

Электростатика

Основные рабочие формулы

Закон Кулона

$$F = \frac{1}{4\pi\epsilon\epsilon_0} \frac{q_1 q_2}{r^2},$$

Напряженность

$$\vec{E} = \frac{\vec{F}}{q}.$$

Работа в поле точечного заряда

$$A = \frac{qq_0}{4\pi\epsilon_0} \left(\frac{1}{r_1} - \frac{1}{r_2} \right).$$

Потенциал поля точечного заряда

$$\varphi = \frac{q}{4\pi\epsilon_0 r}.$$

Связь напряженности и потенциала

$$E = -\frac{d\varphi}{dl}.$$

Для однородного поля

$$E = -\frac{\varphi_2 - \varphi_1}{\Delta l}.$$

Примеры решения задач

Задача 1. Точечные заряды $+Q$, $-2Q$, $+2Q$ и $-Q$ расположены в вершинах квадрата со стороной a . Найдите модуль напряжённости $\vec{E}$ и потенциал φ в центре квадрата, если $Q = 1,0 \cdot 10^{-8}$ Кл, $a = 0,05$ м. Какая сила будет действовать на заряд $Q_0 = 10$ мкКл, если его поместить в центр квадрата?

Решение. Согласно принципу суперпозиции электрических полей, каждый заряд создаёт поле независимо от присутствия в пространстве других зарядов. Поэтому напряжённость $\vec{E}$ электрического поля в центре квадрата может быть найдена как геометрическая сумма напряжённостей $\vec{E}_1$, $\vec{E}_2$, $\vec{E}_3$ и $\vec{E}_4$ полей, создаваемых каждым зарядом в отдельности:

$$\vec{E}_0 = \sum_{i=1}^n \vec{E}_i = \vec{E}_1 + \vec{E}_2 + \vec{E}_3 + \vec{E}_4. \quad (1)$$

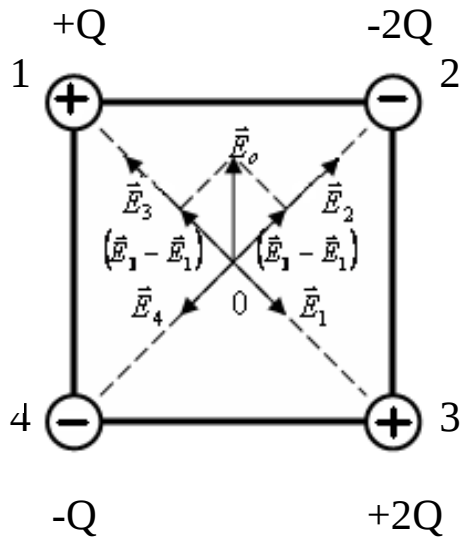
Напряжённости электрического поля, создаваемого в воздухе ($\epsilon = 1$) точечными зарядами Q_1, Q_2, Q_3, Q_4 , вычисляются по формуле

$$E_i = \frac{Q_i}{4\pi\epsilon_0 r_i^2}, \quad (2)$$

где $Q_1 = +Q, Q_2 = -2Q, Q_3 = +2Q, Q_4 = -Q$,

$r_i = \frac{a \cdot \sqrt{2}}{2}$ - расстояние от каждого заряда до центра квадрата.

Для нахождения вектора $\vec{E}_0$ изобразим на рис.1 направления векторов $\vec{E}_1, \vec{E}_2, \vec{E}_3, \vec{E}_4$ и сложим их геометрически.



Векторы $\vec{E}_1, \vec{E}_2, \vec{E}_3, \vec{E}_4$

направлены по силовым линиям в соответствии со знаками и величинами зарядов. Из рисунка видно, что вектор $\vec{E}_0$ направлен вверх и равен:

$$E_0 = \sqrt{(E_3 - E_1)^2 + (E_2 - E_4)^2} \quad (3)$$

или с учётом данных задачи:

$$E_0 = \sqrt{\left[\frac{Q}{4\pi\epsilon_0 \left(\frac{a\sqrt{2}}{2} \right)^2} \right]^2 + \left[\frac{Q}{4\pi\epsilon_0 \left(\frac{a\sqrt{2}}{2} \right)^2} \right]^2} = \frac{Q\sqrt{2}}{2\pi\epsilon_0 a^2}. \quad (4)$$

В соответствии с принципом суперпозиции электрических полей потенциал Φ результирующего поля, создаваемого в центре квадрата, равен:

$$\Phi_0 = \sum_{i=1}^4 \Phi_i = \Phi_1 + \Phi_2 + \Phi_3 + \Phi_4, \quad (5)$$

где $\varphi_i = \frac{Q_i}{4\pi\epsilon_0 r_i}$ (Q_i и r_i см. ранее при расчёте напряжённости $\vec{E}_0$).

Тогда с учётом величин и знаков зарядов получим:

$$\varphi_0 = \frac{Q}{4\pi\epsilon_0 \left(\frac{a\sqrt{2}}{2}\right)} - \frac{2Q}{4\pi\epsilon_0 \left(\frac{a\sqrt{2}}{2}\right)} + \frac{2Q}{4\pi\epsilon_0 \left(\frac{a\sqrt{2}}{2}\right)} - \frac{Q}{4\pi\epsilon_0 \left(\frac{a\sqrt{2}}{2}\right)} = 0.$$

Для нахождения силы, действующей на заряд Q_0 , помещённый в центр квадрата, запишем:

$$\vec{F} = Q_0 \cdot \vec{E} \quad (6)$$

или в скалярной форме

$$F = Q_0 \cdot E, \quad (7)$$

где $E = E_0$ – результирующая напряжённость в центре квадрата.

Подставим в (4) и (7) численные значения величин и произведём вычисления:

$$E_0 = \frac{1,0 \cdot 10^{-8} \cdot 1,41}{2 \cdot 3,14 \cdot 8,85 \cdot 10^{-12} \cdot (5 \cdot 10^{-2})^2} \text{ В/м} = 1,01 \cdot 10^5 \text{ В/м},$$

$$F = 10 \cdot 10^{-6} \cdot 1,01 \cdot 10^5 \text{ Н} = 1,01 \text{ Н}.$$