrow II(12, 14)$$

и пространственной диады 15–16 с подвижной опорой  $O_6$ , качающейся совместно с батаном.

Решение задачи о кинематическом анализе стандартных групп Асура рассматривается, например, в [19] и может осуществляться с помощью разработанного пакета программ для ЭВМ, в основу которых заложен метод векторных контуров, предложенный В. А. Зиновьевым.

Задача кинематического анализа данных групп Асура может быть решена, если известны положения, величины и направления аналогов скоростей и ускорений элементов кинематических пар, которыми группа присоединяется к механизму при его образовании. Для решения этих задач нами предлагается использовать пакет прикладных программ «АРМТМ» [49].

Более сложной задачей является кинематический анализ пространственной диады (рис. 2.8). Подобная задача рассматривалась ранее в работе [50]. Однако в данном механизме (см. рис. 2.7), в отличие от решенного, опора  $O_6$  звена 16 движется вместе с лопастью батана 9.

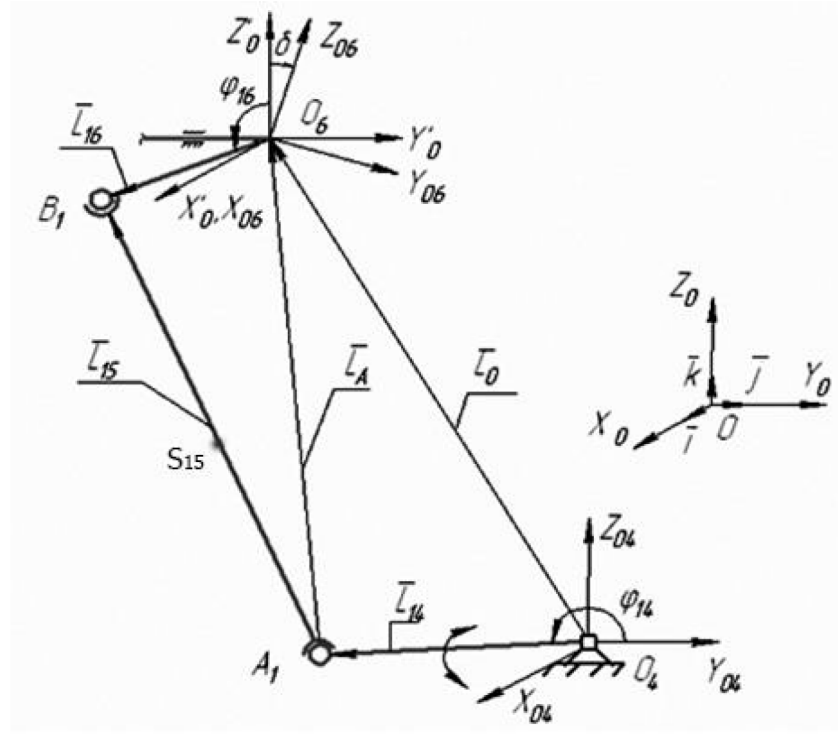


Рис. 2.8. Расчетная схема кинематического анализа пространственного четырехзвенника

Рассмотрим замкнутый векторный контур  $OO_4A_1O_6O$  [51]:

$$L_{O_4}\bar{e}_{O_4} + L_{14}\bar{e}_{14} + L_A\bar{e}_A - L_0\bar{e}_0 = 0, \quad (2.30)$$

где  $\bar{e}_{O_4} = (\bar{j}y_{O_4} + \bar{k}z_{O_4})$ ;

$$\bar{e}_{O_6} = (\bar{i}x_{O_6} + \bar{j}y_{O_6} + \bar{k}z_{O_6});$$

$$\bar{e}_{14} = (\bar{j} \sin \varphi_{14} + \bar{k} \cos \varphi_{14});$$

$$\bar{e}_A = (\bar{i}x_A + \bar{j}y_A + \bar{k}z_A).$$

Последовательно умножая выражение (2.30) скалярно на векторы  $\bar{i}$ ,  $\bar{j}$ ,  $\bar{k}$ , получим

$$\left. \begin{aligned} X_A &= X_{O_6} \\ Y_A &= Y_{O_6} - L_{14} \sin \varphi_{14} - Y_{O_4} \\ Z_A &= Z_{O_6} - L_{14} \cos \varphi_{14} - Z_{O_4} \end{aligned} \right\}. \quad (2.31)$$

$$\text{Тогда } L_A = \sqrt{X_A^2 + Y_A^2 + Z_A^2}.$$

Продифференцируем дважды выражение (2.31) по углу поворота кривошипа  $\varphi_1$ :

$$\left. \begin{aligned} X'_A &= 0 \\ Y'_A &= Y'_{0_6} - L_{14} \cos(\varphi_{14}) \varphi'_{14} \\ Z'_A &= Z'_{0_6} + L_{14} \sin(\varphi_{14}) \varphi'_{14} \end{aligned} \right\}; \quad (2.32)$$

$$\left. \begin{aligned} X''_A &= 0 \\ Y''_A &= Y''_{0_6} + L_{14} \sin(\varphi_{14}) \varphi'^2_{14} - L_{14} \cos(\varphi_{14}) \varphi''_{14} \\ Z''_A &= Z''_{0_6} + L_{14} \cos(\varphi_{14}) \varphi'^2_{14} + L_{14} \sin(\varphi_{14}) \varphi''_{14} \end{aligned} \right\}. \quad (2.33)$$

Рассмотрим замкнутый векторный контур  $A_1B_1O_6A_1$ :

$$L_A \bar{e}_A + L_{16} \bar{e}_{16} - L_{15} \bar{e}_{15} = 0, \quad (2.34)$$

где  $\bar{e}_{15} = (\bar{i}x_{15} + \bar{j}y_{15} + \bar{k}z_{15})$ ;

$$\bar{e}_{16} = (\bar{i} \sin \varphi_{16} + \bar{j} \cos \varphi_{16} \sin \delta + \bar{k} \cos \varphi_{16} \cos \delta);$$

$\delta = \pi/2 - (\varphi_9 + \beta_{0_6})$  – угловая координата, определяющая положение подвижной системы координат  $X_{06}Y_{06}$ , связанной с лопастью батана 9 (см. рис. 2.7, 2.8).

Возводим выражение (2.34) в скалярный квадрат, получим

$$L_{15}^2 = L_A^2 + L_{16}^2 + 2L_A L_{16} \bar{e}_{16} \bar{e}_A \text{ или } L_A \bar{e}_{16} \bar{e}_A = \frac{L_{15}^2 - L_A^2 - L_{16}^2}{2L_{16}}. \quad (2.35)$$

Обозначим

$$U = 0,5(L_{16}^2 + L_A^2 - L_{15}^2) / L_{16}. \quad (2.36)$$

Тогда, раскрыв выражение (2.35) с учетом выражений (2.30), (2.34), (2.36), имеем

$$(\bar{i}X_A + \bar{j}Y_A + \bar{k}Z_A)(\bar{i} \sin \varphi_{16} + \bar{j} \cos \varphi_{16} \sin \delta + \bar{k} \cos \varphi_{16} \cos \delta) = U;$$

$$X_A = \sin \varphi_{16} + \cos \varphi_{16}(Y_A \sin \delta + Z_A \cos \delta) = U.$$

$$\text{Пусть } a = Y_A \sin \delta + Z_A \cos \delta \quad (2.37)$$

$$\text{и } \operatorname{tg} \gamma = \frac{X_A}{a}, \text{ откуда } \gamma = \operatorname{arctg} X_A/a. \quad (2.38)$$

$$\text{Тогда } \cos(\varphi_{16} - \gamma) = \frac{U \cos \gamma}{a}; \quad \varphi_{16} = \gamma + \arccos\left(\frac{U \cos \gamma}{a}\right) + k\pi. \quad (2.39)$$

Продифференцируем выражение (2.39) по углу поворота главного вала:

$$\varphi'_{16} = -\frac{M'}{\sqrt{1-M^2}} + \gamma', \quad (2.40)$$

где  $M = \frac{U \cos \gamma}{a}$ ;

$$M' = \frac{(U' \cos \gamma + U \gamma' \sin \gamma)a - a_1 U \cos \gamma}{a^2};$$

$$U' = \frac{Y_A Y'_A + Z_A Z'_A}{L_{16}}.$$

$$\text{Из выражения (2.38) имеем } \gamma' = \frac{c_1}{1 - c^2}, \quad (2.41)$$

где  $c = \frac{X_A}{a}$ ;

$$c_1 = c' = -\frac{X_A \cdot a_1}{a^2}.$$

Из выражения (2.37) имеем

$$a_1 = a' = \varphi'_9 (Z_A \sin \delta - Y_A \cos \delta) + Y'_A \sin \delta + Z'_A \cos \delta. \quad (2.42)$$

Продифференцируем выражение (2.40) по углу поворота главного вала:

$$\varphi''_{16} = -\frac{M'' \sqrt{1 - M^2} - (M')^2 / (2 \sqrt{1 - M^2})}{1 - M^2} + \gamma'', \quad (2.43)$$

$$\text{где } M'' = \frac{[(s_1 + p_1)a - (s + p)a_1 - r_1]a - [(s + p)a - r]2a_1}{a^3};$$

$$s = U' \cos \delta, \quad s_1 = s' = U'' \cos \delta + U' \gamma' \sin \gamma;$$

$$p = U \gamma' \sin \gamma, \quad p_1 = p' = \gamma' (U' \sin \gamma - U \gamma' \cos \gamma);$$

$$r = U a_1 \cos \gamma, \quad r_1 = r' = a_1 (s + p) - a_2 U \cos \gamma;$$

$$U'' = \frac{(Y'_A)^2 + (Z'_A)^2 + Y_A Y''_A + Z_A Z''_A}{L_{16}}.$$

$$\text{Из выражения (2.41) имеем } c_2 = c'' = \frac{X_A (a_2 a + 2a_1^2)}{a^3};$$

$$\gamma'' = \frac{c_2 (1 - c^2) - 2cc_1^2}{(1 - c^2)^2}. \quad (2.44)$$

Из выражения (2.42) имеем

$$\begin{aligned} a_2 = a'' = & \varphi''_9 (Z_A \sin \delta - Y_A \cos \delta) - \\ & - \varphi'_9 (Z'_A \sin \delta - Z_A \cos \delta - Y'_A \cos \delta - Y_A \sin \delta) + \\ & + Z''_A \cos \delta - Z'_A \sin \delta + Y''_A \sin \delta - Y'_A \cos \delta. \end{aligned}$$



Рассмотрим замкнутый векторный контур  $O_4A_1S_{15}$  (см. рис. 2.8):

$$L_{14}\bar{e}_{14} + L_{S_{15}}\bar{e}_{15} - R_{S_{15}}\bar{e}_{R_{S_{15}}} = 0, \quad (2.45)$$

$$\text{где } \bar{e}_{R_{S_{15}}} = (\bar{i}x_{S_{15}} + \bar{j}y_{S_{15}} + \bar{k}z_{S_{15}}). \quad (2.46)$$

Раскроем выражение (2.45), учитывая выражения (2.30), (2.34), (2.46):

$$\left. \begin{aligned} X_{S_{15}} &= X_{O_4} + L_{S_{15}}x_{S_{15}} \\ Y_{S_{15}} &= Y_{O_4} + L_{14}\sin\varphi_{14} + L_{S_{15}}y_{S_{15}} \\ Z_{S_{15}} &= Z_{O_4} + L_{14}\cos\varphi_{14} + L_{S_{15}}z_{S_{15}} \end{aligned} \right\}. \quad (2.47)$$

Дважды продифференцируем выражение (2.47) по углу поворота главного вала:

$$\left. \begin{aligned} X'_{S_{15}} &= L_{S_{15}}x'_{15} \\ Y'_{S_{15}} &= L_{S_{15}}y'_{15} + L_{14}\varphi'_{14}\cos\varphi_{14} \\ Z'_{S_{15}} &= L_{S_{15}}z'_{15} - L_{14}\varphi'_{14}\sin\varphi_{14} \end{aligned} \right\}; \quad (2.48)$$

$$\left. \begin{aligned} X''_{S_{15}} &= L_{S_{15}}x''_{15} \\ Y''_{S_{15}} &= L_{S_{15}}y''_{15} + L_{14}\varphi''_{14}\cos\varphi_{14} - L_{14}(\varphi'_{14})^2\sin\varphi_{14} \\ Z''_{S_{15}} &= L_{S_{15}}z''_{15} - L_{14}\varphi''_{14}\sin\varphi_{14} - L_{14}(\varphi'_{14})^2\cos\varphi_{14} \end{aligned} \right\}. \quad (2.49)$$

Преобразуем выражение (2.34):

$$\begin{aligned} &L_{16}(\bar{i}\sin\varphi_{16} + \bar{j}\cos\varphi_{16}\sin\delta + \bar{k}\cos\varphi_{16}\cos\delta) + \\ &+ L_A(\bar{i}x_A + \bar{j}y_A + \bar{k}z_A) = L_{15}(\bar{i}x_{15} + \bar{j}y_{15} + \bar{k}z_{15}). \end{aligned} \quad (2.50)$$

Последовательно умножая выражение (2.50) скалярно на векторы  $\bar{i}, \bar{j}, \bar{k}$ , получим

$$\left. \begin{aligned} x_{15} &= (X_A + L_{16}\sin\varphi_{16})/L_{15} \\ y_{15} &= (Y_A + L_{16}\cos\varphi_{16}\sin\delta)/L_{15} \\ z_{15} &= (Z_A + L_{16}\cos\varphi_{16}\cos\delta)/L_{15} \end{aligned} \right\}. \quad (2.51)$$

Дважды продифференцируем выражение (2.51) по углу поворота главного вала:

$$\left. \begin{aligned} x'_{15} &= (X'_{O_6} + X'_{A1} + L_{16}\varphi'_{16}\cos\varphi_{16})/L_{15} \\ y'_{15} &= (Y'_{O_6} + Y'_{A1} - L_{16}\varphi'_{16}\sin\varphi_{16}\sin\delta - L_{16}\varphi'_9\cos\varphi_{16}\cos\delta)/L_{15} \\ z'_{15} &= (Z'_{O_6} + Z'_{A1} - L_{16}\varphi'_{16}\sin\varphi_{16}\cos\delta - L_{16}\varphi'_9\cos\varphi_{16}\sin\delta)/L_{15} \end{aligned} \right\}. \quad (2.52)$$

Введем вспомогательные коэффициенты

$$\begin{aligned} d &= \sin \varphi_{16} \sin \delta; & d_1 &= \cos \varphi_{16} \cos \delta; \\ d_2 &= \sin \varphi_{16} \cos \delta; & d_3 &= \cos \varphi_{16} \sin \delta. \end{aligned} \quad (2.53)$$

Продифференцируем выражения (2.53):

$$\left. \begin{aligned} d' &= \varphi'_{16} \cos \varphi_{16} \sin \delta + \varphi'_9 \sin \varphi_{16} \cos \delta \\ d'_1 &= -\varphi'_{16} \sin \varphi_{16} \cos \delta - \varphi'_9 \cos \varphi_{16} \sin \delta \\ d'_2 &= \varphi'_{16} \cos \varphi_{16} \cos \delta - \varphi'_9 \sin \varphi_{16} \sin \delta \\ d'_3 &= -\varphi'_{16} \sin \varphi_{16} \sin \delta + \varphi'_9 \cos \varphi_{16} \cos \delta \end{aligned} \right\}. \quad (2.54)$$

Тогда, дифференцируя выражения (2.52), с учетом коэффициентов (2.53) и выражений (2.54) имеем

$$\left. \begin{aligned} x''_{15} &= (X''_{O_6} + X''_{A1} - L_{16} \varphi''_{16} \cos \varphi_{16} + (\varphi'_{16})^2 \sin \varphi_{16}) / L_{15} \\ y''_{15} &= (Y''_{O_6} + Y''_{A1} + L_{16} (-\varphi''_{16} d + (\varphi'_{16})^2 d' + \varphi''_9 d_1 + \varphi'_9 d'_1)) / L_{15} \\ z''_{15} &= (Z''_{O_6} + Z''_{A1} + L_{16} (-\varphi''_{16} d_2 + (\varphi'_{16})^2 d'_2 - \varphi''_9 d_3 + \varphi'_9 d'_3)) / L_{15} \end{aligned} \right\}. \quad (2.55)$$

Таким образом, проекции абсолютного ускорения центра масс звена 15 примут вид

$$(A_{S_{15}})_X = X''_{R_{S_{15}}}, \quad \omega_1^2 (A_{S_{15}})_Y = Y''_{R_{S_{15}}} \omega_1^2, \quad (A_{S_{15}})_Z = Z''_{R_{S_{15}}} \omega_1^2,$$

$$\text{а полное ускорение } A_{S_{15}} = \sqrt{(X''_{R_{S_{15}}})^2 + (Y''_{R_{S_{15}}})^2 + (Z''_{R_{S_{15}}})^2}. \quad (2.56)$$

Тогда проекции абсолютного углового ускорения звена 15 примут вид

$$\varepsilon_{15}^X = x''_{S_{15}} \omega_1^2, \quad \varepsilon_{15}^Y = y''_{S_{15}} \omega_1^2, \quad \varepsilon_{15}^Z = z''_{S_{15}} \omega_1^2, \quad (2.57)$$

$$\text{а полное угловое ускорение } \varepsilon_{15} = \sqrt{(x''_{S_{15}})^2 + (y''_{S_{15}})^2 + (z''_{S_{15}})^2}.$$

Аналогично для звена 16:

$$\varepsilon_{16}^X = x''_{S_{16}} \omega_1^2, \quad \varepsilon_{16}^Y = y''_{S_{16}} \omega_1^2, \quad \varepsilon_{16}^Z = z''_{S_{16}} \omega_1^2; \quad (2.58)$$

$$\varepsilon_{16} = \sqrt{(x''_{S_{16}})^2 + (y''_{S_{16}})^2 + (z''_{S_{16}})^2}.$$

Кинематические параметры рапиры определяются следующим образом:

$$S_P = 0,5 \varphi_{16} U_1 D_1;$$

$$V_p = 0,5D_1U_1\phi'_{16}\omega_1;$$

$$A_p = 0,5D_1U_1\phi''_{16}\omega_1^2,$$

где  $S_p$  – перемещение рапиры ( $S_p^{\max} = 2400$  мм);

$V_p$  – скорость перемещения рапиры;

$A_p$  – ускорение рапиры;

$\omega_1$  – угловая скорость кривошипа (звена 1);

$U_1$  – передаточное число мультипликатора;  $U_1 = \frac{z_1 z_3}{z_2 z_4}$  ( $z_1, z_2, z_3, z_4$  – числа

зубьев соответствующих зубчатых колес мультипликатора);

$D_1$  – диаметр основной окружности приводной звездочки (см. рис. 2.7, б).

Результаты расчета приведены на рис. 2.9.

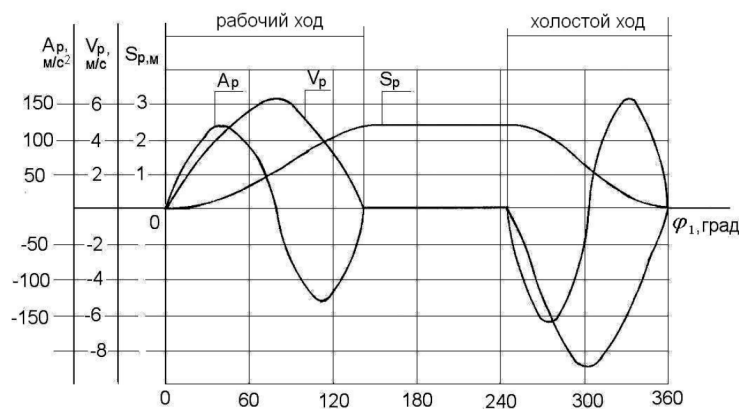


Рис. 2.9. Графики зависимости перемещения, скорости и ускорения рапиры от угла поворота звена 1

#### 2.4.2. Анализ согласованности движений

*механизма прокладывания утка и батанного механизма*

*по условиям входа рапиры в зону формирования сетки и выхода из нее*

При проектировании ткацких станков важная задача согласования движений нитепрокладчика и берда решается путем выбора оптимальных параметров законов движений и геометрических размеров звеньев батанного механизма и механизма движения нитепрокладчика. Оптимизация перемещений нитепрокладчика и берда в процессе формирования ткани позволяет минимизировать динамические нагрузки на звенья исполнительных механизмов [52].

При решении задачи согласования движений берда и нитепрокладчика определяются расстояния между указанными звеньями в функции угла поворота главного вала станка, что позволяет проанализировать условия входа нитепрокладчика в зев и выхода из него. За исходные данные принимаются зависимости перемещений батана и нитепрокладчика, которые определяются из кинематических расчетов соответствующих механизмов.

Рассмотрим задачу анализа согласованности движений рапирного механизма прокладывания утка и батанного механизма станка DM-2000-M по условиям входа рапиры в зону формирования сетки и выхода из нее (рис. 2.10) при заданных зависимостях  $\varphi(\alpha)$  – углового перемещения лопасти батана от угла поворота главного вала и  $S(\alpha)$  – перемещения рапиры. Используем при этом метод обращения движения.

Обозначим через  $l_o$  расстояние от оси вращения до опушки ткани и через  $l_i$  расстояние до точки  $E_i$  берда, траектория которой пересекает траекторию движения точки  $K_i$  контура головки рапиры (рис. 2.11).

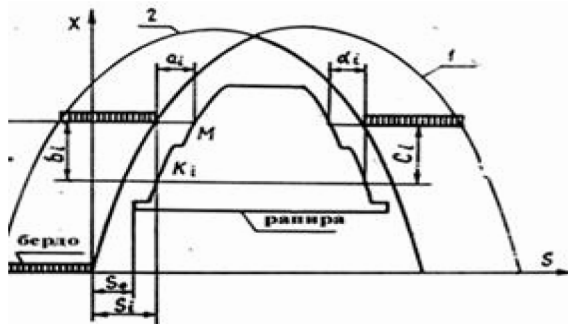


Рис. 2.10. Зависимость перемещения берда относительно рапиры станка DM-2000-M:  
1, 2 – кривые перемещения правой и левой сколок берда

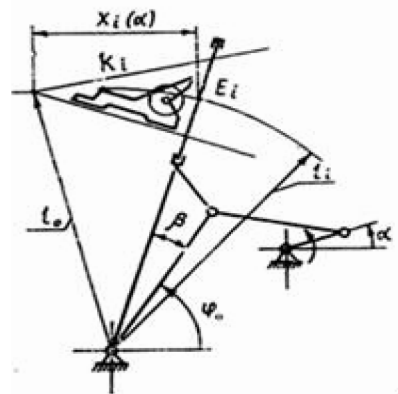


Рис. 2.11. Расчетная схема рапирного и батанного механизмов станка DM-2000-M

Расстояние  $X_i$  по горизонтали от точки  $E_i$  до опушки ткани в зависимости от угла  $\alpha$  поворота главного вала определяется по формуле

$$X_i(\alpha) = l_i \cos(\varphi(\alpha) + \beta) - l_o \cos(\varphi_o + \beta), \quad (2.59)$$

где  $\varphi_o$  – угловая координата лопасти, соответствующая переднему положению батана.

Путем исключения общего параметра  $\alpha$  из зависимостей  $S(\alpha)$  и  $X_i(\alpha)$  получаем зависимость перемещения относительно рапиры:  $X_i = X_i(S)$ .

Графики (см. рис. 2.10) показывают, что в начальный момент времени в переднем положении берда и расположении рапиры на расстоянии  $S_o$  до плоскости движения правой скулки берда точка  $K_i$  контура рапиры расположится на расстоянии  $S_i$  до этой плоскости.

При перемещении точки  $E_i$  берда от опушки ткани на расстояние  $X_i(\alpha)$  головка рапиры относительно правой скулки берда займет положение, определяемое координатами  $a_i$  и  $b_i$ . Последняя координата показывает расстояние от точки  $K_i$  контура головки рапиры до берда в момент ее входа в зев, а координата  $a_i$  – расстояние от правой скулки берда до точки  $M$  контура рапиры, лежащей в данный момент в плоскости берда.

Координаты  $c_i$  и  $d_i$  характеризуют относительное положение берда и головки рапиры в момент выхода последней за левую кромку вырабатываемой сетки.

Очевидно, что головка рапиры входит в зев и выходит из него, не касаясь берда, если проекция её контура на горизонтальную плоскость вписывается в область, ограниченную зависимостями  $X_i(S)$  перемещений скулок берда и осью  $OS$ , совпадающей с линией опушки ткани. Невыполнение этого условия требует изменения функции  $X_i(S)$  или корректировки профиля головки рапиры.

Использование в данном случае ЭВМ позволяет оптимизировать размеры батанного и рапирного механизмов по требуемому зазору между головкой рапиры и бердом в моменты входа и выхода рапиры из зева.

На рис. 2.12 представлен график изменения расстояния между бердом и опушкой ткани в горизонтальной плоскости в зависимости от перемещения рапиры. Видно, что путем варьирования геометрическими параметрами механизмов прибора и прокладывания утка обеспечена их согласованная работа, поскольку при входе рапиры в зев и выходе из него обеспечиваются зазоры  $a$  и  $b$  между бердом и опушкой ткани достаточной величины для продвижения головки рапиры.

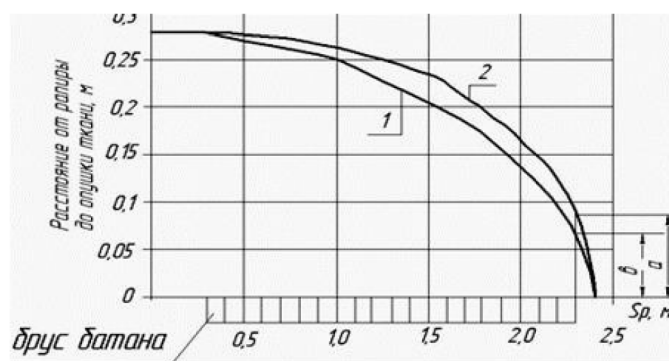


Рис. 2.12. График изменения расстояния между бердом и опушкой ткани в зависимости от перемещения рапиры

### 2.4.3. Кинематический анализ

*пространственного кулачкового-рычажного механизма привода рапир  
металлоткацкого станка типа СТР-120-Т*

На рис. 2.13 представлены кинематическая схема и цикловая диаграмма работы рапирного механизма при установке его с каждой стороны станка для прокладки утка двумя рапирами.

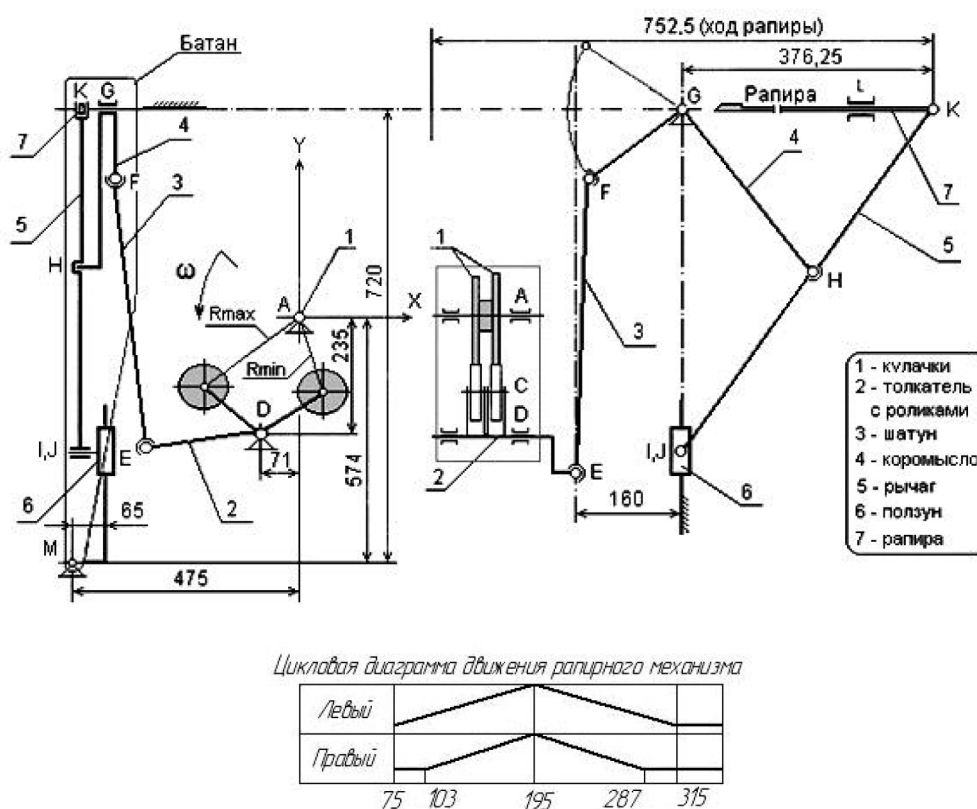


Рис. 2.13. Кинематическая схема и циклограмма работы пространственного механизма привода рапир металлоткацкого станка типа СТР-120-Т

По циклограмме видно, что фазовый угол поворота главного вала станка, соответствующий выстою правой рапиры, равен  $176^\circ$ , а соответствующий выстою левой рапиры –  $120^\circ$ . Следовательно, из-за более продолжительного выстоя сокращается время движения правой рапиры в процессе прокладки утка, а ее скорость и ускорение будут выше, чем у левой рапиры.

При одинаковых параметрах конструкций левого и правого механизмов (размеров и масс звеньев) динамические нагрузки на звенья правого рапирного механизма будут превышать соответствующие им нагрузки в левом механизме. Поэтому прежде всего необходимо (и достаточно) исследовать кинематические и динамические параметры движения рапирного механизма, установленного с правой стороны станка.

Особенностью рапирного механизма станка типа СТР-120-Т следует считать наличие в нем как низших плоских и пространственных кинематических пар, образованных звеньями рычажного механизма, так и высших кинематических пар, образованных профилями кулачков и роликов кулачкового механизма.

Профили кулачков (кулачка и контркулачка) являются геометрически сопряженными. Применение кулачков с геометрически сопряженными профилями требует высокой точности их расчета, изготовления и сборки. На первом этапе исследования целесообразно отдельно рассмотреть кулачковый механизм и основные требования, которым он должен удовлетворять с точки зрения его динамики и назначения.

Введем в рассмотрение систему координат  $XYZ$  с началом в точке  $O$  оси вращения толкателя. В качестве входного звена расчетной схемы примем толкатель  $OA$  (звено  $I$ ).

Обозначим через  $\varphi$  угол поворота кулачкового вала, а через  $\varphi_1$  угол поворота толкателя. Тогда имеем  $\varphi_1 = \Pi(\varphi)$ ,  $\varphi_1' = \Pi'(\varphi)$ ,  $\varphi_1'' = \Pi''(\varphi)$ , где  $\Pi$ ,  $\Pi'$ ,  $\Pi''$  соответственно функция положения, первая и вторая передаточные функции кулачкового механизма. Следовательно, известными являются проекции координат точки  $A$  толкателя, заданные в виде массива данных  $x_A(\varphi)$ ,  $z_A(\varphi)$ , которые определяются при расчете кулачков. Для последующих расчетов необходимо иметь

также в качестве заданных величины производных от проекций точки  $A$  на оси координат, т. е.  $x'_A(\varphi)$ ,  $z'_A(\varphi)$ ,  $x''_A(\varphi)$ ,  $z''_A(\varphi)$ .

Обозначим:

$L_1, L_2, L_3, L_{CD}$  – соответственно длины толкателя  $1$ , шатуна  $2$  и двуплечего коромысла  $3$  (см. рис. 2.13). В конструкции рапирного механизма длина шатуна может регулироваться с помощью соединительных муфт для настройки работы механизма;

$L_{DK} = L_{DJ}$  – длины участков рычага  $4$ ;

звено  $5$  – рапира; звено  $6$  – ползун;

$x_C, y_C, z_C$  – проекции центра вращения коромысла  $3$  (точка  $C$ ).

Следует отметить, что звенья  $3, 4, 5$  и  $6$ , установленные на батане, совершают вместе с ним качательное движение вокруг оси подбатанного вала, поэтому координаты точки  $C$  ( $x_C, z_C$ ) коромысла  $3$ , аналоги скорости и ускорения этой точки не являются постоянными и определяются из кинематического исследования батанного механизма. Их изменение должно быть учтено при решении задачи кинематического исследования батанного механизма, имеющего привод от главного вала станка.

Обозначим через  $L_D$  вектор  $\overline{CA}$  векторного треугольника  $ABCA$ . Проекция вектора  $L_D$  на оси координат  $XYZ$  выразятся так:

$$x_D = x_A - x_C; y_D = -y_C; z_D = z_A - z_C, \quad (2.60)$$

$$\text{а модуль вектора } L_D = \sqrt{x_D^2 + y_D^2 + z_D^2}. \quad (2.61)$$

Из выражения (2.60) следует

$$x'_D = x'_A - x'_C, \quad y'_D = -y'_C, \quad z'_D = z'_A - z'_C;$$

$$x''_D = x''_A - x''_C, \quad y''_D = -x''_C, \quad z''_D = z''_A - x''_C.$$

Из условия замкнутости контура  $ABCA$  следует

$$\overline{L}_2 = \overline{L}_3 - \overline{L}_D. \quad (2.62)$$

Выразим вектор  $\overline{L}_3$  через орты осей координат по формуле

$$\overline{L}_3 = L_3(j \cos \varphi_3 + k \sin \varphi_3). \quad (2.63)$$



Тогда из равенства (2.62) после скалярных перемножений векторов и некоторых преобразований получим выражение для угловой координаты коромысла 3:

$$\varphi_3 = D - \arccos \left[ \frac{U \cos(D)}{L_3 Y_D} \right], \quad (2.64)$$

$$\text{где } U = 0,5(L_3^2 + L_D^2 + L_2^2); \quad (2.65)$$

$$D = \arctg \left( \frac{z_D}{y_D} \right) + k\pi, \quad (2.66)$$

здесь принимается  $k = 0$  при  $y_D > 0$ ,  $k = 1$  при  $y_D < 0$ .

Угловая координата вектора  $L_{CD}$  коромысла 3 по конструктивным условиям

$$\varphi_3 + \pi/2.$$

Так как длины звеньев 3 и 4 ( $L_{CD} = L_{DK}$ ), то координата  $y_K$  точки  $K$  рапиры выразится так:

$$y_K = 2L_{CD} \cos \left( \varphi_3 + \frac{\pi}{2} \right), \quad (2.67)$$

а перемещение  $S_K$  рапиры определится по формуле

$$S_K = y_{KO} - y_K, \quad (2.68)$$

где  $y_{KO}$  – начальное значение координаты  $y_K$ .

Аналогично для точки  $G$  ползуна  $b$  получим выражение

$$z_G = 2L_{CD} \sin \left( \varphi_3 + \frac{\pi}{2} \right). \quad (2.69)$$

На основании равенства (2.62) имеем

$$L_2(\bar{i}x_2 + \bar{j}y_2 + \bar{k}z_2) = L_3(\bar{j} \cos \varphi_3 + \bar{k} \sin \varphi_3) - L_D(\overline{ix_D} + \overline{jy_D} + \overline{kz_D}), \quad (2.70)$$

где  $x_2, y_2, z_2$  – проекции единичного вектора шатуна  $AB$  на оси координат.

Отсюда после скалярного перемножения векторов и дифференцирования по углу поворота  $\varphi$  найдем

$$\begin{aligned} x_2 &= -\frac{x_D}{L_2}, \quad y_2 = \frac{L_3 \cos \varphi_3 - y_D}{L_2}, \quad z_2 = \frac{L_3 \sin \varphi_3 - z_D}{L_2}; \\ x_2' &= -\frac{x_A'}{L_2}, \quad y_2' = -\frac{L_3 \varphi_3' \sin \varphi_3}{L_2}, \quad z_2' = -\frac{L_3 \varphi_3' \cos \varphi_3 - z_A'}{L_2}. \end{aligned}$$

Дифференцируя условие замкнутости контура  $OABCO$ , которое имеет вид

$$\overline{L_1} + \overline{L_2} - \overline{L_3} - \overline{L_0} = 0, \quad (2.71)$$

и учитывая, что

$$\bar{L}_1 = L_1(\bar{k} \cos \varphi_1 + \bar{i} \sin \varphi_1);$$

$$\bar{L}_2 = L_2(\bar{i}x_2 + \bar{j}y_2 + \bar{k}z_2);$$

$$\bar{L}_3 = L_3(\bar{j} \cos \varphi_3 + \bar{k} \sin \varphi_3),$$

получим выражение для аналога угловой скорости коромысла 3:

$$\varphi'_3 = \frac{L_1\varphi'_1(x_2 \cos \varphi_1 - z_2 \sin \varphi_1)}{L_3(z_2 \cos \varphi_3 - y_2 \sin \varphi_3)}. \quad (2.72)$$

В результате второго дифференцирования выражения (2.71) получим выражение для аналога углового ускорения коромысла 3:

$$\varphi''_3 = \frac{U' - \varphi'_3 V'}{V}, \quad (2.73)$$

где  $U' = L_1\varphi''_1(x_2 \cos \varphi_1 - z_2 \sin \varphi_1) +$

$$+ L_1\varphi'_1(x'_2 \cos \varphi_1 - z'_2 \sin \varphi_1) - L_1(\varphi'_1)^2(x_2 \sin \varphi_1 + z_2 \cos \varphi_1);$$

$$V' = L_3(z'_2 \cos \varphi_3 - y'_2 \sin \varphi_3) - L_3\varphi'_3(z_2 \sin \varphi_3 + y_2 \cos \varphi_3);$$

$$V = L_3(z_2 \cos \varphi_3 - y_2 \sin \varphi_3).$$

С учетом выражений (2.72) и (2.73) на основании равенства (2.68) получим аналоги линейной скорости и линейного ускорения:

- рапиры 5:

$$S'_E = 2L_{CD}\varphi'_3 \sin(\varphi_3 + \frac{\pi}{2}); \quad (2.74)$$

$$S''_E = 2L_{CD}[\varphi''_3 \sin(\varphi_3 + \frac{\pi}{2}) + (\varphi'_3)^2 \cos(\varphi_3 + \frac{\pi}{2})]; \quad (2.75)$$

- ползуна 6:

$$z'_G = 2L_{CD}\varphi'_3 \cos(\varphi_3 + \frac{\pi}{2}); \quad (2.76)$$

$$z''_G = 2L_{CD}[\varphi''_3 \cos(\varphi_3 + \frac{\pi}{2}) + (\varphi'_3)^2 \sin(\varphi_3 + \frac{\pi}{2})]. \quad (2.77)$$

По данному алгоритму можно провести и кинематическое исследование рапирного механизма станков типа СТР-100-М, СТР-130-М, если считать, что

$x'_C = 0$ ,  $z'_C = 0$  и  $x''_C = 0$ ,  $z''_C = 0$  [67]. По данной математической модели с использованием пакета прикладных программ «АРМТМ» [49] разработана основная программа расчета кинематических параметров рапирного механизма металлостроительного станка СТР-120-Т (см. рис. 2.13).

Результаты данного расчета приведены в виде графиков углового перемещения, аналогов угловых скоростей и ускорений толкателя 1 кулачкового привода (рис. 2.14) и рапиры 7 (рис. 2.15).

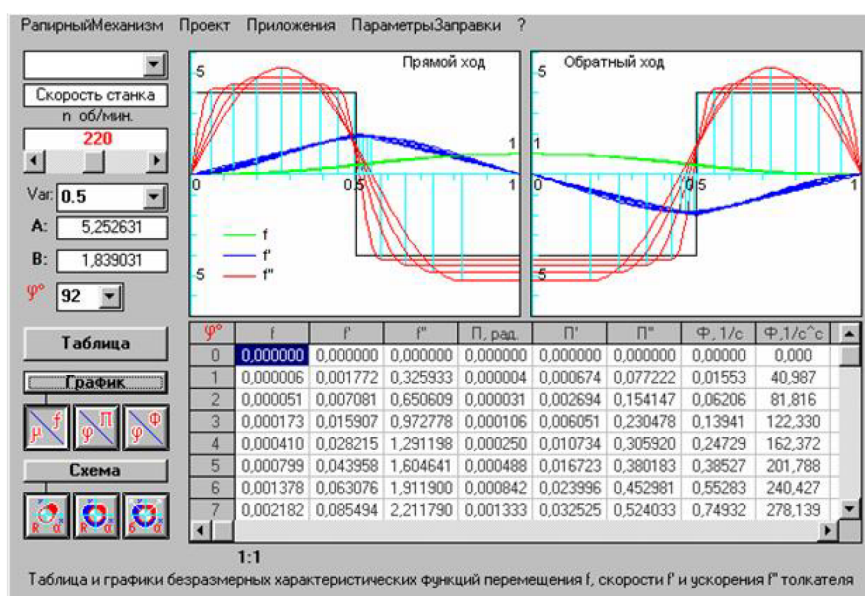


Рис. 2.14. Безразмерные характеристические функции перемещения  $f$ , скорости и ускорения  $f''$  толкателя кулачкового механизма

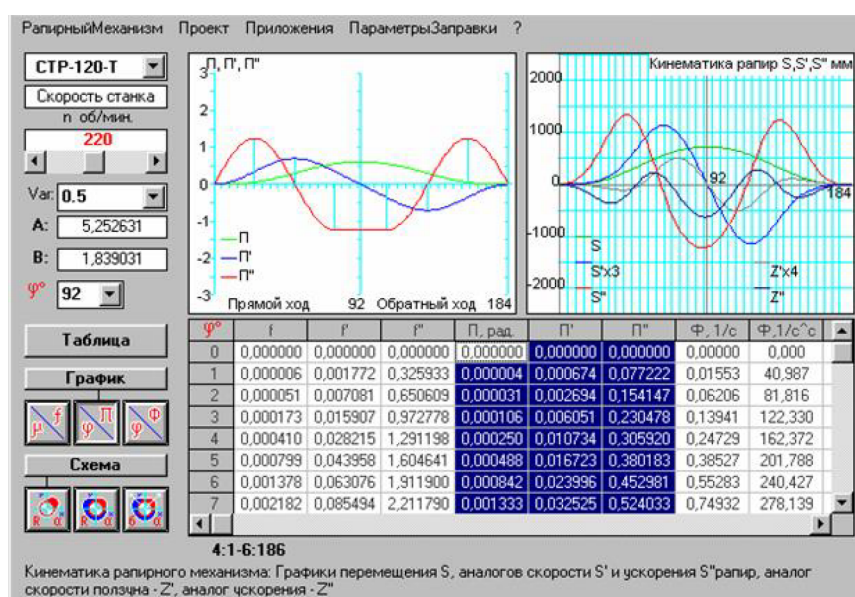


Рис. 2.15. Кинематические параметры рапир пространственного рычажного механизма привода рапир

На рис. 2.16, а показаны графики перемещения  $S(\varphi)$ , аналога скорости  $S'(\varphi)$  и ускорения  $S''(\varphi)$  рапиры при равноускоренном законе перемещения толкателя, т. е. при значении коэффициента сокращения  $d = 0$  переходного участка графика ускорения, на котором ускорение изменяется по синусоидальному закону. На рис. 2.16, б показан вариант обобщенного закона движения толкателя при  $d = 0,5$ .

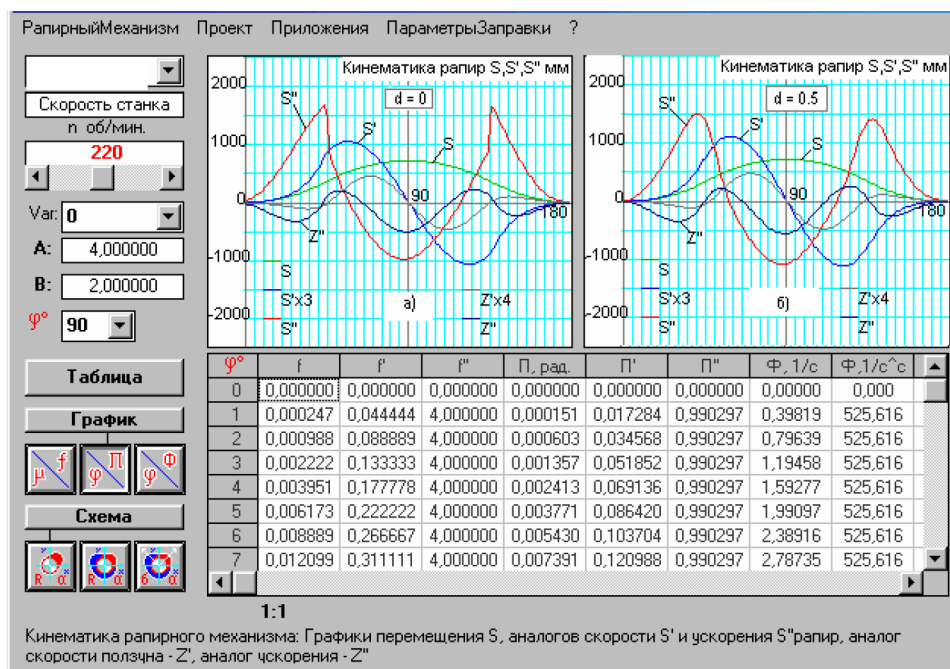


Рис. 2.16. Сравнительный анализ законов движения звеньев рапирного механизма:  
а – равноускоренный закон движения толкателя ( $d = 0$ );  
б – безударный закон движения толкателя ( $d = 0,5$ )

Как видно из графиков  $S(\varphi)$ ,  $S'(\varphi)$  и  $S''(\varphi)$ , вариант обобщенного закона движения толкателя при параметре  $d = 0,5$  является безударным и, с этой точки зрения, оптимальным.

#### 2.4.4. Синтез закона движения толкателя по заданному закону движения рапиры

Для рассмотрения задачи синтеза закона движения толкателя по заданному закону движения рапиры возьмем пространственную схему механизма привода рапир станка типа СТР-120-Л (рис. 2.17), конструкция которого аналогична рапирному механизму станка СТР-120-Т (см. подразд. 2.4.3).

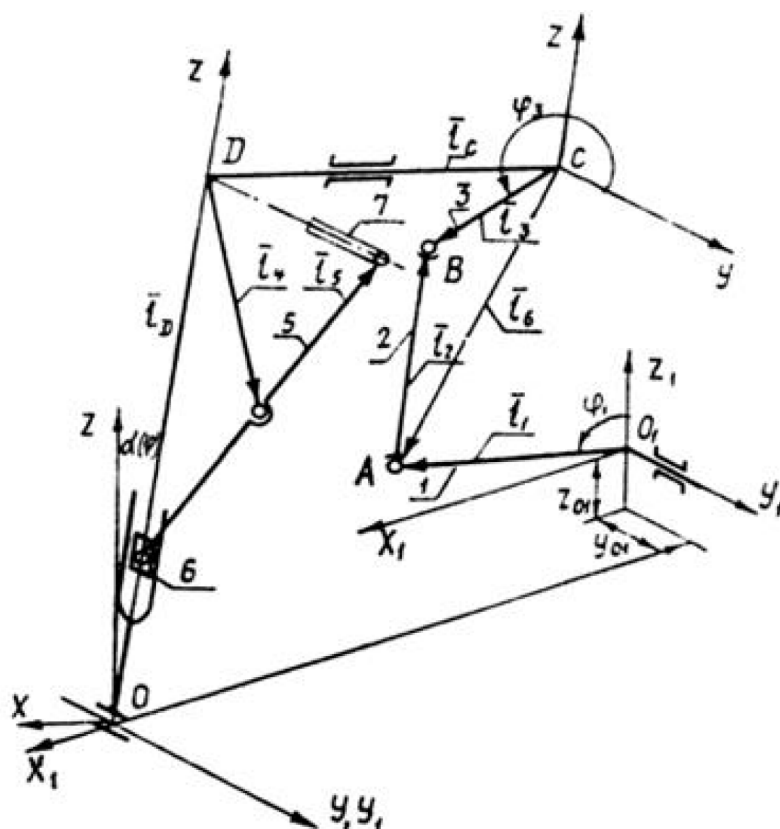


Рис. 2.17. Расчетная схема рапирного механизма станка СТР-120-Л

Движение рапиры осуществляется от звена 1 стационарного кулачкового привода через рычажную систему 2...6, состоящую из пространственной (звенья 2, 3) и плоской (5, 6) диад. Причем ось вращения звена 3 и направляющая ползуна 6 расположены на лопасти батана.

Обычно проектирование кулачков начинают с выбора закона движения толкателя [53]. Установка на станке механизма кромкообразования потребовала обеспечения выстоя рапиры для формирования кромки. При такой постановке задачи синтез закона движения толкателя следует вести при заданном законе движения рапиры.

Для решения задачи воспользуемся методом обращения движения. Принимая за начало отсчета переднее положение батана, сообщаем всей системе дополнительную угловую скорость, равную угловой скорости батана с обратным знаком. Неподвижную систему координат  $OXYZ$  в обращенном движении связываем с лопастью батана. Обозначим через  $S(\varphi)$ ,  $S'(\varphi)$  и  $S''(\varphi)$  перемещения, аналоги линейной скорости и ускорения рапиры как функции угла  $\varphi$  поворота главного вала.

Рассмотрим контур  $DFED$  (рис. 2.18), условие замкнутости которого имеет вид

$$l_4 \bar{e}_4 + l_5 \bar{e}_5 = y_o \bar{j} - S(\varphi) \bar{j}, \quad (2.78)$$

где  $\bar{e}_4, \bar{e}_5$  – единичные векторы длин соответствующих звеньев;

$\bar{j}$  – орт оси  $OY$ .

Проектируя условие (2.78) на оси  $OZ$  и  $OY$ , имеем

$$\varphi_4 = 2\pi - \arccos[(y_o - S(\varphi))/(2l_4)]. \quad (2.79)$$

Тогда

$$\varphi_3 = \varphi_4 - \beta. \quad (2.80)$$

Обозначим через  $\alpha(\varphi)$ ,  $\alpha'(\varphi)$  и  $\alpha''(\varphi)$  угловое перемещение, аналоги угловой скорости и ускорения лопасти, которые определяются из кинематического анализа батанного механизма. При обращении движения ось вращения звена  $I$  перейдет из точки  $O_{1H}$  в точку  $O_1$  (рис. 2.19) и угловая координата радиус-вектора  $R_{o1}$  определится углом

$$\gamma = \alpha_o + \alpha. \quad (2.81)$$

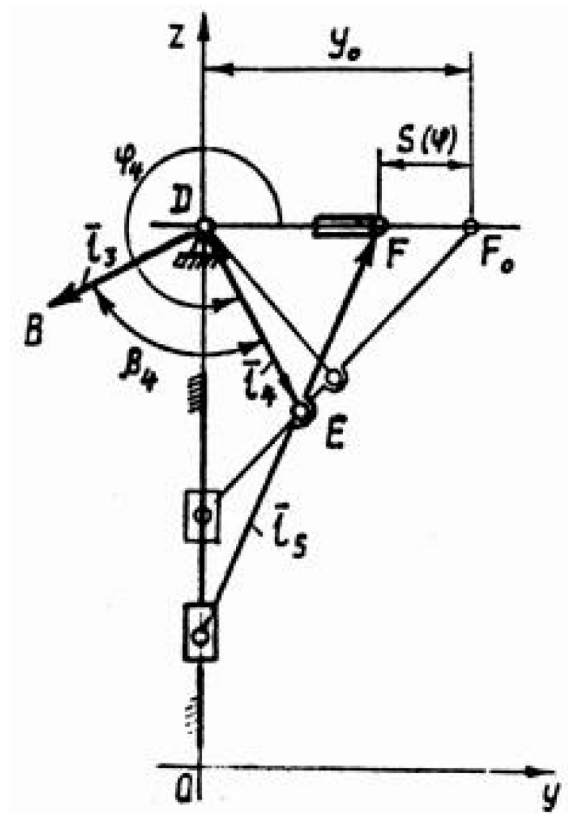


Рис. 2.18. Расчетная схема группы 4–5



Направление вектора  $\bar{l}_1$  в обращенном движении обусловлено углом  $\varphi_1$ .

$$\bar{Z}_D + \bar{X}_C - \bar{l}_8 - \bar{Z}_{o_1} - \bar{Y}_{o_1} - \bar{X}_{o_1} = 0. \quad (2.82)$$
$$X_8 = X_C - X_{o_1}, Y_8 = -Y_{o_1}, Z_8 = Z_D - Z_{o_1},$$
$$Z_{o_1} = R_{o_1} \cos \gamma.$$
$$X_9 = X_8; Y_9 = Y_8 + l_3 \cos \varphi_3; Z_9 = Z_8 + l_3 \sin \varphi_3,$$

$$l_3 = \sqrt{X_9^2 + Y_9^2 + Z_9^2} . \quad (2.83)$$

Значение угла  $\varphi_1$  найдем из условия замкнутости контура  $O_1ABO_1$

$$\bar{l}_2 = \bar{l}_9 - \bar{l}_1. \quad (2.84)$$

Возведем условие (2.84) в скалярный квадрат:

$$l_2^2 = l_9^2 + l_1^2 - 2\bar{l}_9\bar{l}_1. \quad (2.85)$$

Учитывая, что  $l_9l_1 = l_1X_9 \sin \varphi_1 + l_1Z_9 \cos \varphi_1$  и принимая  $\delta = \arctg (X_9/Z_9)$ , после преобразования выражения (2.85) имеем

$$\varphi_1 = \delta + \cos \delta (l_9^2 + l_1^2 - l_2^2) / (2l_1Z_9).$$

Значение угловой координаты  $\psi_1$  звена  $I$  в неподвижной системе координат  $O_1X_1Y_1Z_1$  (см. рис. 2.17) определим по формуле

$$\psi_1 = \varphi_1 - \alpha. \quad (2.86)$$

Зависимости  $\psi_1(\varphi)$  достаточно для расчета координат профиля кулачка и контркулачка. Для определения параметров кривизны и углов давления необходимо знать  $\psi'(\varphi)$  и  $\psi''(\varphi)$  – аналоги угловой скорости и углового ускорения толкателя. Аналоги скоростей и ускорений звена  $I$  устанавливаются из условия (2.86) путем дифференцирования его по обобщенной координате  $\varphi$  после определения аналогов угловых скоростей и ускорений звена 3:

$$\varphi'_3 = -S'(\varphi) / (2l_4 \cos \varphi_3);$$

$$\varphi''_3 = [-S''(\varphi) - 2l_4(\varphi'_3)^2 \sin \varphi_3] / (2l_4 \cos \varphi_3).$$

Рассмотрим контур  $OO_1ABCO$ , из условия замкнутости которого имеем

$$\bar{l}_1 = \bar{X}_C + \bar{Y}_C + \bar{Z}_C + \bar{l}_3 - \bar{X}_{o1} - \bar{Y}_{o1} - \bar{Z}_{o1} - \bar{l}_2. \quad (2.87)$$

Дифференцируя условие (2.87) по обобщенной координате и умножая результат на вектор  $\bar{l}_2 = \bar{X}_{2\bar{i}} + \bar{Y}_{2\bar{j}} + \bar{Z}_{2\bar{k}}$  (где  $X_2, Y_2, Z_2$  – проекции вектора  $\bar{l}_2$  на оси координат  $OXYZ$ ), после преобразований находим

$$\varphi'_1 = [l_3\varphi'_3(Z_2 \cos \varphi_3 - Y_2 \sin \varphi_3) - R_{o1}\alpha'(X_2 \cos \gamma - Z_2 \sin \gamma)] / [l_1(X_2 \cos \varphi_1 - Z_2 \sin \varphi_1)]; \quad (2.88)$$

$$\left. \begin{aligned} X_2 &= X_9 - l_1 \sin \varphi_1 \\ Y_2 &= Y_9 \\ Z_2 &= Z_9 - l_1 \cos \varphi_1 \end{aligned} \right\}. \quad (2.89)$$



Тогда  $\psi'_1 = \phi'_1 - \alpha'$ .

Значение аналога ускорения  $\phi''_1$  целесообразнее определить прямым дифференцированием уравнения (2.88). Обозначив числитель правой части этого уравнения через  $u$ , а знаменатель через  $v$ , имеем

$$\phi''_1 = (u' - \phi'_1 v')/v; \quad \psi''_1 = \phi''_1 - \alpha''.$$

Для определения функций  $u'$  и  $v'$  необходимо знать составляющие аналога скорости звена 2. Из выражения (2.89) имеем

$$X'_2 = X'_9 - l_1 \phi'_1 \cos \phi_1, \quad Y'_2 = Y'_9, \quad Z'_2 = Z'_9 + l_1 \phi'_1 \sin \phi_1.$$

Значения  $X'_9$ ;  $Y'_9$ ;  $Z'_9$  определяются путем дифференцирования выражений (2.83).

Для приведенного алгоритма с использованием пакета прикладных программ «АРМТМ» [49] разработана программа расчета на ЭВМ кинематических функций  $\psi(\phi)$ ,  $\psi'(\phi)$ ,  $\psi''(\phi)$  толкателя кулачкового привода. На рис. 2.20 даны графики изменения этих функций.

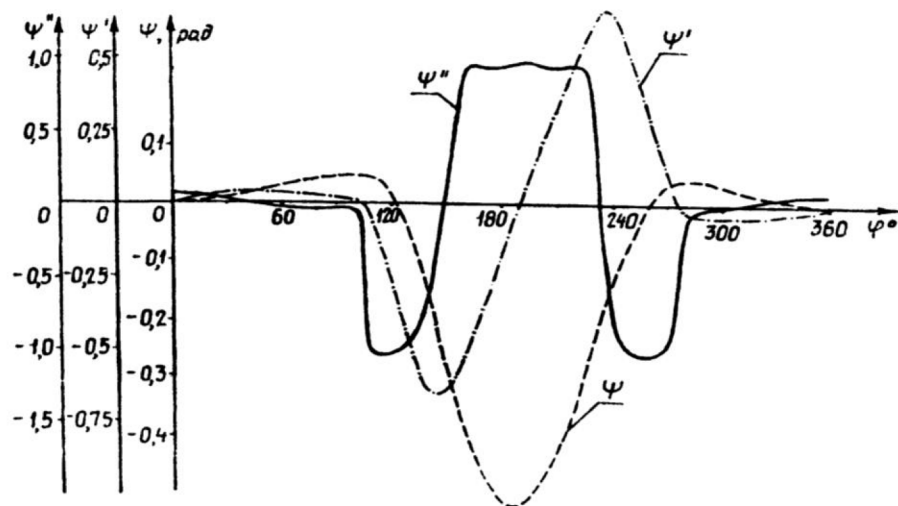


Рис. 2.20. Графики изменения кинематических функций толкателя кулачкового привода

Расчеты проводились по исходным данным, соответствующим станку СТР-120-Л. Закон движения рапир принят по типу закона движения батана станков СТБ. Начало движения рапиры соответствует  $103^\circ$  поворота главного вала станка, периоды движения рапиры в зев и из зева соответствуют  $92^\circ$ , ход рапиры составляет 640 мм.

Как показывает график  $\psi(\varphi)$  (см. рис. 2.20), для обеспечения выстоя рапиры в фазе  $297...103^\circ$  толкатель должен совершать дополнительное перемещение  $0,0474$  рад по закону, зависящему от конструктивных размеров звеньев батанного и рапирного механизмов.

## **2.5. Определение новых результатов по главе**

1. Разработаны методики кинематического исследования дифференциальных рычажных плоских и пространственных рапирных механизмов, рычажных механизмов с трехповодковыми группами, дифференциальных кулачково-рычажных пространственных механизмов привода рапир.

2. Для станков типа DM-2000-M разработана методика согласования движений механизма прокладывания утка и батанного механизма по условиям входа рапиры в зону формирования сетки и выхода из нее.

3. Для станков типа СТР-120-Т и СТР-120-Л разработана методика синтеза закона движения толкателя по заданному закону движения рапиры.

4. На основе пакета прикладных программ для автоматизированного расчета кинематических параметров стержневых механизмов «АРМТМ» [49] разработаны алгоритмы и программное обеспечение для кинематического исследования дифференциальных рычажных плоских и пространственных рапирных механизмов, рычажных механизмов с трехповодковыми группами, дифференциальных кулачково-рычажных пространственных механизмов привода рапир.

### **Глава 3. МОДЕЛИРОВАНИЕ ЗАДАЧ КИНЕТОСТАТИЧЕСКОГО АНАЛИЗА МЕХАНИЗМОВ ПРОКЛАДЫВАНИЯ УТКА С УЧЕТОМ СИЛ ТРЕНИЯ**

#### **3.1. Общие сведения по решению вопросов моделирования задач кинетостатического анализа стержневых механизмов**

Движение звеньев механизма, входящего в состав машинного агрегата, происходит под действием различных по своей природе сил, которые обуславливают определенные перемещения, скорости и ускорения звеньев: это движущие силы, силы сопротивления, силы тяжести и др. Характер их действия может быть разным: некоторые из них постоянны, другие зависят от положения звеньев механизма или от их скорости. Своим действием приложенные силы сообщают механизму тот или иной закон движения. Кинематические характеристики – перемещение, скорость, ускорение, время срабатывания, коэффициент неравномерности и др. – определяются посредством решения уравнения движения. Выбор способа решения уравнения движения зависит от характера действующих сил и от передаточных свойств механизма. При этом размеры, массы и моменты инерции масс звеньев должны быть известными. Однако распространена и обратная задача, когда заданы кинематические характеристики режима движения машины и необходимо найти массы, моменты инерции, а следовательно, и размеры звеньев, при которых механизм, нагруженный заданными силами, двигался бы в требуемом режиме. Установление общих зависимостей между силами, действующими на звенья механизма, с одной стороны, и параметрами кинематики (обобщенными координатами, скоростями и ускорениями) этого механизма, с другой стороны, составляет главную цель динамического анализа механизмов и машин.

Динамический анализ механизма состоит из двух основных задач:

1) определение внешних неизвестных сил, действующих на звенья механизма, а также усилий и реакций, возникающих в кинематических парах при

заданном законе движения механизма. На решении этой задачи основывается силовой (или кинетостатический) расчет механизмов;

2) определение закона движения механизма под действием приложенных к нему сил.

В данной главе рассматриваются способы решения первой (прямой) задачи динамического анализа механизма машинного агрегата.

Следует отметить, что в классической теории механизмов и машин рассмотрены механизмы с жесткими звеньями, обладающие одной степенью свободы. Такие механизмы имеют преимущественное распространение и в настоящее время. Основные уравнения движения этих механизмов в конечной и дифференциальной формах вытекают из теоремы об изменении кинетической энергии. Эта теорема наряду с принципом Даламбера и дает возможность решать широкий круг задач, которые ставит перед теорией механизмов и машин современное машиностроение.

Однако в современной технике получают все большее распространение сложные многоприводные механизмы с несколькими степенями свободы. Кроме того, необходимый в ряде случаев расчет механизмов с одной степенью свободы, обусловленный, в частности, быстроходностью современных машин, требует учета упругих свойств звеньев этих механизмов. В таких случаях механизм с одной степенью свободы превращается в механическую систему, обладающую несколькими степенями свободы.

Все существующие методы определения силовых (кинетостатических) параметров механизмов делятся на графоаналитические (метод построения планов сил) и аналитические.

Решение задач силового анализа связано с большим объемом вычислительного процесса, поэтому автоматизация данных расчетов позволит значительно сократить как время самого расчета, так и сроки процесса проектирования механизма в целом.

Если предварительно разработаны математические модели, описывающие кинетостатику отдельных структурных образований механизмов прокладыва-

ния утка и формирования ткани, то составление математической модели силового анализа конкретного механизма будет заключаться в подключении к ней в соответствии со структурой исследуемого механизма этих необходимых математических моделей.

Такой подход к разработке алгоритмов силового анализа механизмов позволяет значительно упростить вопросы их кинестатического анализа и свести задачу разработки алгоритма к последовательным обращениям к стандартным программным модулям, описывающим кинестатику отдельных структурных образований [54].

Рассмотрим методики силового анализа для тех же типов механизмов, что и в предыдущей главе.

### 3.2. Разработка математической модели кинестатического анализа дифференциально-рычажного плоского рапирного и батанного механизмов станков типа СТР

Кинематическая схема дифференциально-рычажного плоского рапирного и батанного механизмов станков типа СТР приведена на рис. 3.1.

Принцип работы этих механизмов в ткацком станке СТР-8-250 подробно описан в подразд. 1.3.

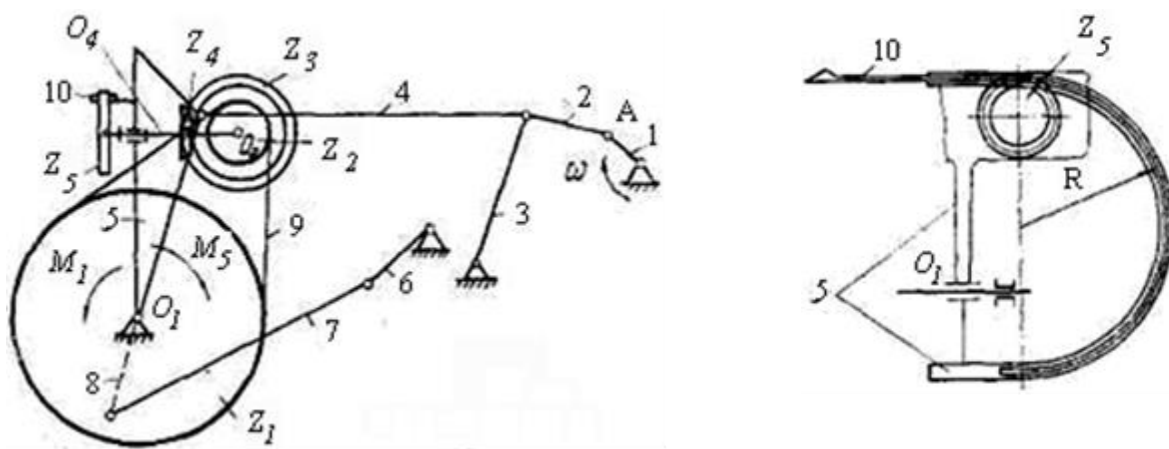


Рис. 3.1. Кинематическая схема дифференциально-рычажного плоского рапирного и батанного механизмов станков типа СТР

Классический метод кинестатики плоских механизмов, применяемый при расчете батанного и рапирного механизмов, не учитывает влияния динамических сопротивлений механизма движения рапир (звенья 10,  $Z_5$ ,  $Z_4$ ,  $Z_3$ ,  $Z_2$ ) на батан 5 и на механизм привода рапиры (звенья 6, 7, 8).

Рассмотрим методику определения этих динамических сопротивлений механизма движения рапир с целью учета их в силовом анализе обоих механизмов. Освобождаясь от связей дифференциального механизма со звеньями 4 и 7, заменяем их реактивными моментами  $M_1$  и  $M_5$  (см. рис. 3.1), которые в нашем случае являются движущими моментами.

Составим дифференциальные уравнения движения механизма, для чего найдем выражение кинетической энергии системы.

Введем обозначения:

$\varphi_1, \varphi_2, \varphi_5$  – углы поворота соответственно шкивов  $Z_1, Z_2$  и батана 5;

$\dot{\varphi}_1, \dot{\varphi}_2, \dot{\varphi}_5$  – абсолютные угловые скорости шкивов  $Z_1, Z_2$  и батана 5;

$h$  – межосевое расстояние шкивов  $Z_1$  и  $Z_2$ ;

$m_1, J_1$  – масса и момент инерции относительно оси  $O_1$  шкива  $Z_2$ ;

$m_2, Jo_2$  – общая масса шкива  $Z_2$ , зубчатого конического колеса  $Z_3$ , вала и их общий момент инерции относительно оси вращения  $O_2$ ;

$m_4, Jo_4$  – общая масса зубчатого конического колеса  $Z_4$ , зубчатого колеса  $Z_5$  и их общий момент инерции относительно оси вращения  $O_4$ ;

$m_5, J_5$  – масса и момент инерции относительно оси вращения  $O_1$  батана 5 со звеньями 10,  $Z_3, Z_2$ ;

$m_{10}$  – масса гибкой рапиры 10 совместно с головкой;

$\omega_x$  – угловая скорость  $Z_4$  относительно батана 5;

$\omega_z = \dot{\varphi}_5$  – переносная угловая скорость системы  $Z_4, Z_5$ ;

$\overline{\omega}_4 = \overline{\omega}_x + \overline{\omega}_z$  – абсолютная угловая скорость системы  $Z_4, Z_5$  (рис. 3.2).

Общая кинетическая энергия системы дифференциального механизма

$$T = T_1 + T_5 + T_2 + T_4 + T_{10}, \quad (3.1)$$

где  $T_1 = 0,5 \dot{\varphi}_1^2 J_1$ ;  $T_5 = 0,5 \dot{\varphi}_5^2 J_5$ .

Из формулы Виллиса для дифференциальных механизмов находим  $\varphi_2$ , а затем кинетическую энергию зубчатого шкива 2:

$$T_2 = 0,5m_2l_5^2\dot{\varphi}_5^2 + 0,5J_{o_2}[\varphi_1 i_{21}'' + \varphi_5(1 - i_{21}'')]^2,$$

где  $i_{21}'' = Z_1/Z_2$ .

Для определения  $T_4$  выбираем начало координат в центре масс зубчатого колеса  $Z_4$  и вала  $O$ , причем ось  $X$  направлена вдоль оси вала  $O_4$ , а ось  $Z$  перпендикулярна этой оси и плоскости чертежа.

Расстояние от оси  $O$  до центра масс  $S_4$  обозначим через  $U$ , тогда [38]

$$T_4 = 0,5m_4l_s^2\varphi_5^2 + 0,5J_{z_1}\omega_4^2, \quad (3.2)$$

где  $J_{z_1}$  – момент инерции системы  $Z_4, Z_5$  относительно мгновенной оси абсолютного вращения  $Z_1$  (см. рис. 3.2).

Обозначим через  $\alpha$  отклонение оси  $Z_1$  от  $Z$ , имеем

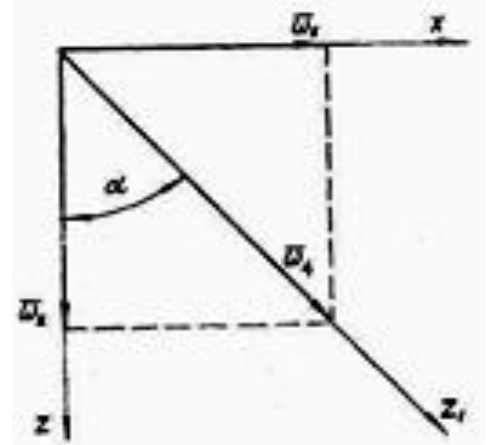


Рис. 3.2. Расчетная схема

$$\sin \alpha = \omega_x / \sqrt{\omega_x^2 + \omega_z^2}; \quad \cos \alpha = \omega_z / \sqrt{\omega_x^2 + \omega_z^2}. \quad (3.3)$$

Согласно [40], имеем

$$J_{z_1} = J_x \sin^2 \alpha + J_z \cos^2 \alpha = \frac{J_x \omega_x^2 + J_z \omega_z^2}{\omega_x^2 + \omega_z^2}, \quad (3.4)$$

где  $J_x, J_z$  – моменты инерции системы  $Z_4, Z_5$  относительно  $X$  и  $Z$ .

Подставляя выражения (3.3) и (3.4) в формулу (3.2), находим

$$T_4 = 0,5m_4l_s^2\dot{\varphi}_5^2 + 0,5J_x\omega_4^2 + 0,5J_z\omega_z^2; \\ \omega_x = (\dot{\varphi}_1 - \dot{\varphi}_5)i_{21}'' i_{43}, \quad (3.5)$$

где  $\omega_{43} = Z_3/Z_4$ .

Учитывая, что  $\omega_z = \varphi_5$ , и выражение (3.5), получаем

$$T_4 = 0,5J_4\dot{\varphi}_5^2 + 0,5J_x(\dot{\varphi}_1 - \dot{\varphi}_5)^2(i_{21}'' i_{43})^2,$$

где  $J_4 = m_4l_s^2 + J_z$  – момент инерции  $Z_4, Z_5$  относительно оси  $O_1$ .

Кинетическая энергия гибкой рапиры

$$T_{10} = 0,5m_{10}(\dot{\phi}_1 - \dot{\phi}_2)^2 a^2, \quad (3.6)$$

где  $a = i_{21}'' i_{43} \frac{d_5}{2}$  ( $d_5$  – диаметр начальной окружности зубчатого колеса  $Z_5$ ).

В выражении (3.6) исключена кинетическая энергия в переносном движении совместно с батаном, так как ее величина учтена ранее для  $T_5$ . Подставляя в формулу (3.1) значения составляющих общей кинетической энергии дифференциального механизма, имеем

$$T = 0,5J_1\dot{\phi}_1^2 + 0,5J_5\dot{\phi}_5^2 + 0,5m_2l_5^2\dot{\phi}_5^2 + 0,5J_{o_2}[\dot{\phi} i_{21}'' + \dot{\phi}_5(1 - i_{21}'')]^2 + \\ + 0,5J_4\dot{\phi}_5^2 + 0,5J_x(\dot{\phi}_1 - \dot{\phi}_5)^2 (i_{21}'' i_{43})^2 (i_{21}'' i_{43})^2 + 0,5m_{10}(\dot{\phi}_1 - \dot{\phi}_5)^2 a^2.$$

Принимая за обобщенные координаты  $\phi_1$  и  $\phi_5$ , записываем уравнение Лагранжа II рода:

$$\left. \begin{aligned} \frac{d}{dt} \left( \frac{\partial T}{\partial \dot{\phi}_1} \right) - \frac{\partial T}{\partial \phi_1} &= -\frac{\partial \Pi}{\partial \phi_1} + Q_1 \\ \frac{d}{dt} \left( \frac{\partial T}{\partial \dot{\phi}_5} \right) - \frac{\partial T}{\partial \phi_5} &= -\frac{\partial \Pi}{\partial \phi_5} + Q_5 \end{aligned} \right\} \quad (3.7)$$

Поскольку  $T$  не зависит от обобщенных координат, то

$$\frac{d}{dt} \left( \frac{\partial T}{\partial \dot{\phi}_1} \right) = J^I \Pi \ddot{\phi}_1 - J^II \Pi \ddot{\phi}_5,$$

где  $J_{II}^I = J_1 + J_{o_2} (i_{21}'')^2 + J_x (i_{21}'' i_{43})^2 + m_{10}a^2$ ;

$$J_{II}^{II} = J_{o_2} i_{21}'' (i_{21}'' - 1) + J_x (i_{21}'' i_{43})^2 + m_{10}a^2$$

$$\frac{d}{dt} \left( \frac{\partial T}{\partial \dot{\phi}_5} \right) = J_{II}^{III} \ddot{\phi}_5 - J_{II}^{II} \ddot{\phi}_1;$$

$$J_{II}^{III} = J_5 + J_{o_2} (1 - i_{21}'')^2 + J_4 + J_x (i_{21}'' i_{43})^2 + m_2 l_5^2 + m_{10}a^2. \quad (3.8)$$

Считая в первом приближении  $\Pi = \text{const}$ , имеем  $\frac{\partial \Pi}{\partial \phi_1} = \frac{\partial \Pi}{\partial \phi_5} = 0$ .

Обобщенные силы  $Q_1$  и  $Q_5$  определяем из элементарных работ на возможных перемещениях. Вследствие того, что силы трения в кинематических парах и сила трения рапиры в зеве значительно (на 2–3 порядка) ниже инерционных усилий, ими пренебрегаем.



Тогда  $Q_1 = M_1 - F_1 a,$

где  $F_1$  – сила трения рапиры в направляющих;

$R$  – радиус направляющей ленты;

$m_l$  – масса ленты рапиры;

$f$  – коэффициент трения.

Аналогично имеем  $Q_5 = M_5 - F_5 a, F_5 = \text{sign}(\dot{\phi}_1)(m_l \dot{\phi}_1^2 a^2 f / R).$

Отсюда система дифференциальных уравнений запишется в виде

$$J_{II}^I \ddot{\phi}_1 - J_{II}^II \ddot{\phi}_5 = M_1 - \text{sign}(\dot{\phi}_1) \left( \frac{m_l \dot{\phi}_1^2 a^2 f}{R} \right); \quad (3.9)$$

$$J_{II}^I \ddot{\phi}_5 - J_{II}^II \ddot{\phi}_1 = M_5 - \text{sign}(\dot{\phi}_5) \left( \frac{m_l \dot{\phi}_5^2 a^2 f}{R} \right). \quad (3.10)$$

С целью определения моментов, необходимых для движения только самого рапирного механизма, из уравнения (3.10) следует исключить массу самого звена 5 и массы звеньев, участвующих в переносном движении. При динамическом исследовании батанного механизма эти массы учитываются в моменте инерции всего батана. Исключим из выражения (3.8)  $J_5, m_2, 1^2_5, J_4$ , имеем

$$J_{II}^{III} = J_{o_2} (1 - i_{21}^H) + J_x (i_{21}^H i_{43})^2 + m_{10} a^2.$$

Преобразуя уравнения (3.9) и (3.10), получим

$$J_{II}^I \ddot{\phi}_1 - J_{II}^II \ddot{\phi}_5 + \text{sign}(\dot{\phi}_1) \left( \frac{m_l \dot{\phi}_1^2 a^2 f}{R} \right) = M_1;$$

$$J_{II}^I \ddot{\phi}_5 - J_{II}^II \ddot{\phi}_1 + \text{sign}(\dot{\phi}_5) \left( \frac{m_l \dot{\phi}_5^2 a^2 f}{R} \right) = M_5.$$

Найденные  $M_1$  и  $M_5$  прикладывают соответственно к батану и к шкиву  $Z_1$  как моменты сопротивления при силовом расчете механизма. К оси  $O_2$  прикладывается усилие, возникающее от натяжения ремня, рассчитанное по общему крутящему моменту, действующему на шкив  $Z_2$ .

Общий крутящий момент

$$M_2 = (M_1 + M_5 i_{51}) / [i_{21}^H (1 - i_{51})], \quad (3.11)$$

где  $i_{51} = \dot{\phi}_5 / \dot{\phi}_1$ .

С целью оценки влияния величин  $M_1$  и  $M_5$  на реакции в кинематических парах с помощью ЭВМ произведен силовой расчет батанного механизма станка СТР-4-180 с учетом и без учета динамики рапирного механизма и определены величины и направления реакций во всех кинематических парах (рис. 3.3).

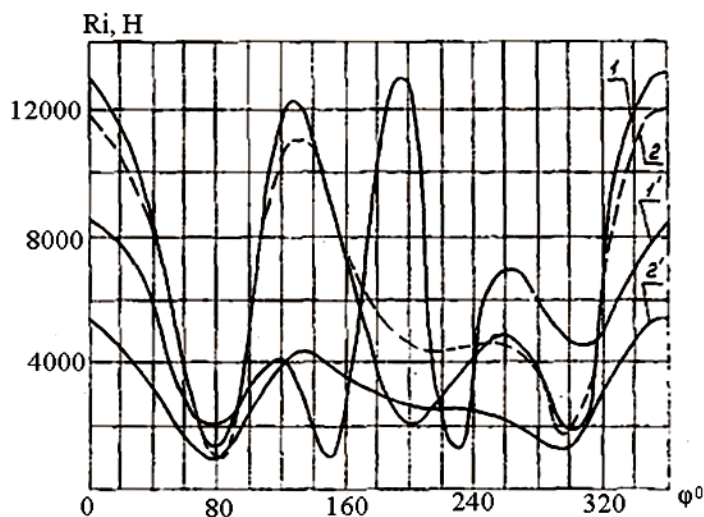


Рис. 3.3. Результаты силового анализа батанного механизма и механизма привода рапир ткацкого станка СТР-4-180

На диаграммах изменения величин реакций в шарнирах  $A$  и  $O_1$  видно, что динамика рапирного механизма существенно влияет на характер и величину изменения реакции с учетом ( $1, 1'$ ) и без учета ( $2, 2'$ ) динамики батанного механизма соответственно для  $R_A$  и  $R_{O1}$ .

### 3.3. Разработка математической модели кинетостатического анализа рычажных механизмов с трехпроводковыми группами

Разработку математической модели кинетостатического анализа рычажных механизмов с трехпроводковыми группами, как и в случае кинематического анализа, проведем на примере батанного механизма металлткацкого станка ТП-100-М, который представляет собой шестизвенный механизм III класса с приводом от кривошипа (см. рис. 2.6).

С целью упрощения силового расчета целесообразно систему сил и моментов, действующих на отдельное звено, заменить главным вектором сил  $\bar{P}$  и

главным моментом  $\bar{M}$ , приняв за точку приведения этой системы сил точку  $S$  – центр масс звена, определяемый полярными координатами  $R_s$  и  $\beta_s$ .

В общем случае (рис. 3.4) на каждое звено группы может действовать  $i$  внешних сил  $\bar{P}_i$ , суммарный внешний момент  $\bar{M}_B$ , сила тяжести  $\bar{G}$ , момент  $\bar{M}_H$  сил инерции и составляющие  $\bar{P}_{HX}$ ,  $\bar{P}_{HY}$  силы инерции.

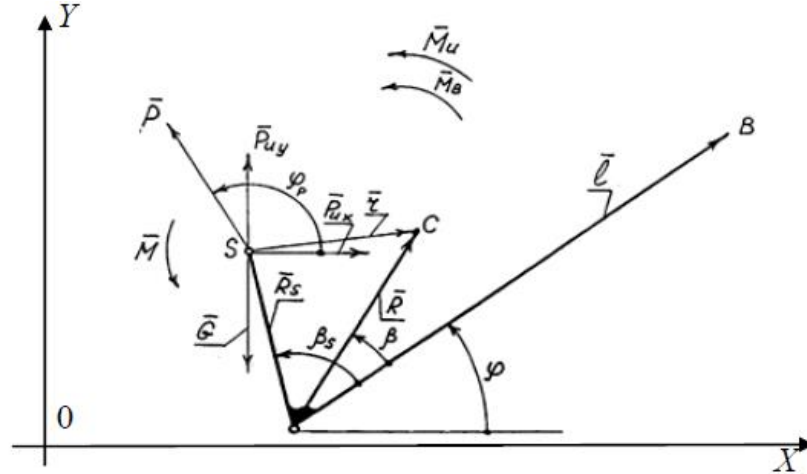


Рис. 3.4. Расчетная схема силового анализа отдельного звена

Точки приложения внешних сил  $\bar{P}_i$  задаются полярными координатами  $R_i$  и  $\beta_i$  относительно вектора  $\bar{l}$  звена.

Для определения величин  $\bar{P}$  и  $\bar{M}$  запишем

$$M \cdot \bar{k} = M_H \bar{k} + M_B \bar{k} + \sum_i (\bar{r}_i \cdot \bar{P}_i);$$

$$\bar{P} = \bar{G} + \bar{P}_{HX} + \bar{P}_{HY} + \sum_i \bar{P}_i.$$

Проектируя уравнение моментов с учетом, что  $\bar{r}_i = \bar{R}_i - \bar{R}_s$ , получим

$$M = -J_S \varphi'' \omega^2 + M_B + \sum_i (R_i P_i \sin(\varphi_{Pi} - \varphi - \beta_i) - R_s P_i \sin(\varphi_{Pi} - \varphi - \beta_s)). \quad (3.12)$$

Проектируя уравнение сил на оси координат и раскрывая проекции сил инерции, находим

$$\begin{aligned} P_X &= -x_S m \omega^2 + \sum_i P_i \cos(\varphi_{Pi}); \\ P_Y &= -G - y_S m \omega^2 + \sum_i P_i \sin(\varphi_{Pi}). \end{aligned} \quad (3.13)$$

В уравнениях (3.12) и (3.13):

$m, J_s$  – масса и момент инерции массы звена относительно центра масс;

$\omega$  – обобщенная скорость;

$\varphi''$  – аналог угловой скорости звена;

$x_s'', y_s''$  – проекции аналога линейного ускорения центра масс  $S$  звена.

Используя пакет прикладных программ [49, 54], находим модуль вектора  $\bar{P}$  и его направляющий угол  $\varphi_P$ .

Рассмотрим группу III класса (рис. 3.5), состоящую из звеньев 4, 5, 6 и 7, нагруженную (после приведения всех сил и моментов, действующих на звенья) главными векторами сил  $\bar{P}_4, \bar{P}_5, \bar{P}_6, \bar{P}_7$  и моментами сил  $\bar{M}_4, \bar{M}_5, \bar{M}_7$ , под действием которых данная группа находится в равновесии.

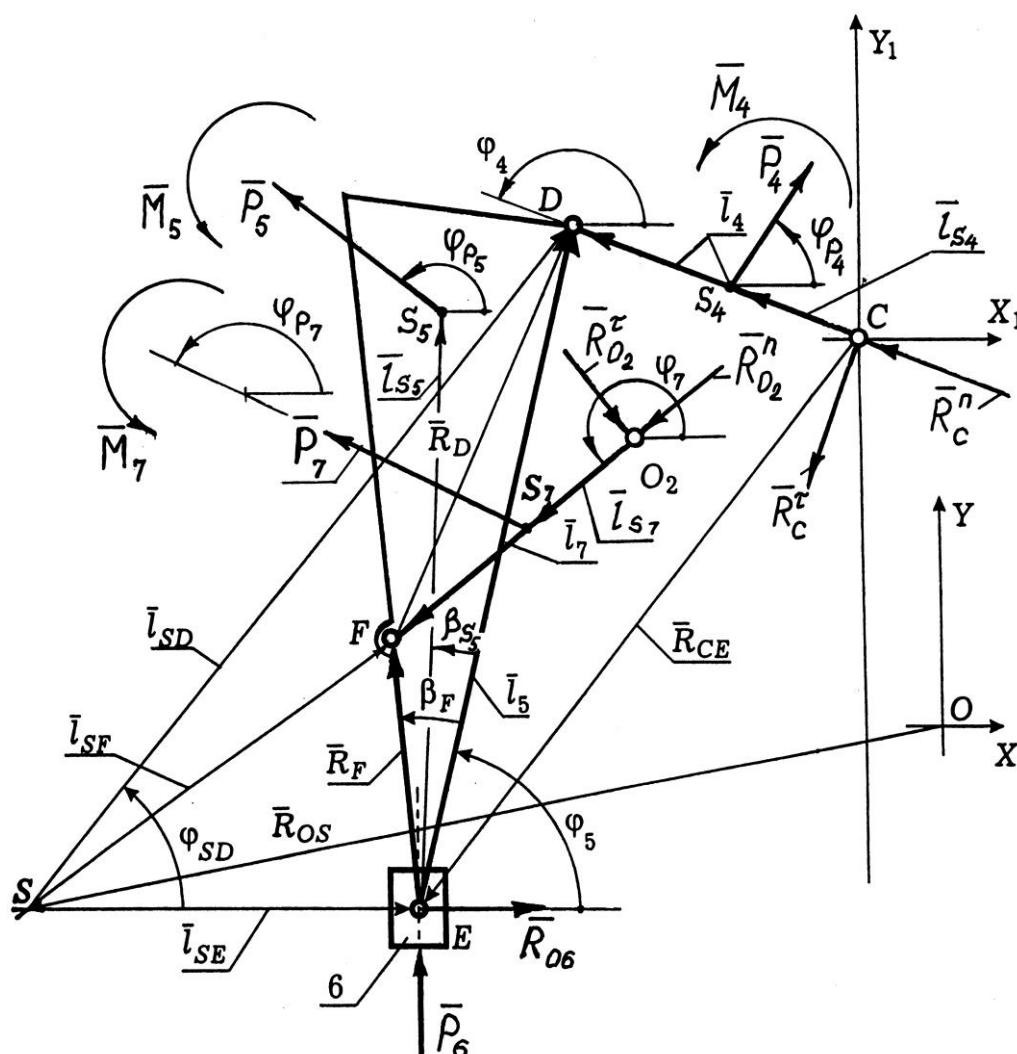


Рис. 3.5. Схема сил, действующих на трёхпроводковую группу 4, 5, 6, 7

Для определения величин и направлений составляющих реакций  $\bar{R}_C^\tau$  составим  $\bar{R}_{0_2}^\tau$ . Уравнения равновесия звеньев в форме моментов:

- для звена 7 относительно точки  $F$  имеем

$$-\bar{l}_7 \cdot \bar{R}_{0_2}^\tau + \bar{l}_{FS_7} \cdot \bar{P}_7 + \bar{M}_7 = 0; \quad (3.14)$$

- для звена 4 относительно точки  $D$  имеем

$$-\bar{l}_4 \cdot \bar{R}_C^\tau + \bar{l}_{DS_4} \cdot \bar{P}_4 + \bar{M}_4 = 0. \quad (3.15)$$

Для определения нормальной составляющей  $\bar{R}_C^n$  воспользуемся особой точкой Ассура  $S$ , которая определяется на пересечении линий продолжения звеньев 6 и 7 (см. рис. 3.5).

При выборе именно этой точки Ассура имеем аналог скорости  $V_{\phi_s} = 0$  и аналог ускорения  $W_{\phi_s} \neq 0$ .

Координаты точки  $S$  в системе  $X_1CY_1$  определим из системы уравнений

$$\left. \begin{aligned} Y_{CS} - Y_{CO_2} &= (X_{CS} - X_{CO_2}) \operatorname{tg} \varphi_7 \\ Y_{CS} &= Y_{CE} \end{aligned} \right\} \quad (3.16)$$

Решая систему (3.16), получаем  $X_{CS} = (Y_{CE} - Y_{CO_2})/\operatorname{tg} \varphi_7 + X_{CO_2}$ .

Составим сумму моментов всех сил, действующих на звенья трехпроводковой группы, относительно точки  $S$ . Имеем

$$\begin{aligned} &\bar{l}_{SC} \cdot \bar{R}_C^\tau + \bar{l}_{SC} \cdot \bar{R}_C^n + \bar{M}_4 + \bar{l}_{SS_4} \cdot \bar{P}_4 + \bar{l}_{SS_5} \cdot \bar{P}_5 + \bar{M}_5 + \\ &+ \bar{l}_{SE} \cdot \bar{P}_6 + \bar{l}_{SO_2} \cdot \bar{R}_{O_2}^\tau + \bar{M}_7 + \bar{l}_{SS_7} \cdot \bar{P}_7 = 0. \end{aligned} \quad (3.17)$$

Разрешая уравнение (3.17) относительно  $\bar{R}_C^n$ , находим ее величину и направление. Для определения  $\bar{R}_{0_2}^n$  и  $\bar{R}_{0_6}$  составим уравнение равновесия сил трехпроводковой группы:

$$\bar{R}_C^\tau + \bar{R}_C^n + \bar{P}_4 + \bar{P}_5 + \bar{P}_6 + \bar{P}_7 + \bar{R}_{O_2}^\tau + \bar{R}_{O_2}^n + \bar{R}_{O_6} = 0. \quad (3.18)$$

Проецируем уравнение (3.18) на оси  $OX$  и  $OY$ , получаем уравнения, из которых определяем неизвестные  $\bar{R}_{0_2}^n$  и  $\bar{R}_{0_6}$  по величине и направлению.

Методика силового анализа двухповодковой группы, состоящей из звеньев 2–3 и входного звена-кривошипа 1 (см. рис. 2.8), разработана и подробно изложена в [55]. При решении данных задач также используется пакет прикладных программ силового анализа рычажных механизмов [54].

### 3.4. Разработка математической модели кинетостатического анализа пространственных рычажных механизмов

#### 3.4.1. Кинетостатический анализ пространственных рычажных механизмов привода рапир металлотающего станка СТР-100-М

Рассмотрим методику силового расчета пространственного рычажного механизма на примере механизма прокладывания утка металлотающего станка СТР-100-М. Кинематическая схема данного механизма показана на рис. 3.6.

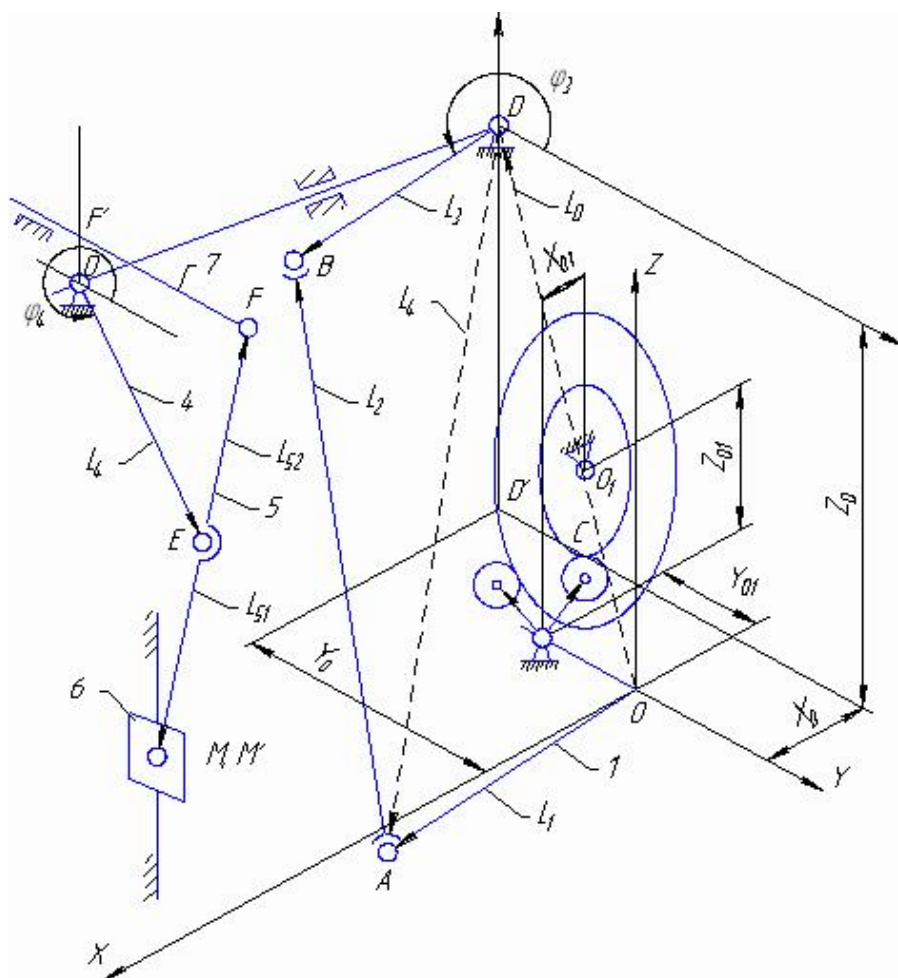


Рис. 3.6. Схема пространственного рычажного механизма прокладывания утка металлотающего станка СТР-100-М

Рассмотрим силовой анализ группы звеньев 5–6–7.

Составим уравнение моментов сил относительно центра масс  $S_7$  головки рапиры (в предположении, что именно в этом сечении будет приложена реакция  $R_{07}$  со стороны опорной поверхности).

Найдем  $R_{57}l_7 = G_7(l_7 - l_{S7})$  (рис. 3.7). Тогда реакция в шарнире  $F$

$$R_{57} = G_7 (l_7 - l_{S7})/l_7.$$

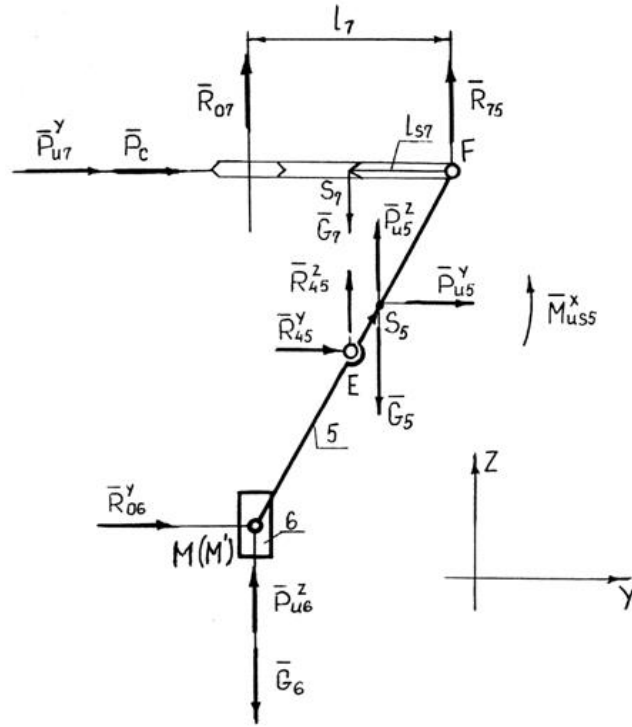


Рис. 3.7. Расчетная схема силового анализа группы звеньев 5–6–7

Рассмотрим структурную группу, состоящую из звеньев 5 и 6.

Реакция  $R_{06}^y$  со стороны направляющей ползуна определяется из условия равновесия всей группы в целом. Определив сумму моментов относительно центра шарнира  $E$ , найдем

$$R_{06}^y = P_{u7}^y + P_c + \frac{P_{u5}^y l_{S5}}{l_4} - \frac{M_{uS5}^x}{l_4 \sin \varphi_5} - \frac{(P_{u6}^z - G_6 - R_{75} + (G_5 - P_{u5}^z) l_{S5} / l_4)}{\operatorname{tg} \varphi}, \quad (3.19)$$

где  $P_c$  – сила сопротивления со стороны уточной нити [14].

Из геометрической суммы всех сил, действующих на группу 5–6, найдем

$$R_{54}^y \text{ и } R_{54}^z:$$

$$\left. \begin{aligned} R_{54}^y &= -R_{45}^y = R_{06}^y + P_{u_5}^y + P_{u_7}^y + P_c \\ R_{54}^z &= -R_{45}^z = P_{u_6}^z - G_6 - G_5 + P_{u_5}^z + R_{75}^z \end{aligned} \right\} \quad (3.20)$$

Зная проекции реакции  $R_{54}^y$  и  $R_{54}^z$ , определяем величину и направление реакции  $\bar{R}_{54}$ .

Рассмотрим силовой расчет пространственной группы (диады) 3–2 (рис. 3.8).

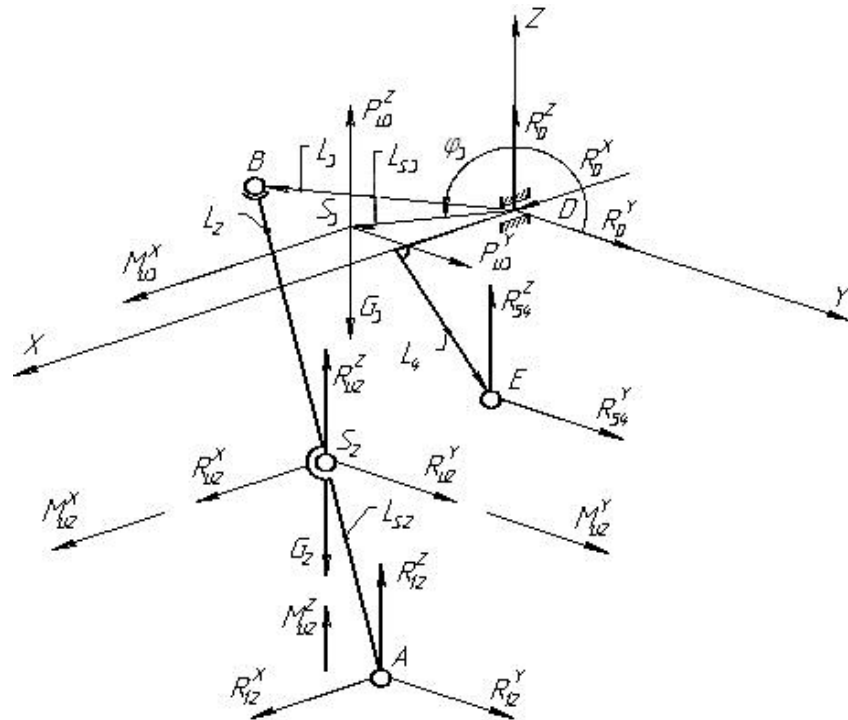


Рис. 3.8. Схема силового расчета пространственной диады 3–2

Рассмотрим условия равновесия звена 2 (звена AB). Составим уравнение моментов от всех сил, действующих на звено AB, относительно точки B:

$$\sum M_B = -(\bar{L}_2 - \bar{L}_{S_2}) \cdot (\bar{G}_2 + \bar{P}_{u_2}) - \bar{L}_2 \cdot \bar{R}_{12} + \bar{M}_{u_2} = 0. \quad (3.21)$$

Раскроем уравнение (3.21) и умножим скалярно на  $\bar{j}$ . После преобразования получим

$$l_2 X_2 R_{12}^z - l_2 Z_2 R_{12}^x = (l_2 - l_{S_2})(Z_2 P_{u_2}^x - X_2 P_{u_2}^z + X_2 G_2) - M_{u_2}^y. \quad (3.22)$$

Раскроем уравнение (3.21), умножим скалярно на орт  $\bar{k}$ , преобразуем:

$$l_2 Y_2 R_{12}^x - l_2 X_2 R_{12}^y = (l_2 - l_{S_2})(X_2 P_{u_2}^y - Y_2 P_{u_2}^x) - M_{u_2}^z. \quad (3.23)$$



Составим уравнение моментов сил, действующих на всю группу  $ABD$ , относительно точки  $D$ :

$$R_{12}^y(l_2 Z_2 - l_3^z) + R_{12}^z(l_3^y - l_2 Y_2) = -M_{u_3}^x - M_{u_2}^x - l_4^y R_{54}^z + l_4^z R_{54}^y + l_{S_3}^y G_3 + \\ + ((l_2 - l_{S_2})Y_2 - l_3^y)P_{u_2}^z + (l_3^z - (l_2 - l_{S_2})Z_2)P_{u_2}^y + (l_3^y - (l_2 - l_{S_2})Y_2)G_2, \quad (3.24)$$

где  $l_3^z = l_3 \sin \varphi_3$ ;

$$l_3^y = l_3 \cos \varphi_3;$$

$$l_4^y = l_4 \cos \varphi_4;$$

$$l_4^z = l_4 \sin \varphi_4;$$

$$l_{S_3}^y = l_{S_3} \cos(\varphi_3 + \beta_{S_3}).$$

Систему уравнений (3.22), (3.23) и (3.24) представим в виде

$$\left. \begin{aligned} a_{11}R_{12}^x + a_{12}R_{12}^y + a_{13}R_{12}^z &= b_1 \\ a_{21}R_{12}^x + a_{22}R_{12}^y + a_{23}R_{12}^z &= b_2 \\ a_{31}R_{12}^x + a_{32}R_{12}^y + a_{33}R_{12}^z &= b_3 \end{aligned} \right\}, \quad (3.25)$$

$$\text{где } \left. \begin{aligned} a_{11} &= -l_2 Z_2 \\ a_{12} &= 0 \\ a_{13} &= l_2 X_2 \end{aligned} \right\}; \left. \begin{aligned} a_{21} &= l_2 Y_2 \\ a_{22} &= -l_2 X_2 \\ a_{23} &= 0 \end{aligned} \right\}; \left. \begin{aligned} a_{31} &= 0 \\ a_{32} &= l_2 Z_2 - l_3^z \\ a_{33} &= l_3^y - l_2 Y_2 \end{aligned} \right\}; \quad (3.26)$$

$$\left. \begin{aligned} b_1 &= (Z_2 P_{u_2}^x - X_2 P_{u_2}^z + X_2 G_2)(l_2 - l_{S_2}) - M_{u_2}^y \\ b_2 &= (X_2 P_{u_2}^y - Y_2 P_{u_2}^x)(l_2 - l_{S_2}) - M_{u_2}^z \\ b_3 &= l_4^z R_{54}^y - l_4^y R_{54}^z + l_{S_3}^y G_3 + ((l_2 - l_{S_2})Y_2 - l_3^y)(P_{u_2}^z - G_2) + \\ &\quad + l_3^z - (l_2 - l_{S_2})Z_2)P_{u_2}^y - M_{u_3}^x - M_{u_2}^x \end{aligned} \right\}. \quad (3.27)$$

Система уравнений (3.25) решается, например, с помощью формул Крамера [56]. Обозначим:

$$\Delta = \begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{vmatrix}; \quad \Delta_1 = \begin{vmatrix} b_1 & a_{12} & a_{13} \\ b_2 & a_{22} & a_{23} \\ b_3 & a_{32} & a_{33} \end{vmatrix};$$

$$\Delta_2 = \begin{vmatrix} a_{11} & b_1 & a_{13} \\ a_{21} & b_2 & a_{23} \\ a_{31} & b_3 & a_{33} \end{vmatrix}; \Delta_3 = \begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} & b_1 \\ a_{21} & a_{22} & b_2 \\ a_{31} & a_{32} & b_3 \end{vmatrix}.$$

Тогда  $R_{12}^x = \Delta_1/\Delta$ ;  $R_{12}^y = \Delta_2/\Delta$ ;  $R_{12}^z = \Delta_3/\Delta$ , а полная реакция

$$R_{12} = \sqrt{(R_{12}^x)^2 + (R_{12}^y)^2 + (R_{12}^z)^2}. \quad (3.28)$$

Реакцию  $\bar{R}_{32}$  в шарнире  $B$  определим из условия равновесия звена 2:

$$\sum \bar{P}_i(2) = 0; \bar{R}_{12} + \bar{P}_{u_2} + \bar{G}_2 + \bar{R}_{32} = 0. \quad (3.29)$$

Из условия (3.29) выразим реакцию  $\bar{R}_{32}$  и спроецируем на оси координат:

$$R_{32}^x = -R_{12}^x - P_{u_2}^x, R_{32}^y = -R_{12}^y - P_{u_2}^y, R_{32}^z = -R_{12}^z - P_{u_2}^z + G_2. \quad (3.30)$$

Реакцию  $\bar{R}_{03}$  в шарнире  $D$  определим из условия равновесия звена 3:

$$\sum \bar{P}_i(3) = 0; \bar{R}_{23} + \bar{P}_{u_3} + \bar{G}_3 + \bar{R}_{54} + \bar{R}_{03} = 0. \quad (3.31)$$

Тогда проекции реакции  $\bar{R}_{03}$

$$R_{03}^x = R_{23}^x, R_{03}^y = R_{23}^y - R_{54}^y - P_{u_3}^y, R_{03}^z = R_{23}^z - R_{54}^z - P_{u_3}^z + G_3. \quad (3.32)$$

Полные реакции в шарнирах  $B$  и  $D$  определяются аналогично выражению (3.27). Опорные моменты для звена 3 относительно оси  $DZ$

$$M_D^y = R_{23}^x l_3 \sin \varphi_3, M_D^z = -R_{23}^x l_3 \cos \varphi_3. \quad (3.33)$$

Рассмотрим силовой анализ толкателя.

Схема сил, действующих на толкатель 1 в плоскости  $XOZ$ , приведена на рис. 3.9. Раскрывая уравнения равновесия толкателя, получим

$$M_0^x = R_{21}^y l_1 \cos \varphi_1; M_0^z = -R_{21}^y l_1 \sin \varphi_1. \quad (3.34)$$

Уравновешивающая сила  $\bar{P}_{yp}$ , приложенная перпендикулярно толкателю,

$$P_{yp} = \left[ M_{u_1}^y + G_1 l_{S_1} \sin(\varphi_1 + \beta_{S_1}) + R_{12}^z l_1 \sin(\varphi_1) + R_{12}^x l_1 \cos(\varphi_1) \right] / l_T, \quad (3.35)$$

где  $M_{u_1}^y = J_0 \cdot \varphi_1'' \cdot \omega_{кул}^2$  – момент сил инерции относительно оси  $OY$  ( $J_0$  – момент инерции массы толкателя в сборе относительно оси качания  $OY$ );

$P_{u1}^x = -m_{S1} \cdot W_{S1}^x \cdot \omega_{кул}^2$  – проекция силы инерции звена 1 на ось  $OX$ ;

$P_{u1}^z = -m_S \cdot W_{S1}^z \cdot \omega_{кул}^2$  – проекция силы инерции звена 1 на ось  $OY$ .

В зависимости от знака  $\overline{P_{yp}}$  точкой ее приложения может быть ось ролика толкателя кулачка или ось ролика толкателя контркулачка.

Если  $P_{yp} > 0$ , то  $P_{yp}^x = -P_{yp} \cos(\varphi_1 - \beta - \theta_\tau)$ ;

$$P_{yp}^z = P_{yp} \sin(\varphi_1 - \beta - \theta_\tau).$$

Если  $P_{yp} < 0$ , то  $P_{yp}^x = P_{yp} \cos(\varphi_1 - \beta)$ ;

$$P_{yp}^z = P_{yp} \sin(\varphi_1 - \beta).$$

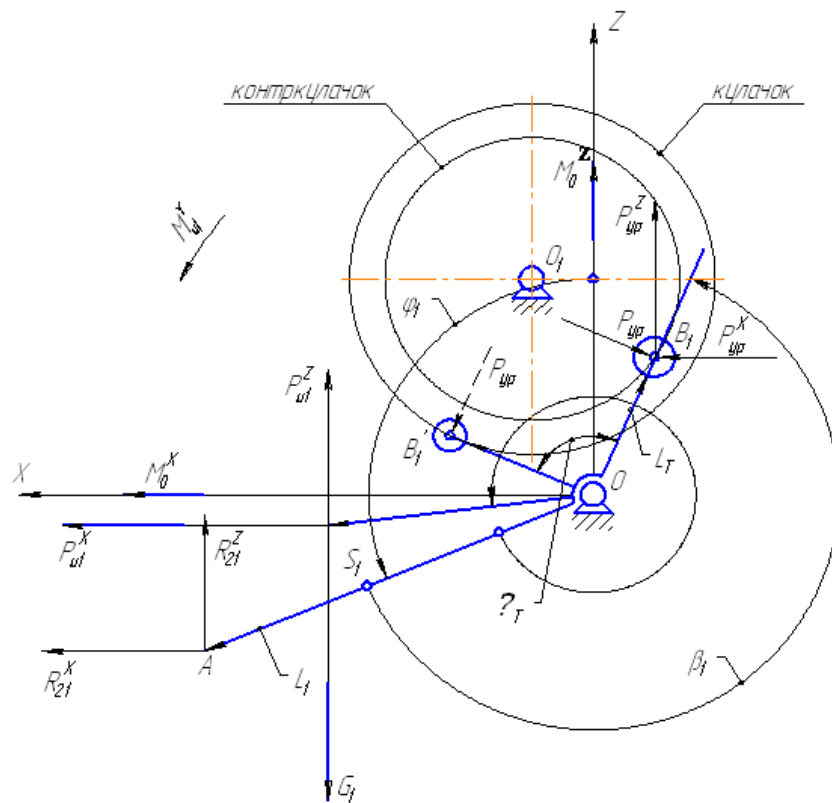


Рис. 3.9. Схема сил, действующих на толкатель в плоскости  $XOZ$

На основании разработанной методики с использованием пакета прикладных программ [54] разработана программа расчета силовых параметров рапирного механизма станка СТР-100-М.

Результаты расчетов приведены в виде графиков (рис. 3.10 и 3.11).

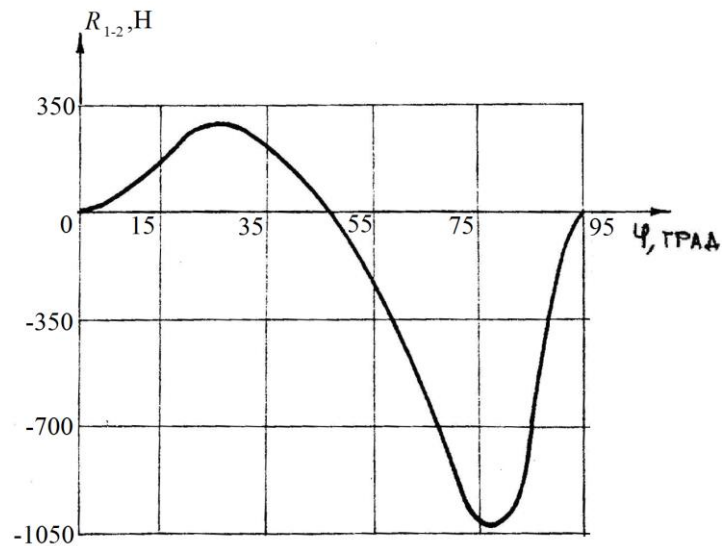


Рис. 3.10. Реакция в шарнире А (см. рис. 3.6)

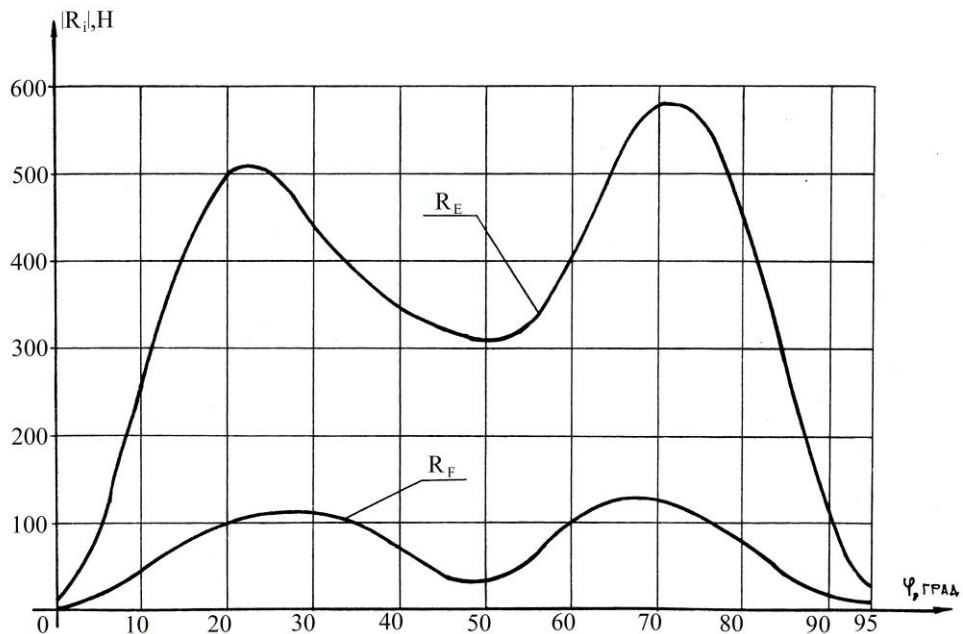


Рис. 3.11. Реакции в шарнирах Е и F (по модулю) (см. рис. 3.6)

### 3.4.2. Кинестатический анализ модернизированного пространственного механизма прокладывания утка металоткацкого станка типа DM-2000-M

Кинестатический анализ механизма (см. рис. 2.7) осуществляется по отдельным группам Ассура, начиная с последней в порядке присоединения к ведущему звену, исходя из структурной формулы механизма (см. подразд. 2.4.1).

Решение задачи о кинестатическом анализе стандартных групп Ассура рассматривается, например, в [55] и может осуществляться с помощью пакета прикладных программ для ЭВМ [54].

Более сложной задачей является кинестатический анализ пространственной диады рассматриваемого механизма. Подобная задача решалась в работе [57]. Однако в данном механизме, в отличие от известного, опора  $O_6$  звена 16 движется вместе с лопастью батана 9 в плоскости  $ZOY$ , что вносит коррекцию в решение задачи (см. подразд. 3.4.1).

Для решения поставленной задачи в отношении пространственной диады 15–16 (см. рис. 2.7 и 3.1) воспользуемся методом, изложенным в [58].

Рассмотрим пространственную группу Ассура 15–16, состоящую из двуплечего рычага 16 и тяги 15 (рис. 3.12).

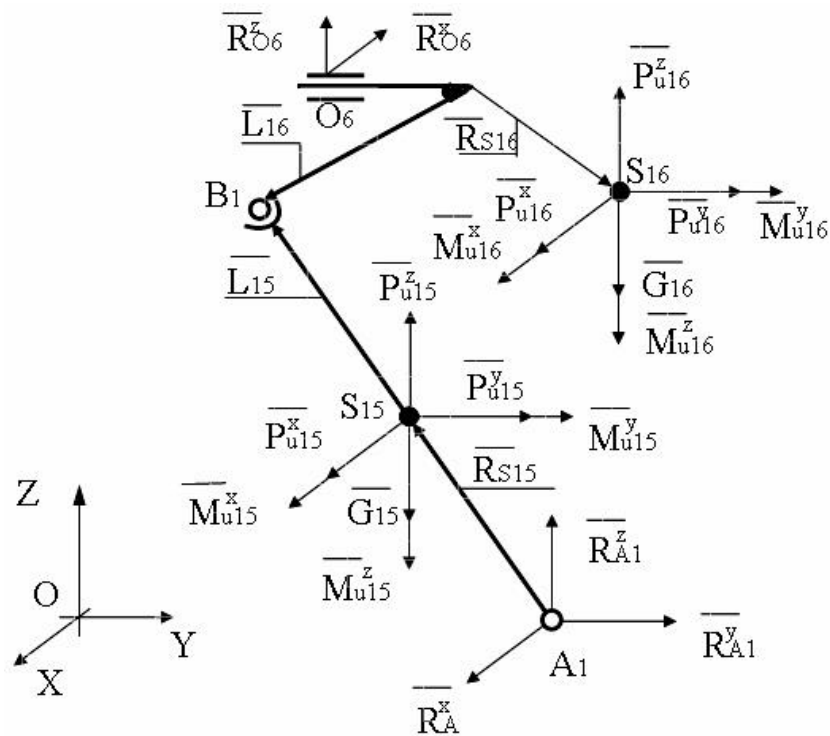


Рис. 3.12. Расчетная схема кинестатического анализа пространственного четырехзвенника

Звено 15 совершает сложное движение, которое можно разложить на переносное, сообщаемое ему точкой  $A_1$  звена 14, и относительное вращательное движение в трех взаимно перпендикулярных плоскостях вокруг этой точки, так как звенья 15 и 16 соединяются при помощи шарового шарнира.

На звенья пространственной группы Ассура действуют следующие силы:

$P_{u15}$ ,  $P_{u16}$  – силы инерции соответствующих звеньев, приложенные в центрах масс этих звеньев  $S_{15}$  и  $S_{16}$ :

$$\left. \begin{aligned} P_{u15} &= \sqrt{P_{u15}^x + P_{u15}^y + P_{u15}^z} \\ \bar{P}_{u15}^x &= -m_{15} \bar{a}_{15}^x \\ \bar{P}_{u15}^y &= -m_{15} \bar{a}_{15}^y \\ \bar{P}_{u15}^z &= -m_{15} \bar{a}_{15}^z \end{aligned} \right\}; \quad \left. \begin{aligned} P_{u16} &= \sqrt{P_{u16}^x + P_{u16}^y + P_{u16}^z} \\ \bar{P}_{u16}^x &= -m_{16} \bar{a}_{16}^x \\ \bar{P}_{u16}^y &= -m_{16} \bar{a}_{16}^y \\ \bar{P}_{u16}^z &= -m_{16} \bar{a}_{16}^z \end{aligned} \right\};$$

$G_{15}, G_{16}$  – силы тяжести звеньев 15 и 16;

$R_{O_6}^x, R_{O_6}^y$  – составляющие реакции, возникающей в шарнире  $O_6$ ;

$R_{A1}^x, R_{A1}^y, R_{A1}^z$  – проекции реакции, возникающие в точке  $A_1$ , от действия звена 15 на звено 14.

Кроме того, к звеньям приложены моменты сил инерции  $\bar{M}_{u15}, \bar{M}_{u16}$ :

$$\left. \begin{aligned} \bar{M}_{u15}^x &= -J_{15}^x \bar{\varepsilon}_{15}^x \\ \bar{M}_{u15}^y &= -J_{15}^y \bar{\varepsilon}_{15}^y \\ \bar{M}_{u15}^z &= -J_{15}^z \bar{\varepsilon}_{15}^z \end{aligned} \right\}; \quad (3.36) \quad \left. \begin{aligned} \bar{M}_{u16}^x &= -J_{16}^x \bar{\varepsilon}_{16}^x \\ \bar{M}_{u16}^y &= -J_{16}^y \bar{\varepsilon}_{16}^y \\ \bar{M}_{u16}^z &= -J_{16}^z \bar{\varepsilon}_{16}^z \end{aligned} \right\}. \quad (3.37)$$

При определении проекций момента сил инерции  $M_{u15}^x, M_{u15}^y, M_{u15}^z$  необходимо знать значения:

- моментов инерции массы  $J_{15}^x, J_{15}^y, J_{15}^z$  и  $J_{16}^x, J_{16}^y, J_{16}^z$  относительно осей системы координат, связанных с точкой вращения этих звеньев и параллельных главной системе координат;

- проекций угловых ускорений  $\varepsilon_{15}^x, \varepsilon_{15}^y, \varepsilon_{15}^z$  и  $\varepsilon_{16}^x, \varepsilon_{16}^y, \varepsilon_{16}^z$ , которые определены при кинематическом анализе (см. выражения (2.57), (2.58)).

Определим приведенный момент инерции валов мультипликатора к оси  $O_6$  звена 16 (см. рис. 2.7, б).

Общая кинетическая энергия данных звеньев

$$T_{об} = T_p + T_{v3} + T_{v2} + T_{v1},$$

откуда

$$J_{np}^x = m_p \left( \frac{V_p}{\omega_{np}} \right)^2 + Y_{v3} \left( \frac{\omega_{v3}}{\omega_{np}} \right)^2 + Y_{v2} \left( \frac{\omega_{v2}}{\omega_{np}} \right)^2 + Y_{O_6}^x, \quad (3.38)$$

где  $m_p, V_p$  – соответственно масса и скорость рапиры;

$Y_{v2}, Y_{v3}$  – моменты инерции масс валов 18 и 19 мультипликатора (см. рис. 2.7, б);

$Y_{O_6}^x$  – момент инерции звена 16 относительно оси  $O_6X$ ;

$\omega_{v2}, \omega_{v3}$  – угловые скорости валов мультипликатора;

$\omega_{np}$  – угловая скорость звена приведения (звено 16, вал 20);

$m_p = \gamma S_p + m_z$  ( $\gamma$  – масса единицы длины  $S_p$  ленты рапиры,  $m_z$  – масса головки рапиры).

С учетом передаточных отношений зубчатых зацеплений имеем

$$\omega_{v3} = \frac{\omega_{np} z_1 z_3}{z_2 z_4}; \quad \omega_{v2} = \frac{\omega_{np} z_4}{z_5}.$$

В выражения (3.36) входят моменты инерции массы звена 15 относительно осей неподвижной системы координат  $OXYZ$ , которые на основании [59] определяются следующим образом (рис. 3.13):

$$\left. \begin{aligned} J_{15}^x &= J'_{z15} \sin^2 \beta_{15} + (J'_{x15} \cos^2 \alpha_{15}) \cos^2 \beta_{15} \\ J_{15}^y &= J'_{x15} \sin^2 \alpha_{15} + J'_{y15} \cos^2 \alpha_{15} \\ J_{15}^z &= J'_{z15} \cos^2 \beta_{15} + (J'_{x15} \cos^2 \alpha_{15} + J'_{y15} \sin^2 \alpha_{15}) \sin^2 \beta_{15} \end{aligned} \right\}, \quad (3.39)$$

где  $J'_{x15}, J'_{y15}, J'_{z15}$  – моменты инерции масс звена 15 относительно соответствующих осей, проходящих через начало главной центральной системы координат  $S_{15}X_0Y_0Z_0$ ;

$\alpha_{15}$  – угол, образованный проекцией  $Z_{01}$  оси симметрии  $Z_0$  звена 15 на плоскость  $X_1Y_1$  с осью  $S_{15}Y_1$  системы координат  $S_{15}X_1Y_1Z_1$ , параллельной неподвижной системе координат  $OXYZ$ :

$$\alpha_{15} = 0,5 \arccos \left( \frac{y_{15}^2 - 1 - (x_{15}^2 + z_{15}^2)}{2\sqrt{x_{15}^2 + z_{15}^2}} \right); \quad (3.40)$$

$\beta_{15}$  – угол, образованный проекцией  $Z_{01}$  оси симметрии  $Z_0$  звена 15 на плоскость  $X_1Y_1$  с осью  $S_{15}Z_0$  главной центральной системы координат  $S_{15}X_0Y_0Z_0$  звена 15:

$$\beta_{15} = \arctg \left( \frac{x_{15}}{z_{15}} \right) + k\pi. \quad (3.41)$$

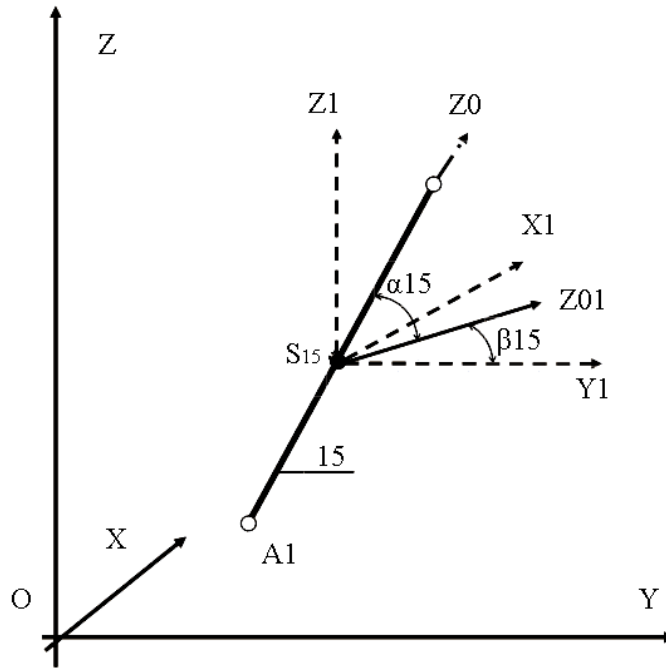


Рис. 3.13. Схема расчета моментов инерции массы пространственного звена 15

В выражения (3.39) входят моменты инерции относительно главных центральных осей инерции звена 15, которые на основании [59] определяются следующим образом:

$$\left. \begin{aligned} J'_{Z15} &= J_{S15}^z \\ J'_{X15} &= J_{S15}^x \cos^2 \alpha + J_{S15}^y \sin^2 \alpha + J_{S15}^{xy} \sin(2\alpha) \\ J'_{Y15} &= J_{S15}^y \cos^2 \alpha + J_{S15}^x \sin^2 \alpha - J_{S15}^{xy} \sin(2\alpha) \end{aligned} \right\}, \quad (3.42)$$

где  $J_{S15}^x, J_{S15}^y, J_{S15}^z$  – моменты инерции массы тела относительно соответствующей оси, проходящей через его центр масс;

$J_{S15}^{xy}$  – центробежные моменты инерции массы тела;

$$\alpha = \arctg\left(\frac{2J_{xy}}{J_x - J_y}\right). \quad (3.43)$$

Проекции реакции  $R_{A1}$  определяются из уравнений моментов сил, действующих на звено 15 относительно осей  $B_1Z$  и  $B_1Y$ , параллельных осям  $OZ$  и  $OY$  принятой системы координат (см. рис. 3.12):

$$\sum M_{B_1}^y = -((L_{15} - L_{S15})\bar{e}_{15} \cdot (\bar{P}_{u_{15}} + \bar{G}_{15}))\bar{j} + \bar{M}_{u_{15}}\bar{j} - (\bar{L}_{15}\bar{e}_{15} \cdot \bar{R}_{A_1})\bar{j} = 0. \quad (3.44)$$



Уравнение моментов относительно точки  $B_1$  от сил, действующих на звено 15, спроецированных на ось  $OZ$ , примет вид

$$\sum M_{B_1}^z = -((L_{15} - L_{S_{15}})\bar{e}_{15} \cdot (\bar{P}_{u_{15}} + \bar{G}_{15}))\bar{k} + \bar{M}_{u_{15}}\bar{k} - (\bar{L}_{15}\bar{e}_{15} \cdot \bar{R}_{A_1})\bar{k} = 0. \quad (3.45)$$

Уравнение моментов относительно точки  $O_6$  от сил, действующих на группу 15–16, спроецированных на ось  $OX$ , примет вид

$$\begin{aligned} \sum M_{O_6}^x &= (L_{S_{16}})\bar{e}_{S_{16}} \cdot (\bar{P}_{u_{16}} + \bar{G}_{16}))\bar{i} + \bar{M}_{u_{16}}\bar{i} + \\ &+ (L_{16}\bar{e}_{16}(L_{15} - L_{S_{15}})\bar{e}_{15}) \cdot (\bar{P}_{u_{15}} + \bar{G}_{15}))\bar{i} + \\ &+ \bar{M}_{u_{15}}\bar{i} + ((\bar{L}_{16}\bar{e}_{16} - \bar{L}_{15}\bar{e}_{15}) \cdot \bar{R}_{A_1})\bar{i} = 0. \end{aligned} \quad (3.46)$$

Учитывая уравнение (3.46), раскроем уравнения (3.44), (3.45):

$$0R_{A_1}^x + (L_{15}z_{15})R_{A_1}^y - (L_{15}x_{15})R_{A_1}^z = (L_{15} - L_{S_{15}})(z_{15}P_{u_{15}}^x - x_{15}(P_{u_{15}}^z + G_{15})) - M_{u_{15}}^y; \quad (3.47)$$

$$(L_{15}y_{15})R_{A_1}^x - (L_{15}x_{15})R_{A_1}^y + 0R_{A_1}^z = (L_{15} - L_{S_{15}})(x_{15}P_{u_{15}}^y - y_{15}P_{u_{15}}^x) - M_{u_{15}}^z; \quad (3.48)$$

$$\begin{aligned} 0R_{A_1}^x + [(L_{16} - L_{15})(kf_2 - z_{15})]R_{A_1}^y - [(L_{16} - L_{15})(kf_1 - y_{15})]R_{A_1}^z &= \\ = [L_{16} - L_{15} + L_{S_{15}}][(kf_1 - y_{15})(P_{u_{15}}^z + G_{15}^z) - (kf_2 - z_{15})P_{u_{15}}^y] + \\ + M_{u_{16}}^x + M_{u_{15}}^x + L_{S_{16}}(kf_3(P_{u_{16}}^z + G_{16}^z) - kf_4P_{u_{16}}^y). \end{aligned} \quad (3.49)$$

где  $kf_1 = \cos\varphi_{16} \sin\delta$ ;

$kf_2 = \cos\varphi_{16} \cos\delta$ ;

$$kf_3 = \frac{Y_{S_{16}}}{L_{S_{16}}};$$

$$kf_4 = \frac{Z_{S_{16}}}{L_{S_{16}}}.$$

Используя выражения (3.47)–(3.49), составим систему уравнений

$$\left. \begin{aligned} a_{11}R_{A_1}^x + a_{12}R_{A_1}^y + a_{13}R_{A_1}^z &= b_1 \\ a_{21}R_{A_1}^x + a_{22}R_{A_1}^y + a_{23}R_{A_1}^z &= b_2 \\ a_{31}R_{A_1}^x + a_{32}R_{A_1}^y + a_{33}R_{A_1}^z &= b_3 \end{aligned} \right\}. \quad (3.50)$$

Составим требуемые определители из коэффициентов при неизвестных из системы уравнений (3.50):

$$\Delta = \begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{vmatrix}; \quad \Delta_1 = \begin{vmatrix} b_1 & a_{12} & a_{13} \\ b_2 & a_{22} & a_{23} \\ b_3 & a_{32} & a_{33} \end{vmatrix}; \quad \Delta_2 = \begin{vmatrix} a_{11} & b_1 & a_{13} \\ a_{21} & b_2 & a_{23} \\ a_{31} & b_3 & a_{33} \end{vmatrix}; \quad \Delta_3 = \begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} & b_1 \\ a_{21} & a_{22} & b_2 \\ a_{31} & a_{32} & b_3 \end{vmatrix}.$$

Коэффициенты данных определителей выражаются следующим образом:

$$\begin{aligned}
A_{11} &= 0; \\
A_{12} &= (L_{15}z_{15}); \\
A_{13} &= -(L_{15}x_{15}); \\
A_{21} &= (L_{15}y_{15}); \\
A_{22} &= -(L_{15}x_{15}); \\
A_{23} &= 0; \\
A_{31} &= 0; \\
A_{32} &= [(L_{16} - L_{15})(kf_2 - z_{15})]; \\
A_{33} &= -[(L_{16} - L_{15})(kf_1 - y_{15})]; \\
B_1 &= (L_{15} - L_{S_{15}})(z_{15}P_{u_{15}}^x - x_{15}(P_{u_{15}}^z + G_{15})) - M_{u_{15}}^y; \\
B_2 &= (L_{15} - L_{S_{15}})(x_{15}P_{u_{15}}^y - y_{15}P_{u_{15}}^x) - M_{u_{15}}^z; \\
B_3 &= [L_{16} - L_{15} + L_{S_{15}}][(kf_1 - y_{15})(P_{u_{15}}^z + G_{15}^z) - (kf_2 - z_{15})P_{u_{15}}^y] + \\
&+ M_{u_{16}}^x + M_{u_{15}}^x + L_{S_{16}}(kf_3(P_{u_{16}}^z + G_{16}^z) - kf_4P_{u_{16}}^y).
\end{aligned}$$

На ЭВМ с использованием стандартных программ математического обеспечения решения систем алгебраических линейных уравнений из системы уравнений (3.50) определяются величины и направления проекций реакций  $R_{A1}$  на оси принятой системы координат.

Тогда 
$$R_{A1}^x = \frac{\Delta_1}{\Delta}; \quad R_{A1}^y = \frac{\Delta_2}{\Delta}; \quad R_{A1}^z = \frac{\Delta_3}{\Delta}.$$

Отсюда

$$R_{A1} = \sqrt{(R_{A1}^x)^2 + (R_{A1}^y)^2 + (R_{A1}^z)^2}. \quad (3.51)$$

Составим уравнение сил, действующих на звено 15:

$$\sum \bar{P}_{15} = \bar{R}_{A1} + \bar{P}_{u15} + \bar{G}_{15} + \bar{R}_{B1} = 0. \quad (3.52)$$

Из уравнения (3.52) выразим реакцию  $R_{B1}$  и спроецируем на оси системы координат:

$$R_{B1}^x = R_{A1}^x + P_{U15}^x, \quad R_{B1}^y = R_{A1}^y + P_{U15}^y - G_{15}, \quad R_{B1}^z = R_{A1}^z + P_{U15}^z.$$

Тогда 
$$R_{B1} = \sqrt{(R_{B1}^x)^2 + (R_{B1}^y)^2 + (R_{B1}^z)^2}. \quad (3.53)$$

Составим уравнение сил, действующих на звено 16:

$$\sum \bar{P}_{16} = \bar{R}_{O_6} + \bar{P}_{u16} + \bar{G}_{16} - \bar{R}_{B_1} = 0. \quad (3.54)$$

Из уравнения (3.22) выразим реакцию  $R_{O_6}$  и спроецируем на оси системы координат:

$$R_{O_6}^X = R_{B_1}^X - P_{u16}^X, \quad R_{O_6}^Y = R_{B_1}^Y - P_{u16}^Y - G_{16}, \quad R_{O_6}^Z = R_{B_1}^Z + P_{u16}^Z.$$

Тогда

$$R_{O_6} = \sqrt{(R_{O_6}^X)^2 + (R_{O_6}^Y)^2 + (R_{O_6}^Z)^2}. \quad (3.55)$$

На рис. 3.14 представлены графики напряжений в шарнирах  $O_6$ ,  $B_1$  и  $A_1$ . Из них следует, что в модернизированном механизме прокладывания утка выполняются условия прочности кинематических пар для данного механизма.

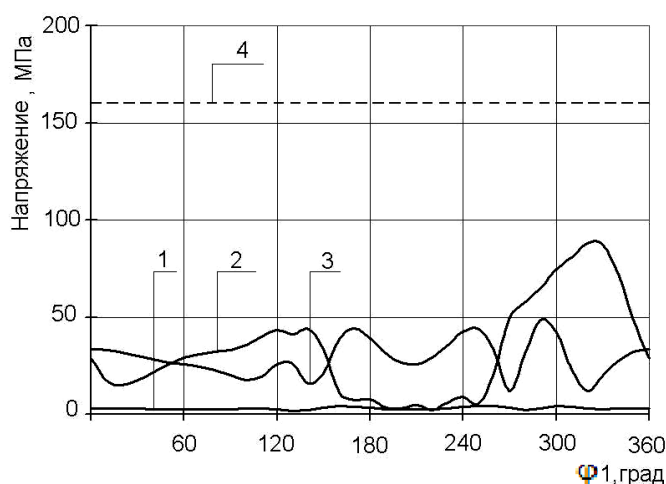


Рис. 3.14. Напряжения в шарнирах:

1 –  $A_1$ ; 2 –  $O_6$ ; 3 –  $B_1$ ;

4 – допустимое напряжение материалов шарниров

### 3.5. Разработка математической модели кинетостатического анализа пространственных рычажных механизмов с учетом сил трения

Основные положения силового расчета с учетом трения такие же, как и при расчете без учета трения (см. подразд. 3.4). Это объясняется тем, что наличие трения не изменяет числа неизвестных в кинематических парах. Следовательно, структурные группы Ассура и при учете трения сохраняют свою статическую определенность. Поэтому силовой расчет проводится по структурным

группам с использованием уравнений кинетостатики, в которые должны быть включены силы трения и моменты трения.

Последнее обстоятельство, однако, в большинстве случаев очень сильно усложняет вычисления. В связи с этим И. И. Артоболевский предложил применить метод последовательных приближений [60].

В приложении к исследуемым механизмам рассмотрим этот метод на примере пространственного рычажного механизма прокладывания утка металлостанка СТР-100-М.

Кинематическая схема данного механизма представлена на рис. 3.6.

Покажем, какие изменения должны быть внесены в методику изложенных ранее кинетостатических расчетов, если учитывать силы трения и моменты трения в кинематических парах.

Рассмотрим структурную группу II класса 2 вида (рис. 3.15), состоящую из звеньев 5, 6 и нагруженную (после приведения всех реально действующих сил и моментов сил) главными векторами сил  $\bar{P}_5$ ,  $\bar{P}_6$  и главными моментами сил  $\bar{M}_5$ ,  $\bar{M}_6$ .

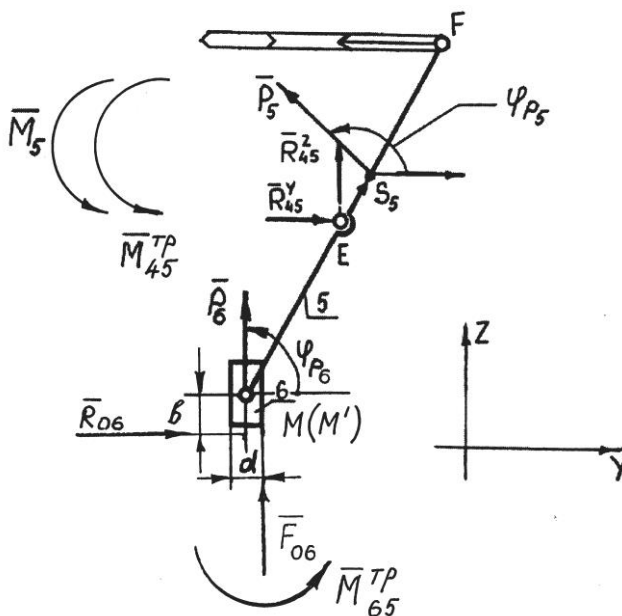


Рис. 3.15. Схема структурной группы II класса 2 вида (звенья 5 и 6)

В состав группы входят две вращательные кинематические пары  $E$ ,  $M$  и одна поступательная  $M'$ .

В кинематических парах  $E$  и  $M$  возникают моменты от сил трения

$$M_{45}^{mp} = R_{45} f_E r_E; M_{56}^{mp} = -M_{65}^{mp} = R_{56} f_M r_M, \quad (3.56)$$

где  $R_{45}, R_{56}$  – реакции в кинематических парах  $E$  и  $M$ ;

$f_E, f_M$  – коэффициенты трения во вращательных парах  $E$  и  $M$ ;

$r_E, r_M$  – радиусы цилиндрических элементов вращательных пар  $E$  и  $M$ .

Направление этих моментов трения противоположно направлению соответствующих угловых скоростей относительного движения звеньев группы (см. рис. 3.15).

В поступательной паре  $M'$  к звену 6 приложена сила трения

$$F_{06} = \bar{R}_{06} f_{06}, \quad (3.57)$$

где  $R_{06}$  – реакция в кинематической поступательной паре  $M'$ ;

$f_{06}$  – коэффициент трения в поступательной паре  $M'$ .

Сила трения направлена противоположно скорости  $V_{H'}$  ползуна 6 относительно неподвижной направляющей (звено 0).

Векторное уравнение равновесия сил, действующих на группу 5–6, имеет вид

$$\bar{R}_{45}^y + \bar{R}_{45}^z + \bar{P}_5 + \bar{P}_6 + \bar{F}_{06} + \bar{R}_{06} = 0. \quad (3.58)$$

Уравнения моментов сил, действующих на звенья 5 и 6, имеют вид

$$\left. \begin{aligned} M_M(\bar{R}_{45}^y) + M_M(\bar{R}_{45}^z) + M_M(\bar{P}_5) + \bar{M}_{45}^{mp} + \bar{M}_{65}^{mp} + \bar{M}_5 &= 0 \\ M_M(\bar{F}_{06}) + M_M(\bar{R}_{06}) + M_M(\bar{P}_6) + \bar{M}_{56}^{mp} + \bar{M}_6 &= 0 \end{aligned} \right\} \quad (3.59)$$

Предполагая в первом приближении

$$M_{45}^{mp} = 0, M_{65}^{mp} = 0, M_{56}^{mp} = 0 \text{ и } M_M(F_{06}) = 0 \text{ при } F_{06} = 0,$$

определим из системы уравнений (3.59) величины реакций  $R_{45}^\tau$  и  $R_{06}$ .

Точку приложения реакции  $R_{06}$  определим из векторного уравнения моментов относительно точки  $B$  от всех сил, действующих на звено 6.

Из векторного уравнения (3.58) и уравнения равновесия сил звена 5 определим величины и направления реакций  $\bar{R}_{45}^1, \bar{R}_{06}^1$  и  $\bar{R}_{65}^1$  для первого приближения.

Подставляя полученные значения реакций в формулы (3.56) и (3.57), получаем

$$(M_{45}^{mp})^2 = R_{45}^1 f_E r_E; (M_{56}^{mp})^2 = -(M_{65}^{mp})^2 = R_{56}^1 f_M r_M; F_{06}^2 = R_{06}^1 f_{06}.$$

Полученные значения  $(M_{45}^{mp})^2$ ,  $(M_{56}^{mp})^2$  и  $F_{06}^2$  подставляем в уравнения (3.58) и (3.59), а также в уравнения равновесия звена 5, из которых определяем новые значения величин реакций  $\bar{R}_{45}^2$ ,  $\bar{R}_{06}^2$  и  $\bar{R}_{65}^2$ .

Далее снова составляем уравнения равновесия сил, действующих на группу в целом и, в частности, на звено 5.

Из этих уравнений снова определяем уточненные, более близкие к окончательному результату, значения реакций  $\bar{R}_{45}$ ,  $\bar{R}_{06}$  и  $\bar{R}_{65}$ .

Практика расчетов [60] показывает, что достаточно второго приближения.

Рассмотрим методику силового расчета пространственной группы, состоящей из звеньев 2–3 (рис. 3.16).

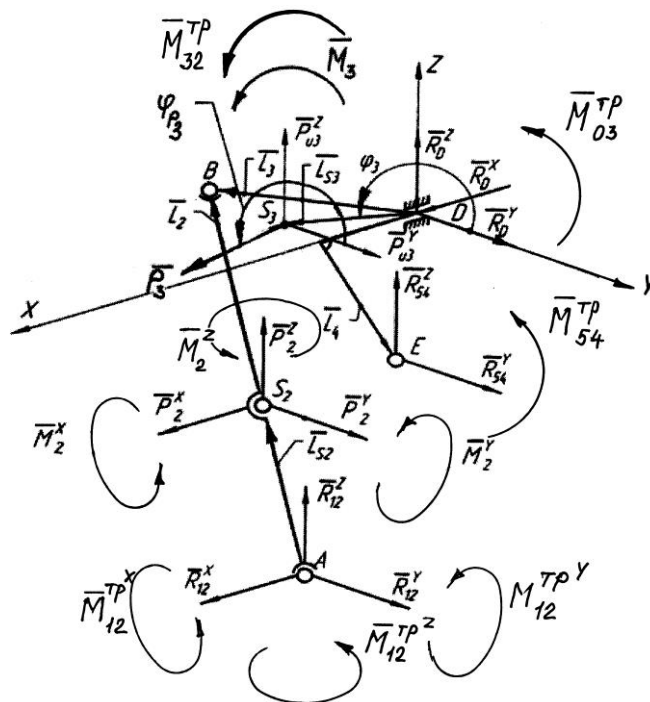


Рис. 3.16. Схема пространственной группы, состоящей из звеньев 2–3

На данную группу действуют главные векторы сил  $\bar{P}_2$  (в проекциях на оси X, Y, Z) и  $\bar{P}_3$ , главные моменты сил  $\bar{M}_2$  (в проекциях на оси X, Y, Z) и  $\bar{M}_3$ .

В состав группы входят четыре вращательные кинематические пары ( $A$ ,  $B$ ,  $D$ ,  $E$ ), из которых две ( $A$  и  $B$ ) являются сферическими.

Во всех этих парах возникают моменты от сил трения (по аналогии с группой 5–6). При расчете группы 5–6 определено, что возникающий и в группе 2–3 момент  $M_{54}^{mp} = -M_{45}^{mp}$ .

Величины остальных моментов в группе 2–3 определяются по следующим формулам:

$$M_{12}^{mp} = R_{12} f_A r_A; M_{23}^{mp} = -M_{32}^{mp} = R_{23} f_B r_B; M_{03}^{mp} = R_{03} f_D r_D, \quad (3.60)$$

где  $R_{12}$ ,  $R_{23}$ ,  $R_{03}$  – реакции в парах  $A$ ,  $B$  и  $D$ ;

$f_A$ ,  $f_B$ ,  $f_D$  – коэффициенты трения во вращательных кинематических парах  $A$ ,  $B$  и  $D$  соответственно;

$r_A$ ,  $r_B$ ,  $r_D$  – радиусы сферических и цилиндрических элементов кинематических пар  $A$ ,  $B$  и  $D$  соответственно.

Направления указанных моментов трения зависят от направления соответствующих угловых скоростей относительного движения звеньев группы (см. рис. 3.16), т. е.  $\omega_{23} = -\omega_{32}$  и  $M_{23}^{mp} = -M_{32}^{mp}$ .

Векторное уравнение равновесия сил, действующих на структурную группу 2–3, имеет следующий вид:

$$\bar{R}_{12} + \bar{P}_2 + \bar{P}_3 + \bar{R}_{54} + \bar{P}_{03} = 0. \quad (3.61)$$

Для определения  $\bar{R}_{12}$  и  $\bar{R}_{03}$  составим уравнения моментов всех сил, действующих на звенья 2 и 3. Имеем

$$M_B(R_{12}) + M_B(P_2) + M_2 + M_{12}^{mp} + M_{32}^{mp} = 0; \quad (3.62)$$

$$M_B(R_{54}) + M_B(R_{03}) + M_B(P_3) + M_3 + M_{54}^{mp} + M_{03}^{mp} + M_{23}^{mp} = 0. \quad (3.63)$$

Составим уравнение моментов всех сил, действующих на группу 2–3, относительно точки  $D$ . Получим

$$M_D(R_{12}) + M_D(P_2) + M_2 + M_D(P_3) + M_3 + M_D(R_{54}) + M_{54}^{mp} + M_{12}^{mp} + M_{03}^{mp} = 0. \quad (3.64)$$

В уравнения (3.62)–(3.64) входят моменты трения, которые определяются из уравнений (3.60), но, т. к. реакции  $\bar{R}_{12}$ ,  $\bar{R}_{23}$  и  $\bar{R}_{03}$  неизвестны по величине и

направлению, из уравнений (3.62)–(3.64) не могут быть непосредственно определены искомые реакции.

Как и для структурной группы 5–6, для совместного решения полученных уравнений воспользуемся методом последовательных приближений.

Считаем, что в первом приближении моменты сил трения равны нулю, т. е.  $M_{12}^{mp} = 0$ ;  $M_{23}^{mp} = -M_{32}^{mp} = 0$ ;  $M_{03}^{mp} = 0$ . Тогда задача сводится к составлению уравнений равновесия для группы 2–3 в целом и для звеньев 2 и 3 в отдельности.

Данная методика изложена в подразд. 3.4.1: см. уравнения (3.21)–(3.24). Полученные при решении данных уравнений значения реакций  $\bar{R}_{12}^1$ ,  $\bar{R}_{32}^1$  и  $\bar{R}_{03}^1$  для первого приближения подставляем в выражение (3.60).

Имеем

$$(M_{12}^{mp})^2 = R_{12}^1 f_A r_A; (M_{23}^{mp})^2 = -(M_{32}^{mp})^2 = R_{23}^1 f_B r_B; (M_{03}^{mp})^2 = R_{03}^1 f_D r_D.$$

Найденные новые значения моментов трения подставляем в уравнения (3.62)–(3.64) и определяем новые значения  $\bar{R}_{12}^2$ ,  $\bar{R}_{32}^2$  и  $\bar{R}_{03}^2$ .

Для уточнения величин найденных реакций в кинематических парах группы 2–3 можно повторить проведенный расчет и определить новые значения реакций  $\bar{R}_{12}^3$ ,  $\bar{R}_{32}^3$  и  $\bar{R}_{03}^3$ .

Указанный процесс, как отмечалось ранее, может повторяться и далее, но практические расчеты показывают [60], что вполне достаточно ограничиться вторым или даже первым приближением в расчетах.

Перейдем к силовому анализу входного звена (рис. 3.17).

К подвижному звену (толкателю) 1 приложены главный вектор сил  $\bar{P}_1$ , главный момент сил  $\bar{M}_1$ , реакция  $\bar{R}_{21} = -\bar{R}_{12}$ , моменты трения  $M_{21}^{mp} = -M_{12}^{mp}$  и  $M_{01}^{mp}$  в шарнирах  $A$  и  $O$  соответственно.

Неизвестными являются уравновешивающий момент  $M_{yp}$  (момент сил полезного сопротивления) или уравновешивающая сила  $P_{yp}$ , реакция  $\bar{R}_{01}$  в шарнире  $O$  (на рис. 3.17 не показана).



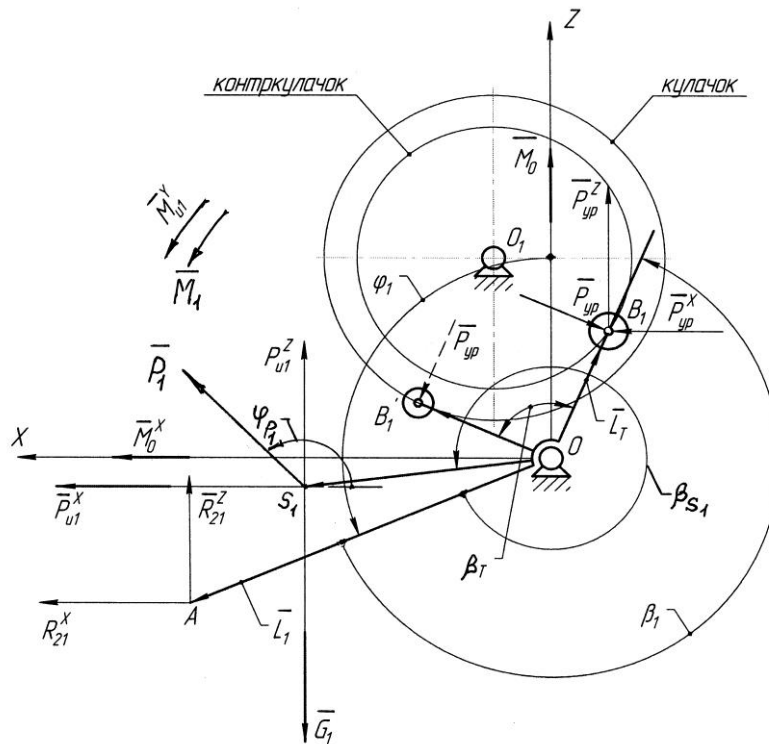


Рис. 3.17. Расчетная схема силового анализа входного звена

Величины моментов трения:

$$M_{21}^{mp} = -M_{12}^{mp}; M_{01}^{mp} = R_{01} f_0 r_0, \quad (3.65)$$

где  $f_0$  – коэффициент трения во вращательной паре  $O$ ;

$r_0$  – радиус цилиндрических элементов пары  $O$ .

Уравновешивающая сила  $P_{yp}$  определяется из уравнения моментов всех сил, действующих на звено 1 относительно точки  $O$ :

$$M_A(P_{yp}) + M_A(P_1) + M_A(R_{21}) + M_{21}^{mp} + M_{01}^{mp} + M_1 = 0. \quad (3.66)$$

Реакция в опоре  $O$  (на рис. 3.17 не показана) определяется из уравнения равновесия звена 1 под действием приложенных сил:

$$\bar{R}_{12} + \bar{P}_{yp}^{mp} + \bar{P}_1 + \bar{R}_0 = 0. \quad (3.67)$$

Проецируя уравнение (3.67) на оси координат, определяем модуль реакции  $\bar{R}_0$  и ее координирующий угол  $\varphi_{RO}$ .

В результате силового расчета, выполненного во втором приближении, найденные значения  $\bar{P}_{yp}^1$  и  $\bar{R}_0^1$  подставляем в выражения (3.65), (3.66) и (3.67), находим уточненные значения  $(P_{yp}^{mp})^2$  и  $R_0^2$ .

### 3.6. Определение новых результатов по главе

1. С использованием пакета прикладных программ для расчета силовых параметров стержневых механизмов «СРМТМ» [54] разработаны программное обеспечение и методики кинетостатического исследования дифференциальных рычажных плоских и пространственных рапирных механизмов, рычажных механизмов с трёхповодковыми группами, дифференциальных кулачково-рычажных пространственных механизмов привода рапир.

2. Для пространственного рычажного механизма прокладывания утка металлотакацкого станка СТР-100-М разработана математическая модель кинетостатического анализа с учетом сил трения. Полученные практические данные показывают, что вполне достаточно ограничиться третьим или даже вторым приближением в зависимости от требуемой точности расчета.

## **Глава 4. ДИНАМИКА РАБОЧИХ ОРГАНОВ МЕХАНИЗМА ПРОКЛАДЫВАНИЯ УТКА**

### **4.1. Общие сведения о динамических моделях системы и математических моделях динамических систем**

Создание надежно работающих новых машин, усовершенствование существующих невозможно без решения вопросов о снижении их вибрационной активности. В машинах текстильной промышленности вибрации вызывают только отрицательные последствия: от повышенного износа звеньев механизмов до нарушения технологического процесса и вредного влияния на обслуживающий персонал. Попытка полезного использования колебаний, например виброосъем в чесальных машинах, виброприбой в ткацких станках, до промышленного применения не доведена.

Решение задач о колебаниях механических систем можно разделить на несколько этапов. Профессором И. И. Вульфсоном в общем случае выделяется пять основных этапов [61, 62].

Первый этап – упрощение исходного объекта, т. е. его замена некоторой моделью, в которой стремятся отобразить наиболее существенные факторы рассматриваемой задачи. Поскольку речь идет о проблемах динамики, эту модель называют динамической.

Второй этап – математическое описание исследуемого объекта системой дифференцированных, интегральных или интегрально-дифференциальных уравнений, т. е. построение математической модели.

Третий этап – решение уравнений математической модели аналитическими, численными или численно-аналитическими методами.

Четвертый этап – экспериментальная проверка принятых гипотез, допущений, достоверности принятой динамической модели.

Пятый этап – решение задачи оптимизационного динамического синтеза механизма.

Основное значение имеет первый этап решения задачи, поскольку некорректно составленная динамическая модель перечеркивает все результаты аналитических расчетов, а следовательно, и выводы, сделанные на основе анализа этих результатов.

Вместе с тем при динамическом исследовании одному и тому же механизму может соответствовать не одна, а целый ряд динамических моделей. В этом случае выбор модели зависит не только от того, какие особенности исследуемой системы должны быть изучены, но и от требуемой степени точности предполагаемого расчета, достоверности исходной информации о параметрах системы и других факторов. Другими словами, динамическая модель должна обладать тем же запасом кинетической и потенциальной энергии (с достаточной степенью точности), что и реальная система.

Кинетическая энергия тела зависит от его инерционных характеристик – массы, положения центра масс, момента инерции масс относительно центра масс. Потенциальная энергия тела зависит от его упругих свойств и характеристик. Упругие свойства определяются коэффициентами жесткости или обратными величинами – коэффициентами податливости, а деформации, кроме того, зависят и от внешних сил, действующих на данное тело.

Таким образом, для составления динамической модели исследуемой системы необходимо знать следующие ее параметры: массы (или моменты инерции масс) ее звеньев, жесткости упругих связей, коэффициенты рассеяния энергии отдельными звеньями этой системы и силы (или моменты), действующие на ее звенья.

Динамическую модель можно получить, если указать схематическую последовательность соединения инерционных, упругих, диссипативных элементов и силы, действующие на инерционные элементы. Следует иметь в виду, что эти элементы в реальных системах могут соединяться между собой как непосредственно, так и через передаточные устройства, которые должны быть также обозначены в динамической модели, либо все параметры системы должны быть приведены к оси движения какого-либо звена (удобнее к оси движения входного

или выходного звена) исследуемой системы. При приведении параметров исходят из условий неизменности кинетической и потенциальной энергий.

Расчет упругих характеристик в ряде случаев вызывает затруднения. Например, для коэффициента податливости клиноременной передачи приводятся формулы, дающие на порядок различающиеся результаты. В этих случаях принимают среднее значение параметра из всех полученных расчетным путем либо прибегают к экспериментальным методам.

Диссипативные характеристики в основном определяются экспериментально. В качестве ориентировочных используются данные, полученные для подобных конструкций.

Силовые характеристики необходимо представить в аналитической форме. Здесь эффективны методы аппроксимации и гармонического анализа, если эти характеристики в реальности имеют сложный характер.

Составленная первоначально динамическая модель во многих случаях может быть упрощена. На первом этапе упрощения существенно легкие элементы конструкции считаются вовсе лишенными массы, существенно податливые связи можно считать отсутствующими, а существенно жесткие – абсолютно жесткими. Таким путем первоначальную динамическую модель можно заменить моделью с меньшим числом степеней свободы. Дальнейшее упрощение возможно расчетным путем при соблюдении некоторых условий (метод профессора Е. И. Ривина [63]).

В целом этап разработки динамической модели исследуемой системы довольно трудоемок и в настоящее время во многих случаях малоэффективен без использования специальных программных средств. От вида динамической модели будет зависеть математическая модель решаемой задачи. По структурным признакам динамические модели можно разделить:

- на модели, образованные последовательным соединением инерционных и упругих элементов;
- модели, образованные параллельно-последовательным соединением элементов;

- модели, элементы которых образуют замкнутые контуры;
- модели, содержащие подсистемы с распределенными параметрами.

Задачи динамики механических систем решаются методами теории колебаний, и их можно разделить на задачи о колебаниях в системах [62]:

- с одной степенью свободы;
- с конечным числом степеней свободы;
- с распределительными параметрами (т. е. с бесконечным числом степеней свободы).

Кроме того, следует иметь в виду, что колебательные процессы можно разделить на линейные и нелинейные (движение описывается соответственно линейными и нелинейными дифференциальными уравнениями). В текстильной и легкой промышленности в большинстве случаев имеют дело с линейными системами.

## **4.2. Поперечные колебания рапир металлоткацких станков**

### *4.2.1. Определение приведенной жесткости гибкой ленты рапиры металлоткацких станков*

Рапиры металлоткацких станков представляют собой тонкостенные стержни, трубки, ленты и т. п., несущие захватчик уточной нити. Поперечные колебания рапиры зависят от размеров её поперечного сечения и жесткостных характеристик. Ленты для гибких рапир выполняются из легких композитных пластиков, обладающих большой износостойкостью и эластичностью. Рапирная лента является носителем зажима, в котором закрепляется уточина.

Основные требования, которым должна удовлетворять лента рапиры для ее надежного функционирования при подаче уточной нити в рабочую зону станка [64]:

- 1) усталостная изгибная прочность: напряжения, возникающие при деформации ленты, охватывающей приводной шкив, не должны превышать предела выносливости материала ленты;

2) устойчивость первоначальной формы: изгибная жесткость ленты должна обеспечивать выполнение технологических требований к перемещению рапиры;

3) прочность перемычек ленты рапиры при цикловом нагружении.

В целях обеспечения второго критерия работоспособности ленты необходимо решение задач о продольных и изгибных колебаниях ленты, статической и динамической устойчивости. Для динамического исследования механизма движения гибкой рапиры металлотакачного станка DM-2000-M необходимо знать параметры ленты, характеризующие ее свойства. Одним из таких параметров является размер поперечного сечения ленты, на которой закреплена головка рапиры. С учетом перфорации ленты (рис. 4.1) она является стержнем с переменным сечением.

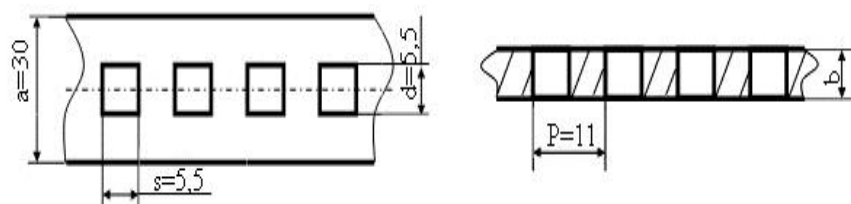


Рис. 4.1. Схема перфорированной ленты рапиры

Представим ленту в виде стержня с постоянным сечением и эквивалентным приведенным моментом инерции сечения ( $J_{np} = const$ ) [58]. Для определения параметра  $EJ_{np}$  – жесткости ленты рапиры рассмотрим балку длиной, равной шагу перфорации ленты рапиры, где первый участок балки соответствует участку ленты без отверстия, а второй – участку ленты с перфорацией, под действием сосредоточенной силы  $P$  (рис. 4.2).

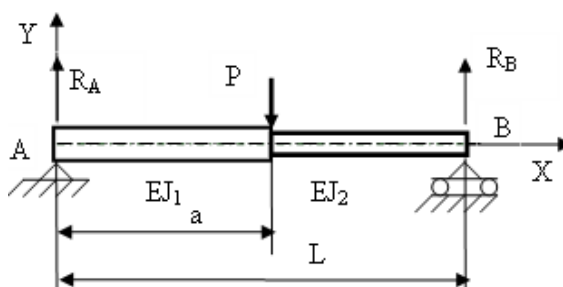


Рис. 4.2. Схема для определения жесткости ленты рапиры

На первом участке, где  $0 \leq x_1 \leq a$  и  $EJ_1 = const$ , имеем

$$EJ_1 y_1'' = P(L - x_1);$$

$$EJ_1 y_1' = \int_0^a P(L - x_1) d_{x_1} + C_1;$$

$$EJ_1 y_1 = \int_0^a P(L - x_1) d_{x_1} d_{x_1} + C_1 x_1 + C_2;$$

$$EJ_1 y_1' = PLx_1 - \frac{Px_1^2}{2} + C_1;$$

$$EJ_1 y_1 = \frac{PLx_1^2}{2} - \frac{Px_1^3}{6} + C_1 x_1 + C_2.$$

На втором участке, где  $a \leq x_2 \leq L$  и  $EJ_2 = \text{const}$ , имеем

$$EJ_2 y_2'' = P(L - a - x_2);$$

$$EJ_2 y_2' = \frac{1}{J_2} \int_a^L P(L - a - x_2) d_{x_2} + C_3;$$

$$EJ_2 y_2 = \frac{1}{J_2} \int_a^L P(L - a - x_2) d_{x_2} d_{x_2} + C_3 x_2 + C_4;$$

$$EJ_2 y_2' = P(L - a)x_2 - \frac{Px_2^2}{2} + C_3;$$

$$EJ_2 y_2 = \frac{P(L - a)x_2^2}{2} - \frac{Px_2^3}{6} + C_3 x_2 + C_4.$$

Из условия равенства нулю прогиба и углов поворота нейтральной оси балки в опоре  $A$  и условий сопряжения границ участков получим постоянные интегрирования  $C_1$ ,  $C_2$ ,  $C_3$  и  $C_4$ .

В опоре  $A$  при  $x_1 = 0$  из условия  $y' = 0$  получим  $C_1 = 0$ , из условия  $y = 0$  получим  $C_2 = 0$ .

На границе участков при  $x_1 = a$  и  $x_2 = 0$  из условия  $y_1' = y_2'$  получим

$$\frac{EJ_2}{EJ_1} \left( PLa - \frac{Pa^2}{2} \right) = C_3, \text{ из условия } y_1 = y_2 \text{ получим } \frac{EJ_2}{EJ_1} \left( \frac{PLa^2}{2} - \frac{Pa^3}{6} \right) = C_4.$$

Тогда прогиб балки в конечном сечении (точка  $B$ ) определится по формуле

$$y_B = \frac{1}{EJ_2} \left[ \frac{PL(L-a)^2}{2} + \frac{EJ_2}{EJ_1} \left( PLa - \frac{Pa^2}{2} \right) (L-a) - \frac{Pa(L-a)^2}{2} + \frac{PL(a^2}{2} - \frac{Pa^3}{6} - \frac{P(L-a)^3}{6} \right];$$

$$y_B = -\frac{Pa^3}{3EJ_1} + \frac{Pa^2}{4EJ_1} L + \frac{P}{6EJ_2} (L-a)^3.$$



Для определения приведенной жесткости ленты рапиры воспользуемся методикой определения приведенной жесткости ступенчатых валов [65, 66].

Расчетная схема ступенчатого вала для определения приведенного момента инерции сечения показана на рис. 4.3.

На основании [65] имеем

$$J_{np} = (J_1 - J_2)\Phi\left(\frac{b_1}{L}\right) + (J_2 - J_3)\Phi\left(\frac{b_2}{L}\right) + \dots + (J_{k-1} - J_k)\Phi\left(\frac{b_{k-1}}{L}\right) + J_k, \quad (4.1)$$

где  $J_{np}$  – приведенный момент инерции площади поперечного сечения вала;

$J_i$  – момент инерции поперечного сечения  $i$ -го участка вала ( $i = 1, 2, \dots, k$ );

$b_i$  – расстояние от начала вала до конца  $i$ -го участка ( $i = 1, 2, \dots, k$ );

$\Phi\left(\frac{b}{L}\right) = \frac{b}{L} - \left[ \sin\left(\frac{2\pi b}{L}\right) \right] / 2\pi$  – переменная, вводимая для удобства записи вы-

ражения (4.1).

Экспериментальное определение приведенного момента инерции сечения ленты рапиры на машине Амслера подробно рассмотрено в работе [58]; установлено, что  $J_{np} = 3,05 \cdot 10^{-5}$  кг мм<sup>2</sup>. Найденное значение приведенного момента инерции сечения балки позволяет в динамической модели рассматривать ленту рапиры в качестве стержня с постоянным сечением.

#### 4.2.2. Динамические модели рапирных механизмов

##### металлоткацких станков

Рассмотрим динамические модели рапирных механизмов металлоткацких станков с гибкими и жесткими рапирами на примере станков типа DM-2000-M и СТР-100-M.

В модернизированном металлоткацком станке DM-2000-M применен механизм прокладывания утка с одной гибкой рапирой<sup>1</sup> (рис. 4.4).

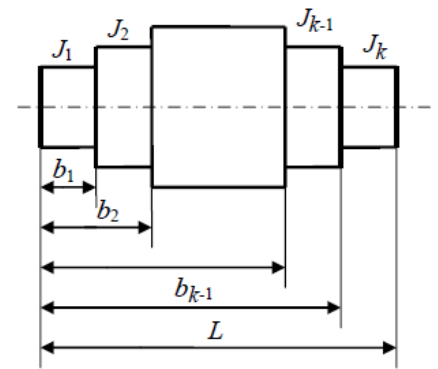


Рис. 4.3. Схема для определения приведенного момента инерции ступенчатых валов

<sup>1</sup> Задача кинематического анализа данного механизма решена в подразд. 2.4.1.

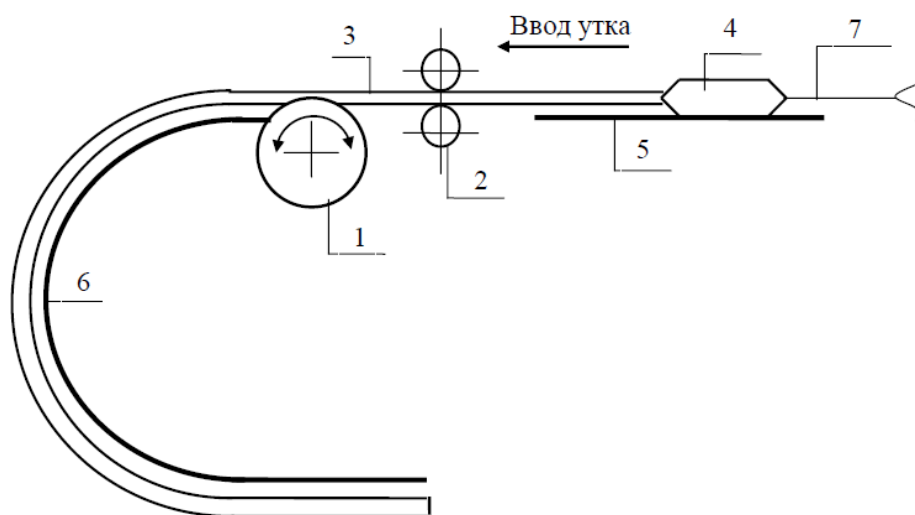


Рис. 4.4. Схема движения гибкой рапиры на станке DM-2000-M:  
 1 – приводной шкив; 2 – направляющие ролики; 3 – лента рапиры; 4 – головка рапиры;  
 5 – склиз батана; 6 – дугообразная направляющая; 7 – уточина

Уточная проволока зажимается головкой рапиры, закрепленной на гибкой перфорированной ленте. Привод ленты осуществляется от звездочки через рычажную систему (подробнее см. рис. 2.7). Рапира металлотацкого станка представляет собой балку переменной длины. До входа в зев лента 3 с прикрепленной к ней головкой 4 перемещается в специальных дугообразных направляющих 6, а в зеве головка опирается на склиз батана 5.

При составлении динамической модели будем считать:

- рапиру в виде стержня с распределенной массой интенсивностью –  $q$ ;
- приводную звездочку (шкив 1) как шарнирную опору (поскольку контакт ленты со звездочкой оставляет возможность поворота сечений ленты в этой зоне);
- направляющие ролики 2 как шарнирную опору;
- головку рапиры 4 как сосредоточенную массу;
- кинематическую пару, состоящую из склиза батана 5 и головки рапиры 4, в зависимости от конструктивных особенностей как шарнирную опору или как кинематическую пару скольжения (ползун), т. к. в зависимости от размеров нижней плоскости головки может оставаться возможность либо поворота сечения ленты в этой кинематической паре (динамическая модель, показанная на рис. 4.5), либо контакта всей поверхностью (динамическая модель, представленная на рис. 4.6).

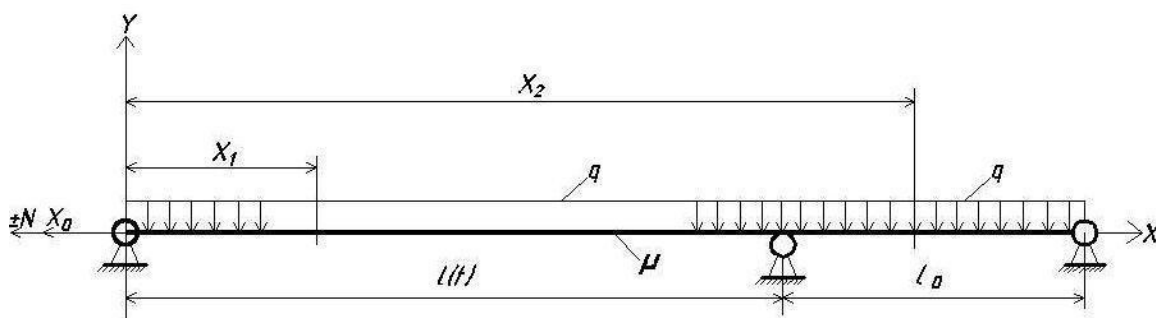


Рис. 4.5. Динамическая модель рапиры станка DM-2000-M с шарнирной опорой A

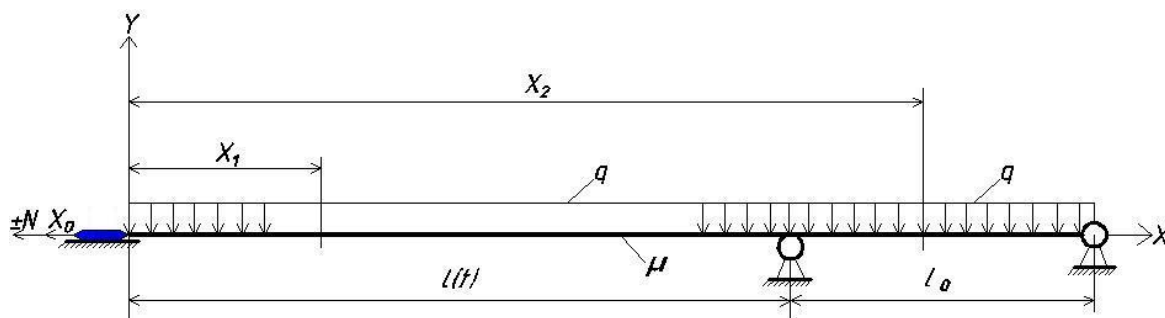


Рис. 4.6. Динамическая модель рапиры станка DM-2000-M с кинематической парой скольжения A

Пренебрегая силами трения в кинематических парах и направляющей, примем динамическую модель рапиры в виде стержня переменной длины на трех опорах: A, B и C (см. рис. 4.5). Стержень совершает возвратно-поступательное движение. На стержень действует продольная переменная по направлению сила  $N$ , вызванная силой инерции рапиры и натяжения утка. При этом будем исходить из условия, что головка рапиры при своем движении находится в постоянном контакте со склизом батана.

Рассмотрим механизм прокладывания утка с жесткой рапирой, применяемый в металлотацких станках типа СТР-100-M (рис. 4.7).

Рапира 8 металлотацкого станка типа СТР представляет собой стальной однородный стержень постоянного сечения (см. рис. 4.7, а). При составлении динамической модели рапиры будем считать:

- точку крепления рапиры 8 с механизмом привода как шарнирное соединение с ползуном 7, который совершает возвратно-поступательное движение;
- направляющие ролики 9 как неподвижную опору в виде шарнира, допускающего относительный поворот стержня.

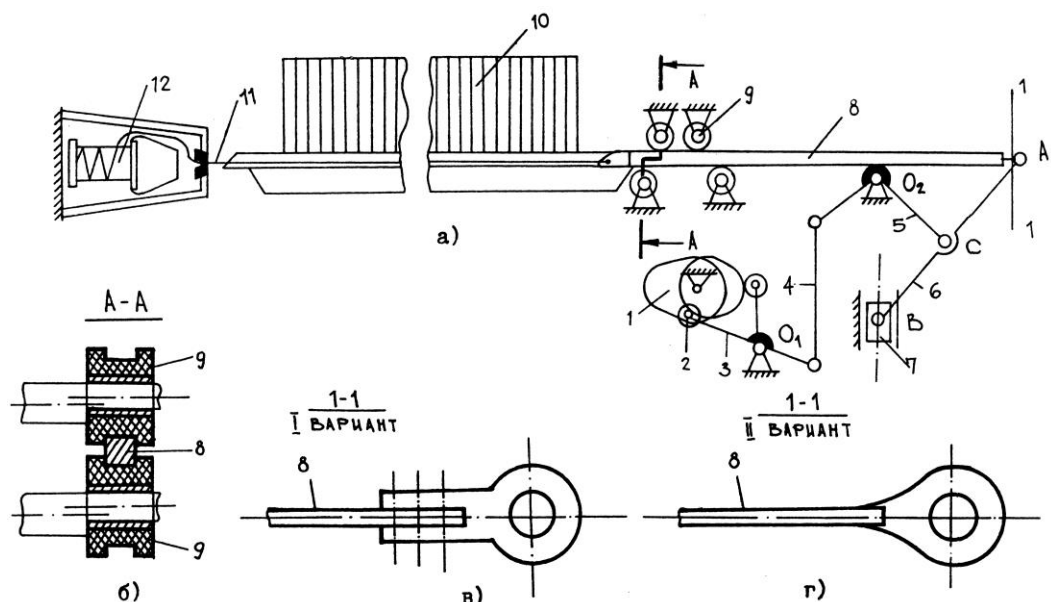


Рис. 4.7. Механизм прокладывания утка с жесткой рапирой, применяемый в металлткацких станках типа СТР-100-М:

а – схема прокладывания утка с жесткой рапирой (вид спереди);

б – схема сечения (А-А) механизма;

в – схема жесткого соединения хвостовика рапиры с приводом (I вариант);

г – схема упругого соединения хвостовика рапиры с приводом (II вариант);

1 – кулак (контркулак); 2 – ролик; 3 – трехплечий толкатель; 4 – шатун;

5 – коромысло двухплечее; 6 – шатун двухплечий; 7 – ползун (сухарь); 8 – рапира (жесткая);

9 – направляющие ролики; 10 – зев нитей основы; 11 – уточная нить; 12 – накопитель утка

На рис. 4.8 показана первая динамическая модель рапиры станка типа СТР-100-М. Движение рапиры в зеве основы будем рассматривать как движение на упругой опоре [67].

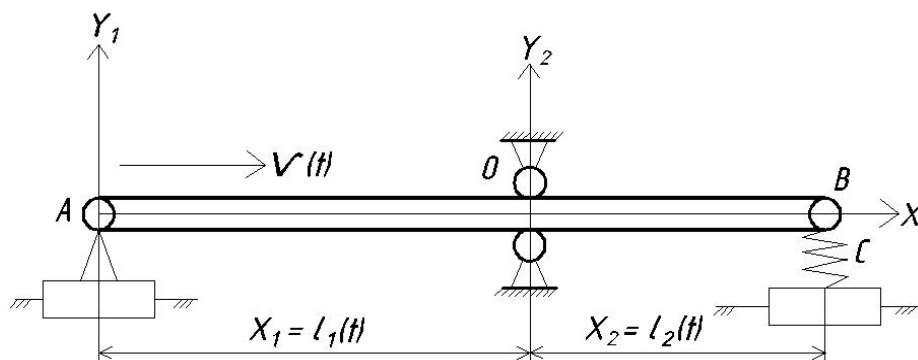


Рис. 4.8. Первая динамическая модель рапиры станка типа СТР-100-М

В качестве упругой опоры рассматриваются нити основы. Пренебрегая силами трения в кинематических парах и направляющих роликах, примем динамическую модель рапиры в виде стержня, совершающего возвратно-поступательное движение, опирающегося одним концом на шарнир, а другим

концом на упругую опору. Между подвижными опорами расположена неподвижная опора, допускающая относительный поворот сечения стержня. При этом будем исходить из условия, что головка рапиры при своем движении находится в постоянном контакте с нижней ветвью нитей основы [67]. Потеря контакта рапиры с упругой опорой может привести к массовому отрыву основы и поломке рапиры.

В установившемся режиме работы станка при движении рапиры возникают периодические вынужденные колебания. В нашем случае причиной вынужденных колебаний рапиры является кинематическое возбуждение, когда точке ее крепления с приводом задается определенное возвратно-поступательное движение.

Крепление хвостовика рапиры с приводом осуществляется с помощью стальной проушины, которая имеет вид зажима, выполненного как клеммовое соединение (см. рис. 4.7, в). При работе рапира испытывает большое количество знакопеременных циклов нагружения, которые возникают в связи с поперечными колебаниями рапиры при ее движении. Наиболее опасными внутренними напряжения становятся в сечении жесткого соединения хвостовика рапиры и стальной проушины. Для снижения напряжений в опасном сечении желательно жесткое соединение заменить на упругое. Введенный в механическую систему упругий элемент равносителен демпферному устройству, которое уменьшает частоту собственных колебаний системы и лучше сопротивляется циклическому нагружению. В связи с этим для повышения надежности работы механизма проведены следующие мероприятия [8]:

1. Жесткое соединение хвостовика рапиры и стальной проушины, соединяющей рапиру с приводом, заменено на упругое. Соединение выполнено из органического полимерного материала (например, полиуретана) и составляет с рапирой неразъемное упругое соединение (см. рис. 4.7, г).

2. Для более устойчивого движения рапиры 8 в зеве основы перед входом ее в зев 10 установлены направляющие ролики 9 в количестве четырех штук (см. рис. 4.7, а, б). Оси роликов выполнены эксцентричными для выбора зазора в кинематической паре рапира – ролик.



$$y_j^{IV} + \alpha^2 y_j'' + \frac{\mu}{EI} \ddot{y}_j = 0, \quad (4.3)$$

где  $j = 1, 2$  (1 – фаза движения рапиры, при которой продольная сила  $N > 0$ ; 2 – фаза движения рапиры, при которой продольная сила  $N < 0$ );

$$\alpha^2 = \pm N/EI.$$

Следуя методу Фурье, будем искать решение уравнения (4.3) в виде [68]

$$y = X(x)T(t) + \sum_n \{X_n(x, l) \cdot \varphi_{n1}(l, t) + i\bar{Y}_n \psi_{n1}(l, t)\}, \quad (4.4)$$

где  $X(x)$  зависит только от координаты  $x$ , а  $T(t)$  – от аргумента времени  $t$ ;

$\varphi_{n1}$ ,  $\psi_{n1}$  и  $\bar{Y}_n$  – искомые функции (параметр  $n_1$  введен для отличия от параметра  $n$  – числа членов ряда собственных функций).

#### 4.2.3.1. Определение собственных функций и собственных чисел поперечных колебаний гибкой рапиры

Подставив выражение (4.4) в выражение (4.3) и разделив переменные, имеем уравнение форм собственных колебаний балки под действием растягивающей силы ( $N > 0$ ):

$$X_j^{IV} + \alpha^2 X_j'' - k^4 X_j = 0, \quad (4.5)$$

$$\text{где } k = 4\sqrt{\frac{qp^2}{EJ}}; \quad a = \sqrt{\frac{N}{EI}};$$

$q$  – удельная масса рапиры;

$p$  – собственное число;

$EJ = \text{const}$  – приведенная жесткость поперечного сечения ленты рапиры.

Тогда под действием сжимающей силы ( $N < 0$ )

$$X_j^{IV} - \alpha^2 X_j'' - k^4 X_j = 0. \quad (4.6)$$

Решение уравнения (4.5) будем искать в виде  $X = e^{S_1 x}$ . Тогда, подставляя его в уравнение (4.5), получим  $S_1^4 + \alpha^2 S_1^2 - k^4 = 0$  или

$$S_1 = \sqrt{-\frac{\alpha^2}{2} + \sqrt{\frac{\alpha^4}{4} + k^4}}. \quad (4.7)$$

Аналогично для уравнения (4.6) будем иметь

$$S_2 = \sqrt{\frac{\alpha^2}{2} + \sqrt{\frac{\alpha^4}{4} + k^4}}. \quad (4.8)$$

Окончательно имеем решение уравнения (4.5) в виде

$$X = A_j sh S_1 x + B_j ch S_1 x + C_j \sin S_2 x + D_j \cos S_2 x, \quad (4.9)$$

а решение уравнения (4.6) в виде

$$X = A_j sh S_2 x + B_j ch S_2 x + C_j \sin S_1 x + D_j \cos S_1 x. \quad (4.10)$$

Число собственных частот бесконечно велико. Каждому значению собственной частоты соответствует своя функция  $T(t)$  и  $X(x)$ . Обычно ограничиваются определением первой частоты собственных колебаний стержня. Для решения уравнений (4.9) и (4.10) требуется определить значение произвольных постоянных  $A_j, B_j, C_j, D_j$ , которые должны быть подобраны так, чтобы выполнялись граничные и краевые условия закрепления рассматриваемой модели стержня. Для динамической модели, приведенной на рис. 4.5, граничные условия и условия сопряжения ( $l_1 = l + l_0$ ) имеют вид

$$\left. \begin{aligned} y_1(x_1 = 0) &= 0 \\ y_1''(x_1 = 0) &= 0 \\ y_1(x_1 = l) &= y_2(x_2 = l) \\ y_1'(x_1 = l) &= y_2'(x_2 = l) \\ y_1''(x_1 = l) &= y_2''(x_2 = l) \\ y_1'''(x_1 = l) &= y_2'''(x_2 = l) + R_B \\ y_2(x_2 = l_1) &= 0 \\ y_2''(x_2 = l_1) &= 0 \end{aligned} \right\}. \quad (4.11)$$

Для динамической модели, приведенной на рис. 4.6, граничные условия и условия сопряжения участков имеют вид

$$\left. \begin{aligned} y_1(x_1 = 0) &= 0 \\ y_1'(x_1 = 0) &= 0 \\ y_1(x_1 = l) &= y_2(x_2 = l) \\ y_1'(x_1 = l) &= y_2'(x_2 = l) \\ y_1''(x_1 = l) &= y_2''(x_2 = l) \\ y_1'''(x_1 = l) &= y_2'''(x_2 = l) + R_B \\ y_2(x_2 = l_1) &= 0 \\ y_2''(x_2 = l_1) &= 0 \end{aligned} \right\}. \quad (4.12)$$



Запишем граничные условия и условия сопряжения участков для первого варианта динамической модели рапиры металлотакающего станка СТР-100-М (см. рис. 4.8):

$$\left. \begin{aligned} y_1(x_1 = 0) &= 0 \\ y_1''(x_1 = 0) &= 0 \\ y_1(x_1 = l_1) &= y_2(x_2 = 0) = 0 \\ y_1'(x_1 = l_1) &= y_2'(x_2 = 0) \\ EIy_1''(x_1 = l_1) &= EIy_2''(x_2 = 0) \\ EIy_2''(x_2 = l_2) &= 0 \\ EIy_2'''(x_2 = l_1) - cy_2(x_2 = l_2) &= 0 \end{aligned} \right\}. \quad (4.13)$$

Запишем граничные условия и условия сопряжения участков для второго варианта динамической модели рапиры металлотакающего станка СТР-100-М (см. рис. 4.9):

$$\left. \begin{aligned} EIy_1''(x_1 = 0) &= 0 \\ EIy_1'''(x_1 = 0) - c_1y_1(x_1 = 0) &= 0 \\ y_1(x_1 = l_1) &= y_2(x_2 = 0) = 0 \\ y_1'(x_1 = l_1) &= y_2'(x_2 = 0) \\ EIy_1''(x_1 = l_1) &= EIy_2''(x_2 = 0) \\ EIy_2''(x_2 = l_2) &= 0 \\ EIy_2'''(x_2 = l_1) - c_2y_2(x_2 = l_2) &= 0 \end{aligned} \right\}. \quad (4.14)$$

Разработку математической модели динамики движения рапиры в дальнейшем будем вести для модели рапиры станка типа DM-2000-М, представленной на рис. 4.5. Для данной модели систему уравнений (4.14) с учетом зависимостей (4.9) и (4.10) для сжимающей силы представим в виде

$$\left. \begin{aligned} B_1 + D_1 &= 0 \\ A_1S_2 + C_1S_1 &= 0 \\ A_1shS_2l + B_1chS_2l + C_1\sin S_1l + D_1\cos S_1l &= 0 \\ A_1S_2chS_2l + B_1S_2shS_2l + C_1S_1\sin S_1l - D_1S_1\cos S_1l - \\ - A_2S_2chS_2l + B_2S_2shS_2l + C_2S_1\sin S_1l - D_2S_1\cos S_1l &= 0 \\ A_1S_2^2shS_2l + B_1S_2^2chS_2l + C_1S_1^2\sin S_1l - D_1S_1^2\cos S_1l - \\ - A_2S_2^2shS_2l - B_2S_2^2chS_2l + C_2S_1^2\sin S_1l - D_2S_1^2\sin S_1l &= 0 \\ A_2shS_2l + B_2chS_2l + C_2\sin S_1l + D_2\cos S_1l &= 0 \\ A_2shS_2l_1 + B_2chS_2l_1 + C_2\sin S_1l_1 + D_2\cos S_1l_1 &= 0 \\ A_2S_2^2shS_2l_1 + B_2S_2^2chS_2l_1 - C_2S_1^2\sin S_1l_1 - D_2S_1^2\cos S_1l_1 &= 0 \end{aligned} \right\}. \quad (4.15)$$

Тогда уравнение собственных чисел имеет вид

$$\begin{vmatrix} 0 & 1 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ S_2 & 0 & S_1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ shS_2l & chS_2l & \sin S_1l & \cos S_1l & 0 & 0 & 0 & 0 \\ S_2chS_2l & S_2shS_2l & S_1\cos S_1l - S_1\sin S_1l & S_2chS_2l & S_2shS_2l & -S_1\cos S_1l & -S_1\sin S_1l & \\ S_2^2shS_2l & S_2^2chS_2l & S_1^2\sin S_1l & S_2^2\cos S_1l & S_2^2shS_2l & S_2^2chS_2l & S_1^2\cos S_1l & S_1^2\sin S_1l \\ 0 & 0 & 0 & 0 & shS_2l & chS_2l & \sin S_1l & \cos S_1l \\ 0 & 0 & 0 & 0 & shS_2l_1 & chS_2l_1 & \sin S_1l_1 & \cos S_1l_1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & S_2^2shS_2l_1 & S_2^2chS_2l_1 & -S_1^2\sin S_1l_1 & -S_1^2\cos S_1l_1 \end{vmatrix} = 0. \quad (4.16)$$

Для растягивающей силы аналогично имеем

$$\left. \begin{aligned} B_1 + D_1 &= 0 \\ A_1S_1 + C_1S_2 &= 0 \\ A_1shS_1l + B_1chS_1l + C_1\sin S_2l + D_1\cos S_2l &= 0 \\ A_1S_1chS_2l + B_1S_1shS_1l + C_1S_2\cos S_2l - D_1S_2\sin S_2l - \\ - A_2S_1chS_1l - B_2S_1shS_1l - C_2S_2\cos S_2l + D_2S_2\sin S_2l &= 0 \\ A_1S_1^2shS_1l + B_1S_1^2chS_1l - C_1S_2^2\sin S_2l - D_1S_2^2\cos S_2l - \\ - A_2S_1^2shS_1l - B_2S_1^2chS_1l + C_1S_2^2\sin S_2l + D_1S_2^2\sin S_2l &= 0 \\ A_2shS_1l + B_2chS_1l + C_2\sin S_2l + D_2\cos S_2l &= 0 \\ A_2shS_1l_1 + B_2chS_1l_1 + C_2\sin S_2l_1 + D_2\cos S_2l_1 &= 0 \\ A_2S_1^2shS_1l_1 + B_2S_1^2chS_1l_1 - C_2S_2^2\sin S_2l_1 - D_2S_2^2\cos S_2l_1 &= 0 \end{aligned} \right\}. \quad (4.17)$$

Уравнение собственных чисел для растягивающей силы имеет вид, аналогичный выражению (4.16). Определим коэффициенты уравнений «собственных функций» (для фазы сжатия), полагая, например,  $A_1 = 1$ . Из условий (4.15) будем иметь

$$\left. \begin{aligned} B_1 + D_1 &= 0 \\ C_1S_1 &= 0 \\ B_1chS_2l + C_1\sin S_1l + D_1\cos S_1l &= -shS_2l \\ B_1S_2shS_2l + C_1S_1\cos S_1l - D_1S_1\sin S_1l - \\ - A_2S_2chS_2l - B_2S_2shS_2l - C_2S_1\cos S_1l - D_2S_1\sin S_1l &= -S_2chS_2l \\ B_1S_2^2chS_2l - C_1S_1^2\sin S_1l - D_1S_1^2\cos S_1l - S_2^2shS_2l - \\ - B_2S_2^2\cos S_1l + D_1S_1^2\sin S_1l &= -S_2shS_2l \\ A_2shS_2l + B_1chS_2l + C_2\sin S_1l + D_2\cos S_1l &= 0 \\ A_2shS_2l_1 + B_2chS_2l_1 + C_2\sin S_1l_1 + D_2\cos S_1l_1 &= 0 \\ A_2S_2^2shS_2l_1 + B_2S_2^2chS_2l_1 - C_2S_1^2\sin S_1l_1 - D_2S_1^2\cos S_1l_1 &= 0 \end{aligned} \right\}. \quad (4.18)$$

Для решения системы (4.18) воспользуемся методом Крамера [56], откуда

$$B_1 = \frac{\Delta_{B_1}}{\Delta}; \quad C_1 = \frac{\Delta_{C_1}}{\Delta}; \quad D_1 = \frac{\Delta_{D_1}}{\Delta}; \quad A_2 = \frac{\Delta_{A_2}}{\Delta}; \quad B_2 = \frac{\Delta_{B_2}}{\Delta}; \quad C_2 = \frac{\Delta_{C_2}}{\Delta}; \quad D_2 = \frac{\Delta_{D_2}}{\Delta},$$

где  $\Delta$  – главный определитель системы (4.18);

$\Delta_{B_i}$ ,  $\Delta_{C_i}$ ,  $\Delta_{D_i}$ ,  $\Delta_{A_i}$  – вспомогательные определители соответственно.

Аналогично из системы (4.17) определяются коэффициенты для *фазы растяжения*.

По указанной методике для рапирного механизма ткацкого станка DM-2000-М получены решения [58] системы уравнений (4.18) на ЭВМ численным методом с помощью пакета программ [69]. Кроме этого, решена такая же задача и для динамической модели рапиры с кинематической парой скольжения (см. рис. 4.6).

На рис. 4.10 для первой динамической модели (см. рис. 4.5) в качестве примера приведены соответствующие первой собственной функции зависимости собственных чисел ленты от вылета рапиры при различной ее толщине: 1,4 мм – кривая 1; 2,4 мм – кривая 2; 3,4 мм – кривая 3. На рис. 4.11 приведены те же зависимости для второй динамической модели (см. рис. 4.6).

Сравнение результатов по моделям показывает большие (на 36 %) значения собственных чисел для первой модели. Таким образом, можно сделать вывод о том, что конструкцию головки желательно иметь такой, чтобы была меньше вероятность отрыва от склиза ее хвостовой части. Прямая 4 (см. рис. 4.10 и 4.11) соответствует частоте вращения главного вала станка, т. е. частоте возмущающего воздействия. По ее значению можно дать предварительное заключение о возможности возникновения нежелательных вибраций.

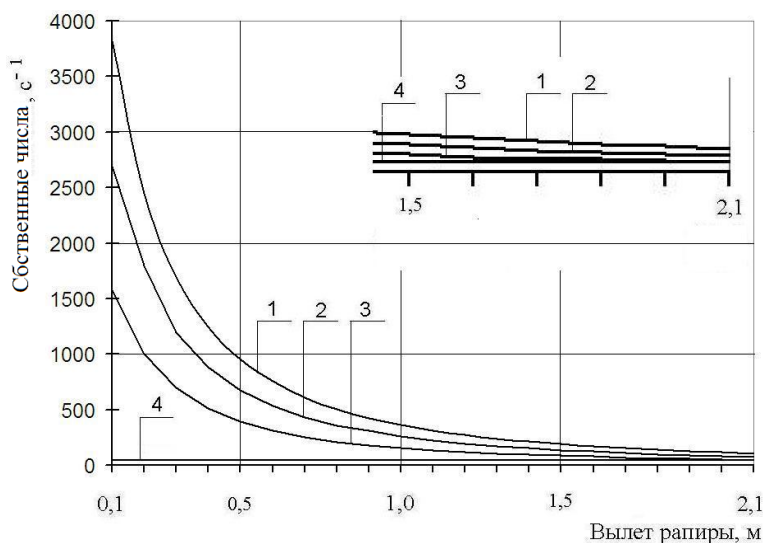


Рис. 4.10. Частота собственных колебаний ленты на холостом ходу при массе головки 0,2 кг в зависимости от толщины ленты (первая модель)

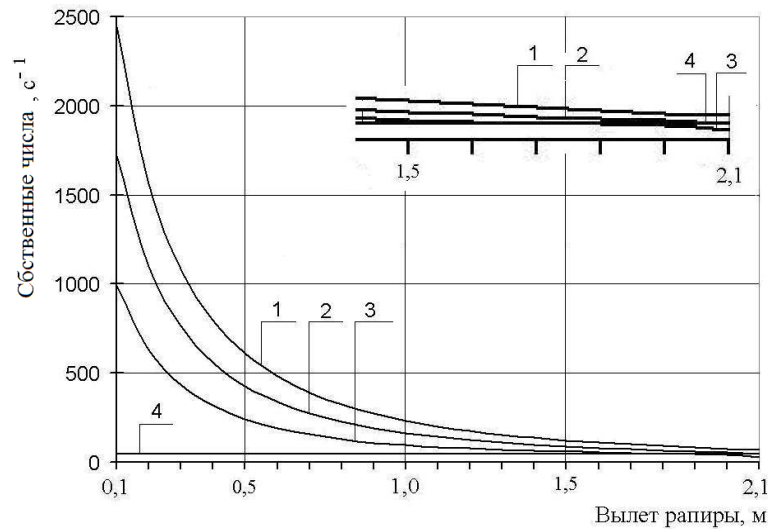


Рис. 4.11. Частота собственных колебаний ленты на холостом ходу при массе головки 0,2 кг в зависимости от толщины ленты (вторая модель)

Например, на рис. 4.10 видно, что при толщине ленты менее 2,4 мм собственные числа, соответствующие первой собственной функции, при вылете рапиры более 1,8 м близки к частоте возмущения. В этом случае для анализа возникающих динамических процессов требуется решение задачи вынужденных колебаний рапиры как стержня переменной длины. Если предположить, что система работает по схеме второй модели (см. рис. 4.6), то толщина ленты, как видно на рис. 4.11, может быть несколько меньшей (около 2 мм).

#### 4.2.3.2. Решение неоднородного уравнения поперечных колебаний гибкой рапиры

Неоднородное уравнение, соответствующее уравнению движения (4.2), имеет вид

$$y^{IV}(x, t) + \alpha^2 y''(x, t) + \frac{\mu}{EI} \ddot{y}(x, t) = \frac{1}{EI} f(x, t). \quad (4.19)$$

Решение, аналогичное рассмотренному в работе [70], ищем в виде

$$y(x, y) = \sum a_n(l) [X_n(x, l) \varphi_n(t) + i Y_n(x, l) \psi_n(t)], \quad (4.20)$$

$$\text{где } \varphi_n(t) = \cos \int_0^t p(l(\tau)) d\tau; \quad \psi_n(t) = \sin \int_0^t p(l(\tau)) d\tau; \quad (4.21)$$

$X_n(x, l)$  – собственные функции;

$Y_n(x, l)$  – искомые функции форм «сопровождающих» колебаний;

$a_n(l)$  – искомые функции параметра  $l$ .

Функции  $Y_n(x, l)$  должны быть ортогональны собственным, т. е. должно выполняться условие

$$\int_0^l X_n(x, l) Y_n(x, l) dx = 0. \quad (4.22)$$

$$\text{Положим, что } Y_n(x, l) = b_n X_i(x, l), i = n \pm l. \quad (4.23)$$

Функции  $Y_n(x, l)$  будут определены, если определить коэффициенты  $b_n$ . Дифференцируем дважды по времени выражение (4.20), получим

$$\begin{aligned} \ddot{y}_{(x,t)} = \sum_m \ddot{a}_n(l) [X_n \varphi_n + i Y_n \psi_n] + 2\dot{a} \frac{\partial}{\partial t} [X_n \varphi_n + i Y_n \psi_n] + \\ + a \frac{\partial^2}{\partial t^2} [X_n \varphi_n + i Y_n \psi_n]. \end{aligned} \quad (4.24)$$

Подставив выражение (4.24), а также  $y^{IV}(x, t)$  и  $y^{II}(x, t)$  в уравнение (4.19), получим

$$\begin{aligned} \sum \left\{ a_n X_n^{IV} \varphi_n + \alpha^2 X_n^{II} \varphi_n a_n + a_n i Y_n^{IV} \psi_n + a_n i Y_n^{IV} \psi_n + \frac{\mu}{EI} (\ddot{a}_n [X_n \varphi_n + i Y_n \psi_n] + \right. \\ \left. + 2\dot{a} \frac{\partial}{\partial t} [X_n \varphi_n + i Y_n \psi_n] + a \frac{\partial^2}{\partial t^2} [X_n \varphi_n + i Y_n \psi_n] \right\} = 0. \end{aligned} \quad (4.25)$$

Имея в виду выражения (4.5), (4.6) и учитывая ортогональность функций  $X_n$  и  $Y_n$ , уравнение (4.25) можно привести к виду

$$\begin{aligned} \sum \left\{ p_n^2 X_n a_n \varphi_n + 2\dot{a}_n \frac{\partial}{\partial t} [X_n \varphi_n + i Y_n \psi_n] + \ddot{a}_n [X_n \varphi_n + i Y_n \psi_n] + \right. \\ \left. + a \frac{\partial^2}{\partial t^2} [X_n \varphi_n + i Y_n \psi_n] + p_n^2 Y_n a_n \psi_n i \right\} = 0. \end{aligned} \quad (4.26)$$

Учитывая выражения (4.21), раскрывая производные, будем иметь

$$\begin{aligned} \sum \left\{ [\ddot{a}_n X_n + 2\dot{a}_n (\dot{X}_n + i Y_n p_n) + a_n (\ddot{X}_n + 2i \dot{Y}_n + i \dot{Y}_n)] \cos \int_0^t p(\tau) d\tau + [\ddot{a}_n i Y_n + \dot{a}_n (i Y_n + \right. \\ \left. + i \ddot{Y}_n - 2 X_n) + a_n (-2 \dot{X}_n + 2i \ddot{Y}_n + 2i \dot{Y}_n + i \ddot{Y}_n)] \int_0^t \sin p(\tau) \sin p(\tau) d\tau \right\} = 0. \end{aligned} \quad (4.27)$$

Умножая выражение (4.27) на функцию  $X_n$  и интегрируя результат в пределах от 0 до  $l$  ( $j = 1$ ), будем иметь с учетом условия ортогональности (4.22)

$$\begin{aligned} & \left\{ [\ddot{a}_n \int_0^l X_n^2 dx + \dot{a}_n \cdot 2 \int_0^l \dot{X}_n X_n dx + a_n \int_0^l \ddot{X}_n X_n dx] \cos \int_0^t p(l(\tau)) d\tau + \right. \\ & \left. + [-\dot{a} \cdot 2 \int_0^l X_n^2 dx - a_n \cdot 2 \int_0^l \dot{X}_n X_n dx] \sin \int_0^t p(l(\tau)) d\tau. \right. \end{aligned} \quad (4.28)$$

Условия разрешимости уравнения (4.28) имеют вид

$$\ddot{a}_n \int_l X_n^2 dx + \dot{a}_n \cdot 2 \int_l \dot{X}_n X_n + a_n \int_l \ddot{X}_n X_n dx = 0; \quad (4.29)$$

$$\dot{a}_n \int_l X_n^2 dx + a_n \int_l \dot{X}_n X_n dx = 0. \quad (4.30)$$

Таким образом доказывается, что решение одного из уравнений (4.29) и (4.30) является и решением второго. Из уравнения (4.30) будем иметь

$$a_n = \exp \left( \frac{-l \int_l X_n' X_n dx}{\int_l X_n^2 dx} l \right). \quad (4.31)$$

*Определение собственных функций сопровождающих колебаний*

Из выражения (4.23) следует  $b_n = Y_n(x, l)/X_i(x, l)$ , где  $i = n \pm l$ . Умножая выражение (4.27) на функцию  $Y_n$ , интегрируя в пределах изменения координаты  $x$  и используя условия разрешимости полученного уравнения, будем иметь

$$2\dot{a}_n \dot{l} p_n b_n \int_l X_i^2 dx + a_n \ddot{l} \cdot 2b_n \int_l \dot{X}_i + a_n \dot{l} b_n \int_l \dot{X}_i X_i dx + \dot{l} \ddot{b}_n a_n \int_l X_i^2 dx = 0; \quad (4.32)$$

$$\begin{aligned} & \ddot{a} \dot{l} b_n \int_l X_i^2 dx + \dot{a} \ddot{l} b_n \int_l X_i^2 dx + \dot{a} \ddot{l} (\dot{b}_n \int_l X_i^2 dx + b_n \int_l \dot{X}_i X_i dx) + a_n (2\ddot{l} \dot{b}_n \int_l X_i^2 dx + \\ & + 2\dot{l} \ddot{b}_n \int_l \dot{X}_i X_i dx + \dot{b}_n \ddot{l} \int_l X_i^2 dx + \ddot{l} \ddot{b}_n \int_l X_i^2 dx + 2\dot{b}_n \dot{l} \int_l \dot{X}_i X_i dx + b_n \dot{l} \int_l \ddot{X}_i X_i dx) = 0. \end{aligned} \quad (4.33)$$

Из выражения (4.32) следует

$$\dot{b}_n (a_n \dot{l} \int_l X_i^2 dx + b_n (2\dot{a} \dot{l} p_n \int_l X_i^2 dx + 2a_n \ddot{l} \int_l X_i^2 dx + a_n \dot{l} \int_l \dot{X}_i X_i dx)) = 0,$$

откуда следует

$$b_n = \exp \frac{2\dot{a} \dot{l} p_n \int_l X_i^2 dx + 2a_n \ddot{l} \int_l X_i^2 dx + a_n \dot{l} \int_l \dot{X}_i X_i dx}{a \dot{l} \int_l X_i^2 dx}$$

$$\text{или } b_n = \exp \left( 2 \frac{\dot{a}_n}{a} p_n + 2 \frac{\ddot{l}}{\dot{l}} + \frac{l}{\int_l X_i^2 dx} \frac{\int_l \dot{X}_i X_i dx}{\int_l X_i^2 dx} \right).$$

Условия разрешимости для уравнения (4.27):

$$\ddot{a}_n X_n + 2\dot{a}_n(X_n + \dot{l}Y_n p_n) + a_n(\ddot{X}_n + 2\ddot{l}Y_n + \dot{l}\dot{Y}_n) = 0; \quad (4.34)$$

$$\dot{a}\dot{l}Y_n + \dot{a}(\dot{l}\dot{Y} + \ddot{l}Y_n - 2X_n) + a_n(-2\dot{X}_n + 2\ddot{l}Y_n + 2\dot{l}\dot{Y}_n + \dot{l}\ddot{Y}_n) = 0. \quad (4.35)$$

Уравнение (4.34) можно представить в виде

$$\ddot{a}X_n + 2\dot{a}X_n + 2\dot{a}p_n\dot{l}\beta_n X_l + a_n\ddot{X}_n + 2a_n\ddot{l}\beta_n X_l + a_n\dot{l}^2\beta_n X_l' + a_n\dot{l}^2\beta_n' X_l = 0. \quad (4.36)$$

Умножая уравнение (4.36) на  $X_i$  и интегрируя, имеем

$$2\dot{a}\dot{l}p_n\beta_n\dot{a}_n \int_l X_i^2 dx + \dot{a}_n(2\ddot{l}\beta_n \int_l X_i^2 dx + \dot{l}^2\beta_n \int_l X_i' X_i dx + \dot{l}^2\beta_n' \int_l X_i^2 dx) = 0.$$

Учитывая выражение (4.30), имеем

$$\frac{\int_l \dot{X} X_n dx}{\int_l X_n^2 dx} 2p_n \dot{l} \int_l X_i^2 dx \beta_n + 2\ddot{l} \int_l X_i^2 dx \beta_n + \dot{l}^2 \int_l X_i' X_i dx \beta_n + \dot{l}^2 \int_l X_i^2 dx \beta_n' = 0,$$

откуда

$$\beta_n = \exp \left( - (2p_n \frac{\int_l X_n' X_n dx}{\int_l X_n^2 dx} + \frac{2\ddot{l}}{\dot{l}^2} + \frac{\int_l X_i' X_i dx}{\int_l X_i^2 dx} \cdot \dot{l}) \right). \quad (4.37)$$

#### 4.2.3.3. Построение частного решения неоднородного уравнения поперечных колебаний гибкой рапыры

Решение уравнения (4.2) будем искать в форме, аналогичной решению (4.20):

$$y(x, t) = \sum_n \{ X_n(x, l) \cdot \varphi_{n1}(l, t) + \dot{l} \bar{Y}_n \psi_{n1}(l, t) \}, \quad (4.38)$$

где  $\varphi_{n1}$ ,  $\psi_{n1}$  и  $\bar{Y}_n$  – искомые функции (параметр  $n_1$  введен для отличия от параметра  $n$  – числа членов ряда собственных функций).

Продифференцировав дважды выражение (4.38), будем иметь

$$y'' = \sum_n \left\{ X'' \varphi + 2 \dot{X} \dot{\varphi} + X \ddot{\varphi} \cdot \varphi + \ddot{l} \bar{Y} \psi + 2 \dot{l} \dot{\bar{Y}} \psi + 2 \ddot{l} \bar{Y} \dot{\psi} + \dot{l} \ddot{\bar{Y}} \psi + 2 \dot{l} \dot{\bar{Y}} \dot{\psi} + \dot{l} \bar{Y} \ddot{\psi} \right\}. \quad (4.39)$$

Подставляя  $y^{IV}$ ,  $y''$  и  $\ddot{y}$  в уравнение (4.2), учитывая уравнения (4.5) и (4.6) и условие ортогональности функций  $X_n$  и  $\bar{Y}_n$ , получим

$$\sum_n \left\{ \ddot{\varphi}_n X_n + \dot{\varphi}_n 2 \dot{X} + \varphi (p^2 X + \ddot{X}) + \ddot{\psi} \dot{l} \bar{Y} + \dot{\psi} 2 (\dot{l} \bar{Y} + \ddot{l} \bar{Y}) + \right. \\ \left. + \psi (p^2 \dot{l} \bar{Y} + \ddot{l} \bar{Y} + 2 \dot{l} \dot{\bar{Y}} + \ddot{l} \ddot{\bar{Y}}) \right\} = \frac{f(t)}{\mu}. \quad (4.40)$$

Умножаем выражение (4.40) на функцию  $X_n$  и интегрируем по области изменения координаты  $x$ , имеем

$$\ddot{\varphi}_n \int_l X_n^2 dx + \dot{\varphi}_n 2 \dot{l} \int_l X_n' X_n dx + \varphi_n (p_n^2 \int_l X_n^2 dx + \ddot{l} \int_l X_n'' X_n dx) = \frac{f(t)}{\mu} \int_l X_n dx$$

$$\text{или} \quad \ddot{\varphi}_n + a(t) \dot{\varphi}_n + b(t) \varphi_n \approx c(l) f(t), \quad (4.41)$$

$$\text{где } a(t) = 2 \dot{l} \int_l X_n' X_n dx / \int_l X_n^2 dx;$$

$$b(t) = (p_n^2 + \ddot{l} \int_l X_n'' X_n dx) / \int_l X_n^2 dx;$$

$$c(l) = \int_l X_n dx / (\mu \int_l X_n^2 dx).$$

Методика решения подобных уравнений известна (см., например, в [56]). Однородное уравнение, соответствующее уравнению (4.41), имеет вид

$$\ddot{\varphi}_n + a(t) \dot{\varphi}_n + b(t) \varphi_n = 0$$

$$\text{и решения} \quad \varphi_{1o} = e^{k_1 t}; \quad \varphi_{2o} = e^{k_2 t},$$

$$\text{где } k_{1,2} = -\frac{a(t)}{2} \pm \sqrt{\left(\frac{a(t)}{2}\right)^2 - b(t)}.$$

Согласно [56], частные решения неоднородного уравнения (4.41) определяются из следующих систем уравнений первой степени:

$$\left. \begin{aligned} \dot{\varphi}_{1n}(t) \varphi_{1o} + \dot{\varphi}_{2n} \varphi_{2o} &= 0 \\ \dot{\varphi}_{1n}(t) \dot{\varphi}_{1o} + \dot{\varphi}_{2n} \dot{\varphi}_{2o} &= c(l) f(t) \end{aligned} \right\};$$

$$\left. \begin{aligned} \dot{\varphi}_{1n} \varphi_{1o} + \dot{\varphi}_{2n} \varphi_{2o} &= 0 \\ k_1 \dot{\varphi}_{1n} \varphi_{1o} + k_2 \dot{\varphi}_{2n} \varphi_{2o} &= c(l) f(t) \end{aligned} \right\}.$$



Тогда если  $(k_1 - k_2)\dot{\varphi}_{1n}\varphi_{10} = c(l)f(t)$ ,

то 
$$\varphi_{1n} = \int_0^t \frac{c(l)f(t)}{(k_1 - k_2)e^{k_1\tau}} d\tau;$$

если  $-(k_1 - k_2)\dot{\varphi}_{2n}\varphi_{20} = c(l)f(t)$ ,

то 
$$\varphi_{2n} = \int_0^t \frac{c(l)f(t)}{-(k_1 - k_2)e^{k_2\tau}} d\tau.$$

Следовательно, решение уравнения (4.41) будет иметь вид

$$\varphi_n = \varphi_{1n} \varphi_{10} + \varphi_{2n} \varphi_{20} \quad (4.42)$$

или 
$$\varphi_n = \int_0^t \frac{c(l)f(t)}{(k_1 - k_2)} (e^{k_1(t-\tau)} - e^{k_2(t-\tau)}) d\tau.$$

Умножая выражение (4.40) на функцию  $Y_n$ , по аналогии найдем

$$\psi_n = \int \frac{c_1(t)f(\tau)}{k_{11} - k_{12}} (e^{k_{11}(t-\tau)} - e^{k_{12}(t-\tau)}) d\tau, \quad (4.43)$$

где  $a_1(t) = 2(\ddot{l} \int_l \bar{Y}_n^2 dx + \dot{l}^2 \int_l Y_n' Y_n dx) / (\dot{l} \int_l \bar{Y}_n^2 dx);$

$$b_1(t) = (p_n^2 \dot{l} \int_l \bar{Y}_n^2 dx + 2\dot{l} \int_l \bar{Y}_n' \bar{Y}_n dx + \ddot{l} \int_l \bar{Y}_n^2 dx + \dot{l} \ddot{l} \int_l \bar{Y}_n'' \bar{Y}_n dx) / (\dot{l} \int_l \bar{Y}_n^2 dx);$$

$$c_1(l) = \int_l \bar{Y}_n dx / (\mu \int_l \bar{Y}_n^2 dx).$$

Выразим возмущающую функцию в виде ряда по «собственным функциям»

$$f(t) = \sum_n f_n(t), \quad f(t) = \sum C_n X_n \quad f_n(t) = f(t) X_n \cdot \int X_n dx / \int X_n^2 dx.$$

Уравнение (4.40) можно записать в виде

$$\begin{aligned} & \ddot{\varphi}_n X_n + \dot{\varphi}_n 2\dot{X}_n + \varphi_n (p_n^2 X_n + \ddot{X}_n) + \ddot{\psi}_n \dot{l} \bar{Y}_n + \dot{\psi}_n 2(\dot{l} \bar{Y}_n + \dot{l} \bar{Y}_n) + \\ & + \psi_n (p_n^2 \dot{l} \bar{Y}_n + \ddot{l} \bar{Y}_n + 2\ddot{l} \bar{Y}_n + \dot{l} \ddot{Y}_n) = X_n \frac{f(t)}{\mu} \frac{\int X_n dx}{\int X_n^2 dx}. \end{aligned} \quad (4.44)$$

Умножая уравнение (4.44) на  $\bar{Y}_n$  и интегрируя, будем иметь однородное уравнение

$$\ddot{\psi}_n \dot{l} \bar{Y}_n + \dot{\psi}_n 2(\dot{l} \bar{Y}_n + \dot{l} \bar{Y}_n) + \psi_n (p_n^2 \dot{l} \bar{Y}_n + 2\ddot{l} \bar{Y}_n + \ddot{l} \bar{Y}_n + \dot{l} \ddot{Y}_n) = 0. \quad (4.45)$$

Условия разрешимости уравнения (4.45) запишем в виде

$$\left. \begin{aligned} \dot{\psi}_n 2(\ddot{l}\bar{Y}_n + \dot{l}\bar{\dot{Y}}_n) &= 0 \\ \ddot{\psi}_n \dot{l}\ddot{Y}_n + \psi_n (p_n^2 \dot{l}\bar{Y}_n + 2\ddot{l}\bar{\dot{Y}}_n + \ddot{l}\bar{Y}_n + \dot{l}\ddot{\bar{Y}}_n) &= 0 \end{aligned} \right\} \quad (4.46)$$

Из первого условия системы (4.46) имеем

$$\ddot{l}\beta X_i + \dot{l}^2 \beta_n X_i' + l^2 \beta_n' X_i = 0,$$

откуда

$$\beta_n = \exp \left( \frac{\ddot{l}}{\dot{l}^2} + \frac{l}{\int l^2 dx} \int X_i' X_i dx \right). \quad (4.47)$$

### 4.3. Определение новых результатов по главе

1. С использованием пакета прикладных программ для расчета динамических параметров механизмов текстильных машин [69] разработана математическая модель расчета собственных чисел изгибных колебаний ленты рапиры на модернизированном станке DM-2000-M.

2. Разработана методика анализа собственных и вынужденных колебаний рапиры как стержня с распределенной массой и периодически изменяющимися граничными условиями, находящегося под воздействием периодической знакопеременной продольной силы. Дано их аналитическое решение, позволяющее определить геометрические и инерционные параметры рапиры для обеспечения устойчивости технологического процесса металлочащева.

## *Заключение*

В учебно-методическом пособии приведены общие сведения о существующих конструкциях механизмов прокладывания утка в ткацких станках специального назначения. Проведен их сравнительный анализ и разработана классификация конструкций механизмов прокладывания утка:

- по типу рапир;
- количеству рапир;
- расположению на ткацком станке;
- типу ввода уточной нити в зев;
- типу привода.

Выполненный анализ позволил разработать и уточненную классификацию механизмов прокладывания уточной нити, которая позволит повысить качество анализа и оценить на этапе проектирования конструктивные параметры механизмов прокладывания утка.

Проведено моделирование задач кинематического и кинетостатического анализа рычажных механизмов различной структуры.

С использованием разработанного ранее пакета прикладных программ для расчета кинематических и силовых параметров стержневых механизмов предложено методическое обеспечение для кинематического и кинетостатического исследования дифференциальных рычажных плоских и пространственных рапирных механизмов, рычажных механизмов с трёхповодковыми группами, дифференциальных кулачково-рычажных пространственных механизмов привода рапир.

Для станков типа DM-2000-M разработана методика согласования движений механизма прокладывания утка и батанного механизма по условиям входа рапиры в зону формирования сетки и выхода из нее.

Для станков типа СТР-120-Т и СТР-120-Л разработана методика синтеза закона движения толкателя по заданному закону движения рапиры.

Для пространственного рычажного механизма прокладывания утка металлотацкого станка СТР-100-M разработана математическая модель кинетоста-

тического анализа с учетом сил трения. Практические расчеты показывают, что вполне достаточно ограничиться третьим или даже вторым приближением в расчетах в зависимости от требуемой точности.

Разработаны динамические модели рапирных механизмов металлотающих станков. Приведена методика анализа собственных и вынужденных колебаний рапиры как стержня с распределенной массой и периодически изменяющимися граничными условиями, находящегося под воздействием периодической знакопеременной продольной силы. Дано аналитическое решение, позволяющее определить геометрические и инерционные параметры рапиры для обеспечения устойчивости технологического процесса металлотачества.

С использованием пакета прикладных программ для расчета динамических параметров механизмов текстильных машин разработана математическая модель расчета собственных чисел изгибных колебаний ленты рапиры на модернизированном станке DM-2000-M.

## ВОПРОСЫ ДЛЯ САМОПОДГОТОВКИ

1. Какие существуют три вида ввода уточной нити в зев рапирным способом на ткацком станке?
2. Назовите достоинства и недостатки применения гибких рапир на ткацких станках.
3. Укажите основные отличия традиционной и уточненной классификаций механизмов прокладывания уточной нити.
4. Приведите основные методы анализа и синтеза рычажных механизмов.
5. Опишите основные этапы моделирования задачи кинематического анализа дифференциальных рычажных механизмов.
6. Опишите основные этапы моделирования задачи кинематического анализа рычажных механизмов с трехповодковыми группами.
7. Какова последовательность моделирования задачи кинематического анализа пространственных рычажных механизмов?
8. Охарактеризуйте основные этапы моделирования задачи кинетостатического анализа дифференциальных рычажных механизмов.
9. Опишите основные этапы моделирования задачи кинетостатического анализа рычажных механизмов с трехповодковыми группами.
10. Какова последовательность моделирования задачи кинетостатического анализа пространственных рычажных механизмов?
11. Укажите основные отличия в разработке математической модели кинетостатического анализа пространственных рычажных механизмов с учетом сил трения.
12. Приведите основные требования, которым должна удовлетворять лента рапиры для ее надежного функционирования при подаче уточной нити в рабочую зону станка.
13. Перечислите основные требования, которые нужно учитывать при составлении динамической модели рапирных механизмов ткацких станков с гибкими рапирами.

14. Перечислите основные требования, которые нужно учитывать при составлении динамической модели рапирных механизмов ткацких станков с жесткими рапирами.

15. Каковы основные этапы разработки математической модели динамики движения рапиры на ткацком станке?

16. Составление уравнения движения рапиры по принципу Гамильтона – Остроградского.

17. Обоснование выбора граничных условий и условий сопряжения участков для динамической модели рапирных механизмов.

18. Определение собственных функций и собственных чисел поперечных колебаний гибкой рапиры.

19. Опишите основные этапы решения систем линейных уравнений с помощью метода Крамера.

20. Опишите последовательность построения частного решения неоднородного уравнения поперечных колебаний гибкой рапиры.

### *Библиографический список*

1. Малафеев, Р. М. Машины текстильного производства / Р. М. Малафеев, Ф. Ф. Светик. – М.: Знание, 2002. – 490 с., ил.
2. Малафеев, Р. М. Ткацкие машины: механика прокладывания утка / Р. М. Малафеев. – М.: Знание, 2004. – 352 с.
3. Бесчастный, И. В. Механизмы прокладывания утка на рапирных ткацких станках: обзор / И. В. Бесчастный, А. А. Середкина. – М.: ЦНИИТЭИлегпищемаш, 1971. – 71 с.
4. Основы проектирования машин ткацкого производства / А. В. Дицкий [и др.]; под общ. ред. А. В. Дицкого. – М.: Машиностроение, 1983. – 320 с., ил.
5. Талавашек, О. Бесчелночные ткацкие станки / О. Талавашек, В. Сватый; под ред. Б. А. Маркова. – М.: Легпромбытиздат, 1985. – 335 с.
6. Гинзбург, Л. Н. Направление развития ткацких станков / Л. Н. Гинзбург // Текстильная промышленность. – 1993. – № 7. – С. 44–45.
7. Тувин, А. А. Об одном из вопросов снижения шума при работе кулачковых механизмов с силовым замыканием / А. А. Тувин // Опыт работы по снижению шума и повышению надежности при создании и эксплуатации технологического оборудования: тез. докл. всесоюз. науч.-техн. семинара / ПНПО «Текстильмаш»; НИЭКИПмаш. – Пенза, 1989.
8. Тувин, А. А. Развитие научного и методического обеспечения процессов проектирования оборудования и технического контроля производства тканых металлических сеток: дис. ... д-ра техн. наук / А. А. Тувин. – Иваново, 2012.
9. Чумиков, А. В. Исследование и оптимизация механизма прибора ткацких станков типа СТР для выработки металлических сеток: дис. ... канд. техн. наук / А. В. Чумиков. – Иваново, 1997.
10. Пат. 91457 СССР Класс 86с. Бесчелночный ткацкий станок / Паршин А. Н., Шиманский Г. С. (СССР). – Оpubл. 1964, Бюл. № 14.
11. Артоболевский, И. И. Структура, кинематика и кинетостатика многозвенных плоских механизмов / И. И. Артоболевский. – М.; Л.: ГОНТИ НКТП СССР, 1933. – 230 с.

12. Левитский, Н. И. Теория механизмов и машин / Н. И. Левитский. – М.: Наука, 1979. – 576 с.
13. Мельяченко, Ж. В. Взаимосвязь технологических параметров ткачества и параметров строения вырабатываемых тканей / Ж. В. Мельяченко, С. Д. Николаев // Изв. вузов. Технология текст. пром-сти. – 1991. – № 1. – С. 47–50.
14. Пискунов, Н. С. Дифференциальное и интегральное исчисления: учеб. пособие для вузов: в 2 т. / Н. С. Пискунов. – М.: Интеграл-Пресс, 2001. – Т. 2. – 544 с.
15. Бруевич, Н. Г. Применение векторных уравнений в кинематике плоских механизмов / Н. Г. Бруевич // Тр. ВВА. – М., 1936.
16. Лебедев, П. А. Новые методы анализа и синтеза плоских и пространственных механизмов машин текстильной и легкой промышленности: дис. ... канд. техн. наук / П. А. Лебедев. – Л., 1967.
17. Морошкин, Ю. Ф. / Ю. Ф. Морошкин // Докл. АН СССР. – 1952. – Т. 82. – № 4.
18. Тышкевич, В. А. Алгоритмы решения треугольных диграфов, используемых при моделировании планов механизмов на ЭЦВМ, и операторы исходных данных / В. А. Тышкевич, Ю. А. Петров // Тр. Омского политехн. ин-та. – 1975. – С. 56–62.
19. Зиновьев, В. А. Курс теории механизмов и машин / В. А. Зиновьев. – М.: Наука, 1975. – 204 с.
20. Пейсах, Э. Е. Система проектирования плоских рычажных механизмов / Э. Е. Пейсах; под ред. К. В. Фролова. – М.: Машиностроение, 1988. – 232 с.
21. Пейсах, Э. Е. Определение положения звеньев трехповодковой и двухповодковой четырехзвенных структурных групп Ассур с вращательными параметрами / Э. Е. Пейсах // Машиноведение. – М., 1985. – № 5. – С. 55–61.
22. Левитский, Н. И. Теория механизмов и машин / Н. И. Левитский. – М.: Наука, 1990. – 279 с.
23. Джолдасбеков, У. А. Аналитическая кинематика плоских рычажных механизмов высоких классов / У. А. Джолдасбеков, Ж. Ж. Байгунчеков. – Алма-Ата: Изд-во Казах. гос. ун-та, 1980. – 105 с.



24. Озол, О. Г. Аналитический метод треугольников в кинематике плоских рычажных механизмов / О. Г. Озол // Анализ и синтез механизмов. – М.: Машиностроение, 1966. – С. 128–144.
25. Пейсах, Э. Е. Синтез шарнирного шестизвенника с приближенным выстоем / Э. Е. Пейсах // Механика машин. – М.: Наука, 1971. – Вып. 29–30. – С. 100–107.
26. Пейсах, Э. Е. Справочные карты по синтезу шарнирного шестизвенника / Э. Е. Пейсах // Механика машин. – М.: Наука, 1974. – Вып. 44. – С. 125–139.
27. Доронин, В. И. Применение алгебраического метода в кинематическом синтезе плоских механизмов / В. И. Доронин // Изв. вузов. Машиностроение. – 1968. – № 6. – С. 5–9.
28. Терентьев, В. Ф. Аналитический синтез шестизвенного шарнирно-рычажного механизма / В. Ф. Терентьев // Изв. вузов. Машиностроение. – 1976. – № 12. – С. 65–68.
29. Доронин, В. И. Синтез шарнирных передаточных механизмов с помощью ЭЦВМ / В. И. Доронин, Н. М. Рачек // Механика машин. – М.: Наука, 1969. – Вып. 15–16. – С. 24–35.
30. Пейсах, Э. Е. Оптимизационно-квадратический синтез плоских рычажных механизмов / Э. Е. Пейсах // Машиноведение. – 1986. – № 5. – С. 71–77.
31. Муратов, А. И. Синтез плоских рычажных механизмов высоких классов / А. И. Муратов // Механика машин. – М.: Наука, 1980. – Вып. 57. – С. 10–14.
32. Джолдасбеков, У. А. Оптимальный синтез плоских рычажных механизмов высоких классов / У. А. Джолдасбеков // Вестн. АН КазССР. – 1981. – Вып. 7. – С. 35–41.
33. Макговерн, Дж. Ф. (McGovern J. F.) Кинематический синтез регулируемых механизмов. Ч. 2. Воспроизведение шатунных кривых / Дж. Ф. Макговерн, Г. Н. Сандор (G. N. Sandor) // КиТМ. – 1973. – № 2. – С. 7–13.
34. Саркисян, Ю. Л. К теории синтеза плоских шарнирных механизмов методом квадратического приближения функции / Ю. Л. Саркисян // Изв. АН АрмССР. Машиностроение. – 1976. – Т. XXIX. – № 6. – С. 3–9.

35. Доронин, В. И. К синтезу шарнирно-рычажных направляющих механизмов методом квадратического приближения / В. И. Доронин // Тр. ХАБИИЖТа. – 1967. – Вып. 29. – С. 149–155.

36. Эшенбах, Тесар. Оптимизация шарнирных четырехзвенников, удовлетворяющих четырем обобщенным положениям в одной плоскости / Тесар Эшенбах // Конструирование и технология машиностроения. – М.: Мир, 1969. – № 1. – С. 79.

37. Холл, Гаррет, мл. Оптимизационный синтез многозвенников при помощи метода статистических испытаний / Гаррет Холл, мл. // Конструирование и технология машиностроения. – М.: Мир, 1968. – № 3. – С. 40.

38. Фокс, Р. (Fox, R. L.) Проектирование оптимальных механизмов, воспроизводящих заданную шатунную кривую, при ограничениях в форме неравенств / Р. Фокс, К. Уиллмерт (K. D. Willmert) // Конструирование и технология машиностроения. – М.: Мир, 1967. – № 1. – С. 169.

39. Беллман, Р. Э. Динамическое программирование / Р. Э. Беллман. – М.: Иностр. лит., 1960. – 400 с.

40. Льюис, Д. (Levis, D. W.) Кинематический синтез плоских кривых / Д. Льюис, К. Джиори (C. K. Gyory) // Конструирование и технология машиностроения. – М.: Мир, 1969. – № 3. – С. 96.

41. Багси, К. (Bagsi, C.) Оптимальный синтез плоских механизмов для воспроизведения траекторий и положений твердого тела с помощью метода линейной суперпозиции / К. Багси, Ли (In-Ping Jack Lee) // Конструирование и технология машиностроения. – М.: Мир, 1975. – № 1. – С. 331–336.

42. Пейсах, Э. Е. Оптимизационный синтез рычажных механизмов / Э. Е. Пейсах // Расчет и конструирование механизмов и деталей приборов. – Л.: Машиностроение, 1975. – С. 38–75.

43. Нечи, А. (Nechi, A. J) Применение комбинации релаксационного и градиентного методов при моделировании на вычислительной машине плоской четырехшарнирной цепи / А. Нечи // Конструирование и технология машиностроения. – М.: Мир, 1971. – № 1. – С. 106–113.

44. Пейсах, Э. Е. Критерии передачи движения для рычажных механизмов / Э. Е. Пейсах // Машиноведение. – 1986. – № 1. – С. 45–51.
45. Пейсах, Э. Е. Метод блокируемых зон в синтезе шарнирно-рычажных механизмов / Э. Е. Пейсах // Механика машин. – М.: Наука, 1969. – Вып. 21–22. – С. 15–28.
46. Кикин, А. Б. Применение ПК в проектировании и исследовании рычажных механизмов / А. Б. Кикин, Э. Е. Пейсах // Персональные компьютеры в проектировании и исследовании механизмов и агрегатов: тр. междунар. конф. – СПб., 1996. – С. 20–26.
47. Нестеров, В. А. База знаний по анализу и синтезу рычажных механизмов в компьютерной системе LINKAGES / В. А. Нестеров, Э. Е. Пейсах // Вестн. Моск. авиационного ин-та. – 1995. – № 1. – С. 51–58.
48. Тувин, А. А. Модернизация металлотающего станка типа DM / А. А. Тувин, Р. В. Шляпугин // Изв. вузов. Технология текст. пром-сти. – 2007. – № 3. – С. 105–108.
49. Программа автоматизированного расчета кинематических параметров стержневых механизмов текстильных машин «АРМТМ»: свидетельство об отраслевой регистрации программы для ЭВМ в Отраслевом фонде алгоритмов и программ гос. координационного центра инф. технол. / разработ.: А. А. Тувин, В. А. Суров, Р. В. Шляпугин. – № 5219; зарег. 23.09.2005. – 3 с.
50. Тувин, А. А. Кинематические параметры механизма прокладывания утка металлотающего станка / А. А. Тувин, А. Н. Смирнов, В. М. Андриянов // Изв. вузов. Технология текст. пром-сти. – 1984. – № 4. – С. 94–99.
51. Тувин, А. А. Кинематическое исследование механизма прокладывания утка металлотающего станка DM 2000-М / А. А. Тувин, Р. В. Шляпугин // Изв. вузов. Технология текст. пром-сти. – 2007. – № 2. – С. 92–96.
52. Использование метода инверсии при согласовании движения берда и нитепрокладчика / В. А. Суров, В. Г. Чумиков, В. М. Андриянов, А. А. Тувин // Изв. вузов. Технология текст. пром-сти. – 1990. – № 4. – С. 79–81.

53. Проектирование кулачкового привода рапир станка СТР-120-Л / В. М. Андриянов, В. А. Суров, А. А. Тувин, В. Г. Чумиков // Изв. вузов. Технология текст. пром-сти. – 1989. – № 6. – С. 87–90.

54. Программа автоматизированного расчета силовых параметров стержневых и кулачково-стержневых механизмов текстильных машин «СРМТМ»: свидетельство об отраслевой регистрации программы для ЭВМ в Отраслевом фонде алгоритмов и программ / разраб.: В. А. Суров, А. А. Тувин, Р. В. Шляпугин. – № 5498; зарег. 12.12.2005.

55. Тувин, А. А. Автоматизированный расчет кулачково-стержневых механизмов: учеб. пособие / А. А. Тувин, Р. В. Шляпугин, Д. А. Пирогов. – Иваново: ИВГПУ, 2018. – 224 с.: ил.

56. Смирнов, В. И. Курс высшей математики: учеб. пособие для втузов: в 6 т. / В. И. Смирнов. – М.: Наука, 1965. – Т. 1. – 480 с.

57. Тувин, А. А. Силовой анализ пространственного механизма привода рапир металлотающего станка / А. А. Тувин, А. Н. Смирнов, В. М. Андриянов // Изв. вузов. Технология текст. пром-сти. – 1984. – № 4. – С. 94–99.

58. Шляпугин, Р. В. Разработка и исследование рапирного механизма прокладывания утка для металлотающего станка типа DM: дис. ... канд. техн. наук / Р. В. Шляпугин. – Иваново, 2010.

59. Фаворин, М. В. Момент инерции тел: справ. / М. В. Фаворин. – М.: Машиностроение, 1977. – 511 с.

60. Артоболевский, И. И. Теория механизмов / И. И. Артоболевский. – М.: Наука, 1967. – 720 с.

61. Вульфсон, И. И. Динамические расчеты цикловых механизмов / И. И. Вульфсон. – Л.: Машиностроение, 1976. – 328 с.

62. Вульфсон, И. И. Колебания машин с механизмами циклового действия / И. И. Вульфсон. – Л.: Машиностроение, 1990. – 309 с.

63. Ривин, Е. И. Динамика привода станков / Е. И. Ривин. – М.: Машиностроение, 1966. – 204 с.

64. Елфимов, В. М. Проектирование полимерного композита для гибкой перфорированной ленты / В. М. Елфимов // Изв. вузов. Технология текст. пром-сти. – 2005. – № 1. – С. 107–111.
65. Основы современных методов расчета на прочность в машиностроении / С. Д. Пономарев [и др.]. – М.: Машгиз, 1952. – Т. 2. – 862 с.
66. Левина, З. М. Контактная жесткость машин / З. М. Левина, Д. Н. Решетов. – М.: Машиностроение, 1971. – 264 с.
67. Борович, И. Устойчивость движения рапир в ткацком станке MAV / И. Борович, В. Гунэран // Przegl Wlok. – 1982. – № 7. – С. 349–352. (на польск. яз.)
68. Пановко, Я. Г. Основы прикладной теории колебаний и удара / Я. Г. Пановко. – Л.: Машиностроение, 1976. – 320 с.
69. Программа автоматизированного расчета динамических параметров механизмов текстильных машин: свидетельство о гос. регистрации программы для ЭВМ в Федер. службе по интеллектуальной собственности, патентам и товарным знакам № 2011610608 / разработ.: А. А. Тувин, Р. В. Шляпугин. – № 2010616967; заявл. 09.11.2010; зарег. 11.01.2011. – 4 с.
70. Горошко, О. А. Введение в механику одномерных тел переменной длины / О. А. Горошко, Н. Г. Савин. – Киев: Наукова думка, 1971. – 224 с., ил.

*Учебное издание*

*Тувин Александр Алексеевич*

**КИНЕМАТИЧЕСКИЙ И ДИНАМИЧЕСКИЙ АНАЛИЗ  
МЕХАНИЗМОВ ПРОКЛАДЫВАНИЯ УТКА ТКАЦКИХ СТАНКОВ  
СПЕЦИАЛЬНОГО НАЗНАЧЕНИЯ**

Редактор О. Р. Ростов

Подписано в печать 15.06.2020.

Формат  $60 \times 84 \frac{1}{16}$ . Плоская печать.

Усл. печ. л. 7,91. Уч.-изд. л. 4,0. Тираж 50 экз.

ФГБОУ ВО «Ивановский государственный политехнический университет»

Редакционно-издательский отдел УИРиК

153000, г. Иваново, Шереметевский проспект, 21