

Тема 3.3. Электрический ток

Основные характеристики тока

Электрическим током называется всякое направленное движение электрических зарядов в пространстве. Для возникновения тока необходимо наличие свободных зарядов и внешнего электрического поля, способного перемещать заряды. Носителями тока в металлах являются электроны, в полупроводниках – электроны и дырки, в электролитах – положительные и отрицательные ионы. За направление тока принимается направление движения положительных зарядов.

Основными характеристиками тока являются сила и плотность тока.

Силой тока называется скалярная физическая величина, равная заряду, проходящему через поперечное сечение проводника за единицу времени:

$$I = \frac{dQ}{dt} . \quad (5.1)$$

Для постоянного тока, величина и направление которого не меняются с течением времени: $I = \frac{Q}{t}$.

За единицу силы тока в СИ принимается ампер (А). Через ампер определяется единица заряда в СИ – кулон: $1 \text{ Кл} = 1 \text{ А} \cdot 1 \text{ с}$, т.е. 1 Кл – это заряд, проходящий через поперечное сечение проводника за одну секунду при силе тока в один ампер.

Для характеристики распределения тока по сечению проводника вводится вектор плотности тока $\vec{j}$. Вектор плотности

тока численно равен силе тока, который проходит через единицу площади сечения проводника, перпендикулярного к направлению тока:

$$\vec{j} = \frac{dI}{dS}. \quad (5.2)$$

За направление $\vec{j}$ принимается направление вектора скорости упорядоченного движения положительных зарядов. Для постоянного тока $\vec{j} = \frac{I}{S}$. В системе СИ $[\vec{j}] = \frac{A}{m^2}$.

Пусть n_0 – число носителей тока в единице объема, e – заряд носителя, $\langle v \rangle$ – скорость направленного движения носителей, приобретаемая под действием электрического поля. Тогда за время dt через поперечное сечение S проводника пройдут все носители, которые находятся от этого сечения на расстоянии, не большем $\langle v \rangle dt$. Число этих носителей $n_0 S \langle v \rangle dt$. Они перенесут заряд $dQ = en_0 \langle v \rangle S dt$ и создадут ток $I = \frac{dQ}{dt} = en_0 \langle v \rangle S$. Учитывая векторный характер $\vec{j}$ и $\langle \vec{v} \rangle$, получим

$$\vec{j} = n_0 e \langle \vec{v} \rangle. \quad (5.3)$$

Законы постоянного тока

Закон Ома в дифференциальной форме

Пусть в проводнике длиной ℓ и сечением S создано электрическое поле напряженности $\vec{E}$. Обозначим φ_1 и φ_2 – потенциалы на концах проводника, а $\varphi_1 - \varphi_2 = U$ можно назвать падением напряжения на участке проводника. В 1826 г. немецкий ученый Г. Ом экспериментально установил следующий закон: сила тока, текущего по однородному участку проводника, прямо пропорциональна падению напряжения на проводнике:

$$I = \frac{U}{R}, \quad (5.4)$$

где R называется сопротивлением проводника. За единицу сопротивления в СИ принимается 1 Ом: сопротивление такого проводника, в котором при напряжении в 1 В течет ток в 1 А.

Сопротивление проводников зависит от геометрических размеров, формы, материала, из которого они изготовлены, и температуры. Для цилиндрических проводников

$$R = \rho \frac{\ell}{S}, \quad (5.5)$$

где ℓ – длина, S – площадь поперечного сечения проводника, ρ – удельное сопротивление проводника. Удельное сопротивление проводника численно равно сопротивлению проводника длиной 1 м и площадью поперечного сечения проводника 1 м². Из (5.5)

$$\rho = \frac{R \cdot S}{\ell}, \quad \text{тогда} \quad [\rho] = \text{Ом} \cdot \text{м}. \quad \text{Величина, обратная удельному}$$

сопротивлению, называется удельной проводимостью:

$$\sigma = \frac{1}{\rho}. \quad (5.6)$$

Единица проводимости в СИ называется сименсом: $1 \text{ См} = \frac{1}{\text{Ом}}$.

Найдем теперь связь между векторами плотности тока $\vec{j}$ и напряженности поля $\vec{E}$ в проводнике. Для этого в закон Ома $I = \frac{U}{R}$ подставим значения I , U и R в следующем виде:

$$I = j S, \quad U = E \ell, \quad R = \rho \frac{\ell}{S};$$

$$j S = \frac{E \cdot \ell}{\rho \cdot \frac{\ell}{S}}, \quad \text{откуда} \quad j = \frac{E}{\rho}.$$

Учитывая, что $\rho = \frac{1}{\sigma}$ и векторы $\vec{j}$ и $\vec{E}$ имеют одинаковое направление, получим

$$\vec{j} = \sigma \vec{E}. \quad (5.7)$$

Это соотношение называется законом Ома в дифференциальной форме.

Сторонние силы. Закон Ома для цепи, содержащей ЭДС

Для поддержания постоянного тока в течение длительного времени недостаточно наличия свободных зарядов и внешнего электрического поля, перемещающего заряды. Действительно, соединим проводником два тела с зарядами $+Q_1$ и $-Q_2$, а потенциалы тел обозначим φ_1 и φ_2 (рис. 5.1).

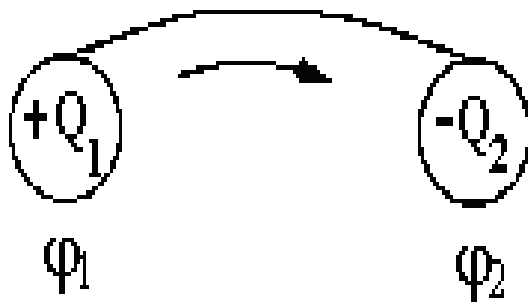


Рис. 5.1

Кулоновские силы заставляют заряды перемещаться по проводнику, создавая электрический ток. Однако тела при этом разряжаются, разность потенциалов уменьшается, ток

быстро прекращается. Для поддержания постоянного тока необходимо поддерживать постоянную разность потенциалов на концах проводника, а следовательно, разделять заряды. Электрические силы разделять заряды не могут. Силы, разделяющие заряды, имеют неэлектрическую природу и называются сторонними силами. Устройство, в котором действуют сторонние силы, называется источником тока. Перемещая заряды, сторонние силы совершают работу за счет энергии, затраченной в источнике тока.

Величина, равная работе сторонних сил по перемещению единичного положительного заряда, называется электродвижущей силой источника (ЭДС).

Обозначим $\vec{E}_{\text{стор}}$ – напряженность поля сторонних сил. Напряженность $\vec{E}$ результирующего поля в проводнике складывается из напряженности $\vec{E}_{\text{кул}}$ поля кулоновских сил и напряженности $\vec{E}_{\text{стор}}$ поля сторонних сил: $\vec{E} = \vec{E}_{\text{кул}} + \vec{E}_{\text{стор}}$.

Подставляя напряженность результирующего поля в (5.7), получим закон Ома в дифференциальной форме для цепи, содержащей ЭДС:

$$\vec{j} = \sigma(\vec{E}_{\text{кул}} + \vec{E}_{\text{стор}}). \quad (5.8)$$

Обобщенный закон Ома для цепи, содержащей ЭДС

Рассмотрим участок АВ замкнутой цепи, содержащей источник тока с электродвижущей силой ε (рис. 5.2). Выделим мысленно малый элемент тока $d\vec{\ell}$. Плотность тока на этом участке (см. (5.8))

$$\vec{j} = \sigma(\vec{E}_{\text{кул}} + \vec{E}_{\text{стор}}).$$

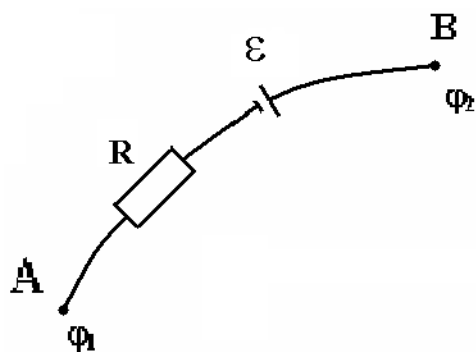


Рис. 5.2

Умножим скалярно левую часть этого равенства на $\rho d\vec{\ell}$, правую часть – на

$$\frac{d\vec{\ell}}{\sigma} \left(\rho d\vec{\ell} = \frac{d\vec{\ell}}{\sigma} \right):$$

$$\vec{j} \rho d\vec{\ell} = (\vec{E}_{\text{кул}} + \vec{E}_{\text{стор}}) d\vec{\ell}$$

и проинтегрируем по участку АВ:

$$\int_{AB} \vec{j} \rho d\vec{\ell} = \int_A^B \vec{E}_{\text{кул}} d\vec{\ell} + \int_A^B \vec{E}_{\text{стор}} d\vec{\ell}. \quad (5.9)$$

Рассмотрим каждый интеграл в (5.9) в отдельности и выясним его физический смысл.

Первый интеграл в правой части (5.9) преобразуем, исходя из полученного ранее соотношения $\vec{E}_{\text{кул}} d\vec{\ell} = -d\varphi$:

$$\int_A^B \vec{E}_{\text{кул}} d\vec{\ell} = -\int_A^B d\varphi = \varphi_1 - \varphi_2. \quad (5.10)$$

Разность потенциалов $\varphi_1 - \varphi_2$ численно равна работе кулоновских сил по перемещению единичного положительного заряда вдоль участка цепи из точки А в точку В.

Второй интеграл в правой части равен электродвижущей силе источника тока $\mathcal{E}$:

$$\int_A^B \vec{E}_{\text{стор}} d\vec{\ell} = \mathcal{E}. \quad (5.11)$$

ЭДС, действующая на участке цепи, численно равна работе сторонних сил, перемещающих единичный положительный заряд из точки А в точку В.

Интеграл, стоящий в левой части (5.9), преобразуем, учитывая, что векторы $\vec{j}$ и $d\vec{\ell}$ совпадают по направлению и их скалярное произведение

$$\vec{j} d\vec{\ell} = j \cdot d\ell,$$

кроме того, $j = \frac{I}{S}$, где S — площадь поперечного сечения проводника. Тогда

$$\int_{AB} \vec{j} \rho d\vec{\ell} = \int_{AB} j \rho d\ell = \int_{AB} \frac{I}{S} \rho d\ell = I \int_{AB} \frac{\rho d\ell}{S} = I \int_{AB} dR = IR. \quad (5.12)$$

Здесь $\rho \frac{d\ell}{S} = dR$ – сопротивление участка $d\ell$ цепи, а $\int_{AB} dR = R$ – сопротивление участка АВ. С учетом (5.10), (5.11) и (5.12) перепишем (5.9) в виде:

$$IR = \varphi_1 - \varphi_2 + \varepsilon. \quad (5.13)$$

Полученное выражение представляет собой закон Ома для участка цепи, содержащего ЭДС, и называется обобщенным законом Ома.

Произведение $IR=U$ называют напряжением или падением напряжения на выделенном участке цепи. Из (5.13) следует, что падение напряжения численно равно работе кулоновских и сторонних сил по перемещению единичного положительного заряда из точки А в точку В цепи.

Если цепь замкнута, то $\varphi_1 = \varphi_2$ и $IR = \varepsilon$. Получаем закон Ома для замкнутой цепи: $R = R_{\text{внеш}} + r$ – суммарное сопротивление внешней цепи и источника тока.

Если участок тока не содержит ЭДС, то $IR = \varphi_1 - \varphi_2$ – получаем закон Ома для однородного участка цепи.

Если цепь разомкнута, то $I=0$ и $\varepsilon = \varphi_2 - \varphi_1$, т.е. ЭДС равна разности потенциалов на концах разомкнутой цепи.

Закон Джоуля - Ленца

Рассмотрим произвольный участок цепи постоянного тока, к которому приложено напряжение U . За время t через поперечное

сечение проводника проходит заряд $q=It$. При этом силы кулоновского поля и поля сторонних сил совершают работу

$$A=qU =IUt =(\varphi_1-\varphi_2)It+ \varepsilon It . \quad (5.14)$$

Если проводник неподвижен и никаких химических превращений в нем не происходит, эта работа идет на увеличение внутренней энергии проводника и выделяется в виде тепла Q :

$$Q=IUt=I^2Rt=\frac{U^2}{R} t . \quad (5.15)$$

Соотношение (5.15) представляет собой закон Джоуля-Ленца.

Если цепь неоднородная, то на различных ее участках выделяется разное количество тепла. Выделим малый участок проводника $d\ell$ сечением S . Количество тепла, выделяющегося на этом участке за время dt , равно

$$dQ=I^2dRdt=(j \cdot S)^2\rho \frac{d\ell}{S}dt=j^2\rho d\ell Sdt= j^2\rho dVdt,$$

где $d\ell \cdot S=dV$ – объем выделенного участка проводника.

Тогда

$$dQ= j\rho dVdt.$$

Разделим обе части равенства на dV и dt :

$$\frac{dQ}{dV \cdot dt} = j^2\rho . \quad (5.16)$$

Количество тепла, выделяющееся в единице объема проводника за единицу времени, называется плотностью тепловой мощности:

$$w = \frac{dQ}{dV \cdot dt} .$$

Из (5.16) получим $w = j^2 \rho$.

По закону Ома плотность тока $j = \sigma E$, а $\rho = \frac{1}{\sigma}$, тогда

$$w = (\sigma E)^2 \cdot \frac{1}{\sigma} = \sigma E^2.$$

Выражение $w = \sigma E^2$ называется законом Джоуля–Ленца в дифференциальной форме.

Разветвление цепи. Правила Кирхгофа

На практике часто приходится рассчитывать сложные разветвленные цепи постоянного тока. Закон Ома позволяет рассчитать любую разветвленную цепь. Однако такой расчет представляет значительные трудности. Решение задачи значительно облегчается при применении законов или правил Кирхгофа.

Первое правило Кирхгофа

Первое правило Кирхгофа связывает силы токов, сходящихся в узле. Узлом или точкой разветвления цепи называется точка, в которой сходятся не менее трех проводников.

В основе первого правила Кирхгофа лежит закон сохранения заряда: в любой точке цепи, в том числе и в узле, заряд остается постоянным, то есть сколько зарядов подходит к узлу, столько и уходит от него.

Первое правило формулируется так: алгебраическая сумма токов, сходящихся в узле, равна нулю:

$$\sum_{k=1}^n I_k = 0, \quad (5.17)$$

где n – число проводников, сходящихся в узле, I_k – сила тока в k -м проводнике.

Токи, подходящие к узлу, считаются положительными, уходящие от узла, – отрицательными.

Второе правило Кирхгофа

Второе правило относится к произвольным замкнутым контурам, выделяемым в разветвленной цепи, и вытекает из обобщенного закона Ома. Рассмотрим замкнутый контур ABC и применим обобщенный закон Ома к участкам цепи AB, BC и CA (рис. 5.3).

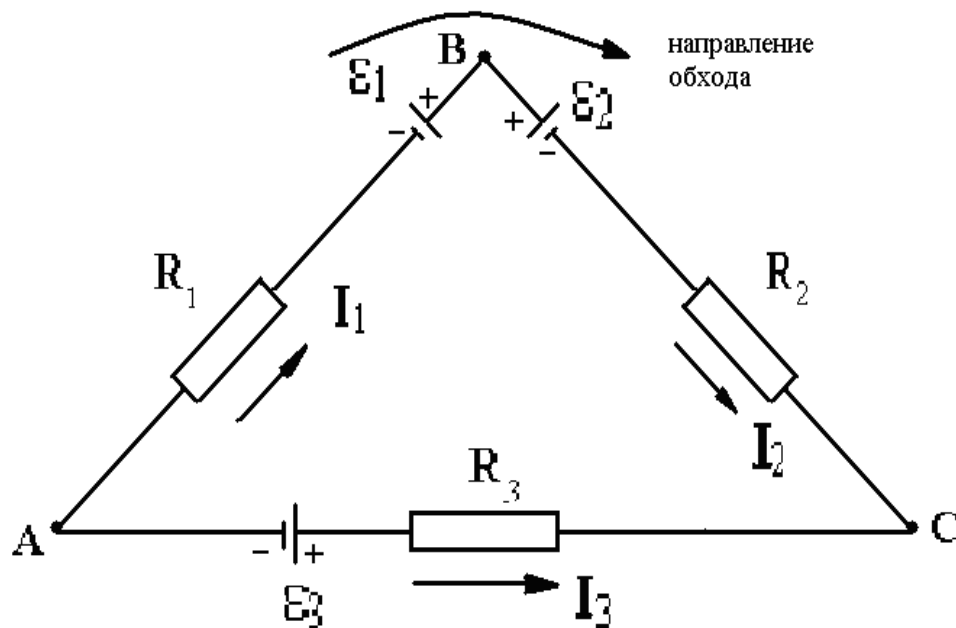


Рис. 5.3

При этом необходимо выбрать направление обхода контура и условиться: ток считать положительным, если его направление совпадает с направлением обхода контура, и ЭДС считать положительной, если она повышает потенциал в направлении

обхода, т.е. если внутри источника приходится идти от отрицательного полюса к положительному. Тогда обобщенный закон Ома запишется в виде:

для участка АВ: $I_1 R_1 = \varphi_A - \varphi_B + \mathcal{E}_1$,

для участка ВС: $I_2 R_2 = \varphi_B - \varphi_C = -\mathcal{E}_2$,

для участка СД: $I_3 R_3 = \varphi_C - \varphi_A - \mathcal{E}_3$.

Складывая эти равенства почленно, найдем

$$I_1 R_1 + I_2 R_2 + I_3 R_3 = \mathcal{E}_1 - \mathcal{E}_2 - \mathcal{E}_3.$$

Рассмотрение может быть применено к любому замкнутому контуру, состоящему из k участков, поэтому в общем виде для любого замкнутого контура можно записать:

$$\sum_{k=1}^n I_k R_k = \sum_{k=1}^n \mathcal{E}_k. \quad (5.19)$$

Мы получили второе правило Кирхгофа: в любом замкнутом контуре, произвольно выбранном в разветвленной цепи, алгебраическая сумма произведений сил токов на сопротивления соответствующих участков цепи равна алгебраической сумме приложенных ЭДС.