Тема 3.2. Электрические явления в проводниках и диэлектриках

Равновесие зарядов на проводнике

Проводниками называют тела, которые хорошо проводят электрический ток, в которых есть свободные электрические заряды, способные перемещаться по всему объему проводника. Достаточно сколь угодно малой электрической силы, чтобы возникло направленное движение свободных зарядов. Поэтому равновесие зарядов на проводнике невозможно без выполнения следующих условий:

1. Напряженность поля внутри заряженного проводника должна быть равна нулю: $E_{внутри} = 0$. В противном случае на свободные заряды будет действовать электрическая сила, вызывающая их перемещение.

2. Избыточные заряды располагаются на поверхности проводника. В самом деле, при $E_{внутри} = 0$ поток Φ_e вектора $\vec{E}$ через любую замкнутую поверхность, проведенную внутри проводника, равен нулю. Из теоремы Гаусса $\Phi_e = \frac{Q}{\varepsilon_0}$ следует, что при $\Phi_e = 0$ избыточный заряд внутри проводника равен нулю: $Q = 0$.

3. Потенциал поля внутри проводника постоянен. Действительно, из (4.16) следует, что $E = -\frac{d\varphi}{dr} = 0$, отсюда $\varphi = \text{const}$.

4. В каждой точке на поверхности заряженного проводника вектор напряженности направлен по нормали к поверхности. В противном случае вектор $\vec{E}$ можно было бы разложить на две составляющие: нормальную к поверхности $\vec{E}_n$ и направленную по касательной к поверхности $\vec{E}_t$: $\vec{E} = \vec{E}_n + \vec{E}_t$. Если $\vec{E}_t \neq 0$, то на свободные заряды на поверхности проводника будет действовать электрическая сила, что заставит их перемещаться по поверхности проводника. Равновесие нарушается, следовательно, $E = E_n$.

5. Поверхность проводника является эквипотенциальной поверхностью: потенциал во всех точках на поверхности проводника одинаков и равен потенциалу внутри проводника.

Напряженность поля вблизи поверхности заряженного проводника

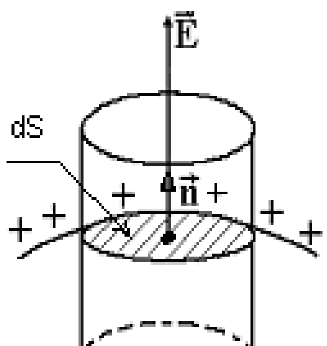


Рис. 4.17

Пусть проводник заряжен положительно с поверхностной плотностью заряда σ, причем заряд может быть распределен по поверхности проводника неравномерно. Выделим на поверхности проводника малую площадку dS, во всех точках которой $\sigma = \text{const}$. Для нахождения напряженности поля воспользуемся теоремой Гаусса.

Для этого построим цилиндрическую поверхность с основанием dS и образующими, параллельными вектору $\vec{E}$ (рис. 4.17). Поток вектора $\vec{E}$ через эту поверхность складывается из потока $Ф_{бок.}$ через боковую поверхность и потоков через верхнее $Ф_{в.осн.}$ и нижнее $Ф_{н.осн.}$ основания:

$$Ф_e = Ф_{бок} + Ф_{в.осн.} + Ф_{н.осн.}.$$

Заметим, что $Ф_{бок} = 0$, так как образующие цилиндра параллельны $\vec{E}$, $Ф_{н.осн.} = 0$, так как напряженность поля внутри проводника равна нулю. Тогда $Ф_e = Ф_{в.осн} = EdS.$ Заряд внутри цилиндрической поверхности равен σdS. По теореме Гаусса $Ф_e = \dfrac{Q}{\varepsilon_0}$ получим $EdS = \dfrac{\sigma dS}{\varepsilon_0}$, откуда $E = \dfrac{\sigma}{\varepsilon_0}$, то есть напряженность поля вблизи поверхности заряженного проводника прямо пропорциональна поверхностной плотности заряда на ней.

Проводник во внешнем электрическом поле

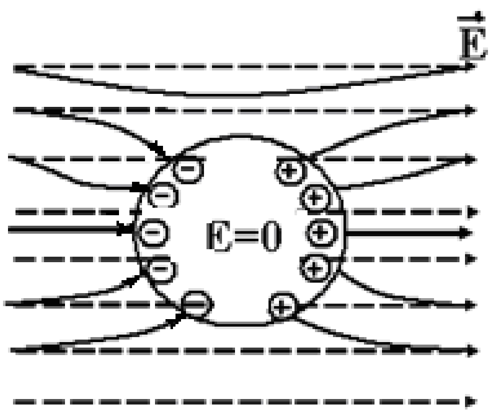


Рис. 4.18

При внесении незаряженного проводника во внешнее электрическое поле свободные заряды проводника приходят в движение: положительные заряды движутся в направлении $\vec{E}$, отрицательные заряды – в противоположном направлении.

В результате на концах проводника возникают индуцированные заряды противоположных знаков (рис.4.18).

Поле этих зарядов направлено противоположно внешнему полю. Силовые линии внешнего поля изображены пунктиром. Перераспределение зарядов продолжается до тех пор, пока напряженность поля внутри проводника не станет равной нулю, а линии $\vec{E}$ вне проводника – перпендикулярными к поверхности проводника.

В результате внешнее поле искажается: часть силовых линий обрывается на отрицательных индуцированных зарядах и вновь начинается на положительных зарядах.

Отсутствие поля внутри проводника, помещенного во внешнее электрическое поле, широко применяется в технике для экранирования, то есть для защиты от внешних электростатических полей (так называемая электростатическая защита).

Электроемкость

Электроемкость уединенного проводника

Опыты показали, что при сообщении уединенному проводнику заряда Q его потенциал φ возрастает линейно с ростом заряда, то есть для данного проводника $\frac{Q}{\varphi} = \mathrm{const}$.

Электроемкостью уединенного проводника называется физическая величина, равная заряду, который надо сообщить проводнику, чтобы увеличить его потенциал на единицу:

$$C = \frac{Q}{\varphi}. \qquad (4.28)$$

За единицу емкости принимается емкость такого проводника, потенциал которого увеличивается на 1 В при сообщении ему заряда в 1 Кл. Эта единица называется фарадом: $1\Phi = \dfrac{1Кл}{1В}$.

Емкость уединенных проводников сравнительно невелика и зависит от окружающих их проводящих тел. Покажем это.

Имеем уединенное заряженное тело А, его емкость $C = \dfrac{Q}{\varphi}$.

Поместим вблизи него незаряженный проводник В (рис. 4.19).

На ближайшем к телу А конце проводника В возникнут индуцированные отрицательные заряды, на удаленном – положительные.

Эти индуцированные заряды ослабляют поле тела А: потенциал поля уменьшается: $\varphi' < \varphi$.

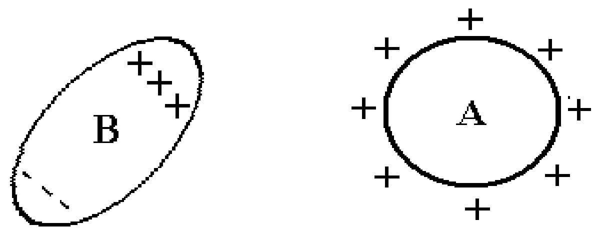


Рис. 4.19

Емкость тела А станет равной $C' = \dfrac{Q}{\varphi'}$, так как $\varphi' < \varphi$, а заряд тела А не меняется, то $C' > C$.

Следовательно, чтобы увеличить емкость проводника, доста-
точно поместить вблизи него незаряженный проводник. Этим пользуются при создании конденсаторов.

Конденсаторы

Конденсаторы состоят из двух проводников, помещенных близко друг от друга. Их называют обкладками конденсатора. Чтобы внешние тела не влияли на емкость конденсатора, обкладкам придают такую форму и располагают так, чтобы создаваемое ими поле было сосредоточено внутри конденсатора. Этому условию удовлетворяют две близко расположенные пластины – плоский конденсатор, две концентрические сферы – сферический конденсатор, два коаксиальных цилиндра – цилиндрический конденсатор.

Под емкостью конденсатора понимают величину, измеряемую отношением заряда на одной из обкладок к разности потенциалов между обкладками: $C = \dfrac{Q}{\varphi_1 - \varphi_2}$.

Найдем емкость плоского конденсатора (рис. 4.20).

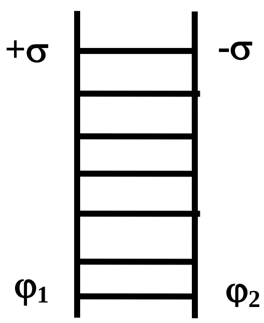


Рис. 4.20

Обозначим: d – расстояние между пластинами, S – площадь пластины, σ - поверхностная плотность заряда на пластинах конденсатора, ε - относительная диэлектрическая проницаемость среды, заполняющей конденсатор.

По определению емкости

$$C = \frac{Q}{\varphi_1 - \varphi_2},$$

где $Q = \sigma S$, а $\varphi_1 - \varphi_2 = \dfrac{\sigma}{\varepsilon\varepsilon_0} d$ (см. (4.23)).

Отсюда $$C = \frac{\sigma S}{\frac{\sigma d}{\varepsilon\varepsilon_0}} = \frac{\varepsilon\varepsilon_0 S}{d}.$$

(4.29)

Сферический конденсатор состоит из двух металлических сфер радиусами R_1 и R_2 (R_1 немного меньше R_2). Заряд внутренней сферы +Q, наружной –Q. Напряженность поля внутри меньшей сферы E=0, за пределами конденсатора поля разноименно заряженных обкладок взаимно уничтожаются, а между обкладками поле создается зарядом только внутренней сферы.

Емкость сферического конденсатора равна

$$C = \frac{4\pi\varepsilon\varepsilon_0}{(\frac{1}{R_1} - \frac{1}{R_2})}. \qquad (4.30)$$

Если $R_2 \to \infty$, то получим емкость уединенного шара:

$$C = 4\pi\varepsilon\varepsilon_0 R. \qquad (4.31)$$

Диэлектрики в электрическом поле

Типы диэлектриков

Как известно, диэлектриками называют вещества, не способные проводить электрический ток. Однако помещенные в электрическое поле, они претерпевают определенные изменения, а именно в электрическом поле поляризуются. Характер поляризации различен в различных диэлектриках и зависит от их строения. По характеру поляризации все диэлектрики можно разделить на три класса:

1) диэлектрики, состоящие из полярных молекул;
2) диэлектрики, состоящие из неполярных молекул;
3) кристаллические диэлектрики.

Диэлектрики с полярными молекулами

(вода, нитробензол и др.)

В отсутствие электрического поля в молекулах полярного диэлектрика электроны располагаются несимметрично относительно ядер, центры тяжести положительных и отрицательных зарядов не совпадают. Полярная молекула представляет собой диполь (рис. 4.21), то есть систему двух равных по величине и противоположных по знаку зарядов.

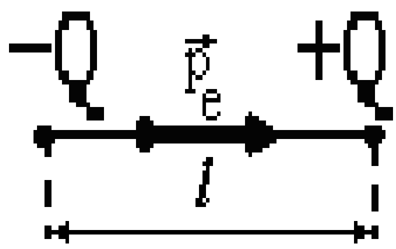


Рис. 4.21

Вектор $\vec{p}_e$, равный произведению величины положительного заряда Q на расстояние между зарядами ℓ и направленный по оси диполя в сторону положительного заряда, называется электрическим моментом диполя:

$$\vec{p}_e = Q\vec{\ell}. \qquad (4.32)$$

Таким образом, в полярной молекуле $\vec{p}_e \neq 0$ при $\vec{E} = 0$.

Диполь во внешнем электрическом поле

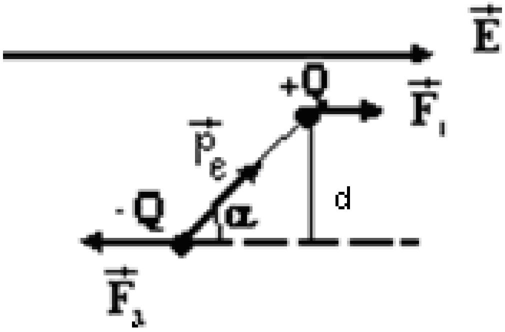


Рис. 4.22

Во внешнем электрическом поле на положительный заряд диполя действует сила $\vec{F}_1 = Q\vec{E}$, сонаправленная с вектором $\vec{E}$, на отрицательный заряд – сила $\vec{F}_2 = -Q\vec{E}$, направленная против $\vec{E}$. Эти силы образуют пару сил (рис. 4.22), которая создает вращающий момент

$$M = F \cdot d = QE\ell\sin\alpha,$$

где $d = \ell\sin\alpha$ - плечо пары сил.

Принимая во внимание, что $Q\vec{\ell} = \vec{p}_e$, получим

$$M = p_e E\sin\alpha \qquad (\alpha = \widehat{\vec{p}_e \cdot \vec{E}}) \qquad (4.33)$$

или в векторной форме

$$\vec{M} = \vec{p}_e \times \vec{E}.$$

Покажем, что момент $\vec{M}$ пары сил стремится повернуть диполь так, чтобы его электрический момент $\vec{p}_e$ установился в направлении $\vec{E}$: $\vec{p}_e \uparrow\uparrow \vec{E}$.

Действительно, чтобы повернуть диполь на угол $d\alpha$, надо совершить работу dA, равную

$$dA = Md\alpha = p_e E \sin\alpha d\alpha .$$

Эта работа идет на увеличение потенциальной энергии диполя dW_e:

$$dA = dW_e = p_e E \sin\alpha d\alpha .$$

Интегрируем

$$W_e = \int p_e E \sin\alpha d\alpha = -p_e E \cos\alpha + C .$$

Полагаем постоянную интегрирования C равной нулю:

$$W_e = -p_e E \cos\alpha. \tag{4.34}$$

Из (4.34) видно, что при $\alpha = 0^0$, то есть при $\vec{p}_e \uparrow\uparrow \vec{E}$, потенциальная энергия диполя минимальна и равна $W_e = -p_e E$. Диполь стремится занять положение с наименьшей энергией и установиться по направлению поля.

После установления диполя по полю на его заряды будут действовать силы, направленные в противоположные стороны. Диполь деформируется. Опыты показывают, что эта деформация невелика. Ее мы не рассматриваем, а диполь будем считать жестким.

В случае неоднородного поля силы $\vec{F}_1$ и $\vec{F}_2$, действующие на заряды диполя, неодинаковы по величине. Поэтому кроме вращающего момента $\vec{M}$ на диполь будет действовать сила, заставляющая его перемещаться вдоль поля.

При внесении полярного диэлектрика в электрическое поле его молекулы стремятся повернуться так, чтобы их электрические моменты совпали с направлением $\vec{E}$. Полной ориентации молекул мешает их хаотическое движение, но с течением времени в диэлектрике возникает преимущественная ориентация диполей по полю. При этом на одной поверхности диэлектрика, перпендикулярной $\vec{E}$, возникают положительные заряды, на противоположной – отрицательные. Их называют связанными или поляризационными зарядами. Диэлектрик поляризуется. Поляризация диэлектрика с полярными молекулами называется ориентационной. Поляризация однородного диэлектрика заключается в появлении связанных зарядов на поверхности диэлектрика. В случае неоднородного диэлектрика возникают объемные заряды в толще диэлектрика.

Диэлектрики с неполярными молекулами (водород, азот, четыреххлористый углерод и др.)

В отсутствие электрического поля в молекулах неполярного диэлектрика электроны расположены симметрично относительно ядер, центры тяжести положительных и отрицательных зарядов совпадают, то есть в неполярной молекуле $\vec{p}_e = 0$ при $\vec{E} = 0$.

Во внешнем поле электроны смещаются относительно ядер на некоторое расстояние ℓ молекула превращается в диполь с электрическим моментом $\vec{p}_e = Q\vec{\ell}$ (рис. 4.23).

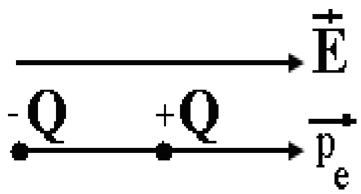


Рис. 4.23

Смещение зарядов аналогично упругой деформации, которая исчезает, если напряженность поля станет равной нулю. Поэтому диполь, возникающий в неполярной молекуле в электрическом поле, называется упругим. Он ориентирован так, что $\vec{p}_e \uparrow\uparrow \vec{E}$.

Если диэлектрик с неполярными молекулами внести в электрическое поле, то в каждой молекуле наводится электрический момент в направлении вектора $\vec{E}$. На поверхности диэлектрика появляются связанные заряды. Поляризация диэлектрика с неполярными молекулами называется электронной.

Поляризованность (вектор поляризации) $\vec{P}$

Состояние поляризованного диэлектрика принято характеризовать вектором поляризации или поляризованностью $\vec{P}$.

Обозначим $\vec{p}_{ei}$ – электрический момент i-й молекулы, N – число молекул в объеме V.

Поляризованностью $\vec{P}$ называется вектор, равный геометрической сумме электрических моментов молекул, заключенных в единице объема:

$$\vec{P} = \frac{\sum_{i=1}^{N} \vec{p}_{ei}}{V}. \qquad (4.35)$$

Если диэлектрик состоит из одного сорта молекул, то поляризованность можно определить как

$$\vec{P} = n\vec{p}_{ei}, \qquad (4.36)$$

где n – число молекул в единице объема.

Из рассмотренного выше механизма поляризации следует, что векторы $\vec{P}$ и $\vec{E}$ сонаправлены: $\vec{P} \uparrow\uparrow \vec{E}$.

Опыты показывают, что для не слишком сильных электрических полей поляризованность $\vec{P}$ можно считать пропорциональной напряженности $\vec{E}$:

$$\vec{P} = k\vec{E},$$

где коэффициент пропорциональности k называют коэффициентом поляризации и записывают в виде $k = \varepsilon_0\chi$. Величину χ называют диэлектрической восприимчивостью диэлектрика. Тогда

$$\vec{P} = \varepsilon_0\chi\vec{E}. \qquad (4.37)$$

Определим теперь понятие «поляризация» диэлектрика.

Поляризация – это изменение состояния диэлектрика, при котором весь объем диэлектрика приобретает отличный от нуля электрический момент. В результате объемной поляризации на гранях диэлектрика возникают нескомпенсированные электрические заряды. Их называют поляризационными или связанными зарядами. Эти заряды входят в состав нейтральных молекул и не могут быть удалены с поверхности диэлектрика.

Связь поляризованности с поверхностной плотностью поляризационных зарядов

В однородном диэлектрике, находящемся в однородном электрическом поле с напряженностью $\vec{E}$, выделим цилиндр так, чтобы образующие цилиндра L были параллельны $\vec{E}$ (рис. 4.24).

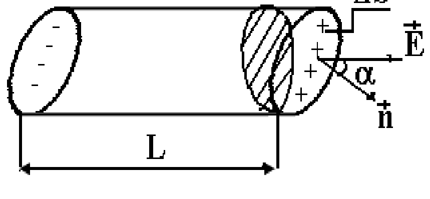


Рис. 4.24

Нормаль $\vec{n}$ к основанию цилиндра ΔS образует угол α с вектором $\vec{E}$. Так как диэлектрик однородный, то положительные и отрицательные заряды внутри цилиндра компенсируют друг друга. Нескомпенсированные связанные заряды находятся на основаниях цилиндра.

Если σ_p - поверхностная плотность связанных зарядов, то суммарный заряд на каждом основании равен $Q_p = \sigma_p \Delta S.$ Рассматривая цилиндр как макроскопический диполь, найдем его электрический момент по формуле (4.32):

$$P_ц = Q_p L = \sigma_p L \Delta S.$$

По определению поляризованность P диэлектрика в объеме выделенного цилиндра равна

$$P = \frac{\sum_{i=1}^{N} \vec{p}_{ei}}{V} = \frac{P_ц}{V_ц} = \frac{\sigma_p L \Delta S}{L \Delta S_n},$$

где $\Delta S_n = \Delta S \cos\alpha$ - площадь проекции основания цилиндра на плоскость, перпендикулярную к оси цилиндра (и вектору $\vec{E}$). Тогда

$$P = \frac{\sigma_p L \Delta S}{L \Delta S \cos\alpha} = \frac{\sigma_p}{\cos\alpha} \quad и \ \sigma_p = P\cos\alpha = P_n \ . \qquad (4.38)$$

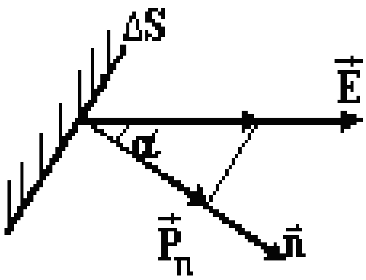


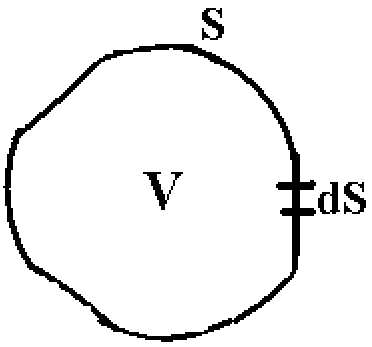
Рис. 4.25

Таким образом, поверхностная плотность связанных зарядов равна численному значению составляющей вектора поляризованности, нормальной к поверхности диэлектрика (рис. 4.25). Если поверхность диэлектрика, на которой образуются связанные заряды, перпендикулярна вектору $\vec{E}$, а следовательно, и $\vec{P}$, то σ_p = P.

Неоднородная поляризация

Поляризация называется неоднородной, если поляризованность $\vec{P}$ меняется от точки к точке, а связанные заряды возникают не только на поверхности, но и в толще диэлектрика. Выделим в диэлектрике произвольный объем V, ограниченный поверхностью S (рис. 4.26).

Найдем сумму связанных зарядов внутри этой поверхности. При включении поля через малую площадку dS, выделенную на поверхности S,



в направлении поля сместятся все положительные заряды в молекулах, находящихся вблизи dS, в противоположном направлении – все отрицательные заряды. В результате связанный заряд на площадке dS будет равен σ_p dS, а на всей поверхности S:

Рис. 4.26

$$Q_p = \oint_S \sigma_p dS = \oint_S P_n dS = \oint_S P dS \cos\alpha = \oint_S \vec{P} \cdot d\vec{S}.$$

Связанный заряд внутри поверхности S или в объеме V

$$Q_p = -\oint_S \vec{P}\, d\vec{S}, \qquad (4.39)$$

так как те молекулы, у которых за пределы поверхности вышел положительный заряд, внутри поверхности создают отрицательный заряд, и наоборот.

В случае однородной поляризации $Q_p = 0$.

Теорема Гаусса для поля в диэлектрике

Запишем сначала теорему Гаусса для поля в вакууме:

$$\oint_S \vec{E} \cdot d\vec{S} = \frac{Q}{\varepsilon_0}.$$

Поле в диэлектрике отличается от поля в вакууме тем, что оно создается как свободными Q, так и связанными Q_p зарядами, то есть

$$\oint_S \vec{E} \cdot d\vec{S} = \frac{Q}{\varepsilon_0} + \frac{Q_p}{\varepsilon_0}.$$

Принимая во внимание, что $Q_p = -\oint_S \vec{P}\, d\vec{S},$ получим

$$\oint_S \vec{E} \cdot d\vec{S} = \frac{Q}{\varepsilon_0} - \frac{\oint_S \vec{P} \cdot d\vec{S}}{\varepsilon_0}$$

или

$$\oint_S \varepsilon_0 \vec{E} \cdot d\vec{S} = Q - \oint \vec{P}\, d\vec{S},$$

откуда $$\oint\limits_S (\varepsilon_0 \vec{E} + \vec{P}) d\vec{S} = Q. \qquad (4.40)$$

Введем вектор $$\vec{D} = \varepsilon_0 \vec{E} + \vec{P}, \qquad (4.41)$$

который называется вектором электрического смещения. Тогда теорема Гаусса для поля в диэлектрике примет вид:

$$\oint\limits_S \vec{D}\, d\vec{S} = Q, \qquad (4.42)$$

то есть поток вектора электрического смещения через произвольную замкнутую поверхность равен алгебраической сумме свободных зарядов, заключенных внутри этой поверхности.

Вектор электрического смещения

Выше мы ввели вектор электрического смещения, который определяется соотношением (4.41)

$$\vec{D} = \varepsilon_0 \vec{E} + \vec{P}.$$

Подставим в него выражение (4.37) для поляризованности $\vec{P} = \varepsilon_0 \chi \vec{E}$ и получим

$$\vec{D} = \varepsilon_0 \vec{E}(1 + \chi).$$

Безразмерную величину $(1 + \chi)$ называют относительной диэлектрической проницаемостью среды и обозначают ε: $1 + \chi = \varepsilon$.

Тогда $$\vec{D} = \varepsilon \varepsilon_0 \vec{E}. \qquad (4.43)$$

В соответствии с формулами (4.4) и (4.43) электрическое смещение поля точечного заряда равно

$$\vec{D} = \varepsilon\varepsilon_0 \vec{E} = \varepsilon\varepsilon_0 \frac{Q}{4\pi\varepsilon_0 \varepsilon r^2} \vec{e}_r = \frac{Q}{4\pi r^2} \vec{e}_r.$$

Единицей электрического смещения является $\frac{\text{Кл}}{\text{м}^2}$. Для изотропных диэлектриков векторы $\vec{D}$ и $\vec{E}$ сонаправлены. Электрическое поле можно изображать как линиями напряженности $\vec{E}$, так и линиями электрического смещения $\vec{D}$.

Электрическое поле в диэлектрике

В качестве примера рассмотрим однородный диэлектрик, помещенный в однородное электрическое поле, например поле конденсатора (рис. 4.27).

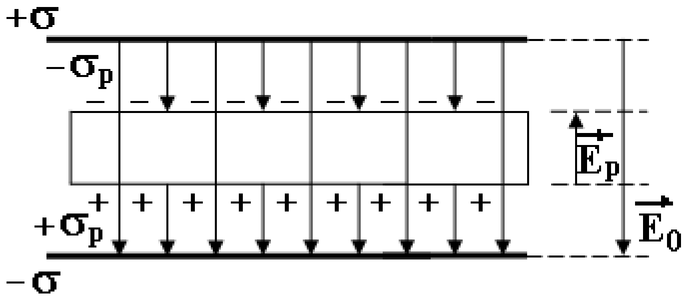


Рис. 4.27

В результате поляризации на одной поверхности диэлектрика электроны, притянутые к поло-жительной пластине конденса-тора, сместились вверх на некоторое расстояние относи-тельно положительных зарядов молекулы. На верхней поверхности диэлектрика образовались связан-ные отрицательные заряды.

На нижней поверхности сместившиеся вверх электроны оставили положительные заряды. Эти связанные заряды создают в диэлектрике дополнительное поле $\vec{E}_P$, направленное противоположно внешнему полю $\vec{E}_0$ в конденсаторе. Результирующее поле в диэлектрике создается как свободными, так и связанными зарядами, и его напряженность $\vec{E}$ с учетом направления векторов $\vec{E}_0$ и $\vec{E}_P$ равна $E = E_0 - E_p$. Ранее было найдено, что напряженность поля в конденсаторе равна $E_0 = \dfrac{\sigma}{\varepsilon_0}$, где σ - поверхностная плотность заряда на пластинах конденсатора. Если σ_p - поверхностная плотность связанных зарядов на поверхности диэлектрика, то по аналогии $E_P = \dfrac{\sigma_P}{\varepsilon_0}$.

Результирующая напряженность в диэлектрике равна

$$E = \frac{\sigma - \sigma_P}{\varepsilon_0}.$$

Выразим напряженность поля в диэлектрике через E_0:

$$E = E_0 - E_p = E_0 - \frac{\sigma_P}{\varepsilon_0} = E_0 - \frac{P}{\varepsilon_0} = E_0 - \frac{\varepsilon_0 \chi E}{\varepsilon_0} = E_0 - \chi E,$$

откуда

$$E_0 = E(1+\chi) = \varepsilon E$$

и

$$E = \frac{E_0}{\varepsilon}. \tag{4.44}$$

(Здесь использованы соотношения (4.38) и (4.37).)

Найдем теперь модуль электрического смещения $\vec{D}$ в вакууме и в диэлектрике. В вакууме относительная диэлектрическая проницаемость $\varepsilon = 1$ и $D_0 = \varepsilon_0 E_0$. В диэлектрике $\varepsilon > 1$ и $D = \varepsilon\varepsilon_0 E = \varepsilon\varepsilon_0 \frac{E_0}{\varepsilon} = \varepsilon_0 E_0$, то есть $D_0 = D$.

Таким образом, электрическое смещение в вакууме и в диэлектрике одинаково: $D_0 = D$, а напряженность различна: $E \neq E_0$.

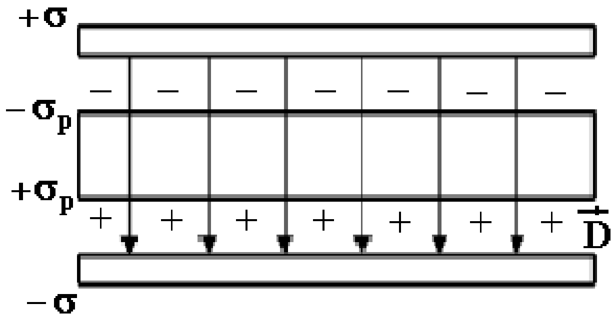


Рис. 4.28

На рис. 4.28 показаны линии вектора $\vec{D}$ для рассматриваемого здесь примера. Если поверхность раздела двух диэлектриков не перпендикулярна векторам $\vec{E}$ и $\vec{D}$, то при переходе через границу не меняются нормальная составляющая D_n вектора $\vec{D}$ и тангенциальная составляющая E_t вектора $\vec{E}$, а D_t и E_n претерпевают разрыв.

Энергия электрического поля

Энергия взаимодействия системы зарядов

Пусть поле создается точечным зарядом Q_1. Потенциальная энергия заряда Q_2 в поле заряда Q_1 равна $W_e = \frac{Q_1 Q_2}{4\pi\varepsilon_0 r}$.

Аналогично потенциальная энергия заряда Q_1 и поле заряда Q_2

$$W_e = \frac{Q_2 Q_1}{4\pi\varepsilon_0 r}.$$

Оба заряда входят в формулу симметрично, поэтому целесообразно записать её в виде

$$W_e = \frac{1}{2}\left(\frac{Q_1}{4\pi\varepsilon_0 r}\cdot Q_2 + \frac{Q_2}{4\pi\varepsilon_0 r}\cdot Q_1\right) = \frac{1}{2}\left(\varphi_1 Q_1 + \varphi_2 Q_2\right), \qquad (4.45)$$

где $\varphi_1 = \dfrac{Q_2}{4\pi\varepsilon_0 r}$ – потенциал, создаваемый зарядом Q_2 в точке, в которой находится заряд Q_1; $\varphi_2 = \dfrac{Q_1}{4\pi\varepsilon_0 r}$ – потенциал, создаваемый зарядом Q_1 в точке, где находится заряд Q_2.

Обобщим (4.45) на случай n зарядов и получим энергию взаимодействия системы зарядов:

$$W_e = \frac{1}{2}\sum_{i=1}^{n} Q_i \varphi_i. \qquad (4.46)$$

Энергия заряженного проводника и системы заряженных проводников

Чтобы зарядить проводник, надо совершить работу против сил кулоновского отталкивания между одноименными зарядами проводника. Эта работа совершается внешними силами за счет внешних источников энергии и идет на увеличение энергии заряженного проводника. Работа, совершаемая против сил электрического поля при перемещении заряда dQ из бесконечности на проводник, равна

$$dA = dQ \cdot \varphi = \varphi \cdot C d\varphi = C\varphi d\varphi.$$

Чтобы зарядить проводник от нулевого потенциала до потенциала φ, надо совершить работу

$$A = \int_0^{\varphi} C\varphi d\varphi = \frac{C\varphi^2}{2}. \qquad (4.47)$$

Эта работа идет на увеличение энергии проводника от нуля до W_e:

$$W_e = \frac{C\varphi^2}{2} = \frac{Q\varphi}{2} = \frac{Q^2}{2C}. \tag{4.48}$$

Для системы из n проводников

$$W_e = \frac{1}{2}\sum_{i=1}^{n} Q_i\varphi_i. \tag{4.49}$$

Энергия заряженного конденсатора

Процесс зарядки конденсатора можно представить как последовательный перенос зарядов dQ с одной обкладки на другую. В результате этого одна обкладка заряжается положительно, другая – отрицательно, а между обкладками возникает разность потенциалов (φ_1- φ_2). Элементарная работа по перемещению заряда dQ

$$dA = dQ(\varphi_1 - \varphi_2) = \frac{Q}{C}\cdot dQ.$$

Полная работа $$A = \int_O^Q \frac{Q}{C}dQ = \frac{Q^2}{2C}.$$

(4.50)

Отсюда энергия заряженного конденсатора, то есть энергия его электрического поля, равна

$$W_e = \frac{Q^2}{2C} = \frac{QU}{2} = \frac{CU^2}{2}, \tag{4.51}$$

где $U = \varphi_1 - \varphi_2$ – разность потенциалов между обкладками конденсатора.

Плотность энергии электрического поля

Рассмотрим плоский конденсатор и найдем энергию W_e его электрического поля.

Емкость плоского конденсатора $C = \dfrac{\varepsilon\varepsilon_0 S}{d}$, тогда

$$W_e = \frac{CU^2}{2} = \frac{\varepsilon\varepsilon_0 S}{d}\frac{U^2}{2} = \frac{\varepsilon\varepsilon_0 S}{d}\frac{(Ed)^2}{2} = \frac{\varepsilon\varepsilon_0 E^2}{2}V, \qquad (4.52)$$

где $V = S \cdot d$ – объем поля конденсатора, $E = \dfrac{U}{d}$ напряженность поля конденсатора.

Из полученного соотношения (4.52) видно, что энергия поля конденсатора прямо пропорциональна его объему.

Энергия, заключенная в единице объема, называется объемной плотностью w_e энергии:

$w_e = \dfrac{W_e}{V}$ – для однородного поля, $w_e = \dfrac{dW_e}{dV}$ – для неоднородного поля.

С учетом (4.52) объемная плотность энергии однородного поля конденсатора определяется соотношением

$$w_e = \frac{\varepsilon\varepsilon_0 E^2}{2}. \qquad (4.53)$$

В очень малом объеме любое поле можно считать однородным и характеризовать определенным значением напряженности $\vec{E}$ в каждой точке. Следовательно, объемная плотность энергии неоднородного поля в данной точке $w_e = \frac{\varepsilon\varepsilon_0 E^2}{2}$.

Это выражение справедливо для любого поля, как однородного, так и неоднородного, а также и для электромагнитного поля.