

Тема 3.1. Магнитное поле в вакууме

Опытным путем было установлено, что проводники, по которым текут токи, притягиваются или отталкиваются. Силу взаимодействия между двумя тонкими, длинными и параллельными проводниками, приходящуюся на единицу длины, находят в соответствии с законом Ампера. Взаимодействие проводников с током происходит посредством магнитного поля: вокруг каждого из проводников с током возникает поле, оказывающее действие на магнитную стрелку.

Вектор магнитной индукции

Как и электрическое, магнитное поле характеризуют некоторыми параметрами, основным из которых является вектор магнитной индукции. Электрическое поле изучают с помощью пробного электрического заряда, создающего в окружающем пространстве собственное электрическое поле. Магнитное поле изучают с помощью пробного контура с током, создающего в окружающем пространстве магнитное поле. Контур с током характеризуют величиной магнитного момента p_m , по определению равного произведению:

$$p_m = I \cdot S, \quad (6.1)$$

где I - величина тока в контуре, S - площадь контура.

Если поместить контур с током в магнитное поле, то оно оказывает на данный контур ориентирующее воздействие: возникает момент сил M , под действием которого контур

поворачивается. Величина M зависит от ориентации контура. Если угол α между нормалью к контуру $\vec{n}$ и направлением поля равен $\pi/2$, то вращающий момент M принимает максимальное значение $M_{\max}$. Нормаль к контуру проводят в соответствии с правилом правого винта (рис.6.1): вектор $\vec{n}$ совпадает с направлением поступательного движения винта, если его вращать по направлению движения тока в контуре. Вектор $\vec{p}_m$ сонаправлен вектору $\vec{n}$ (см. рис.6.1).

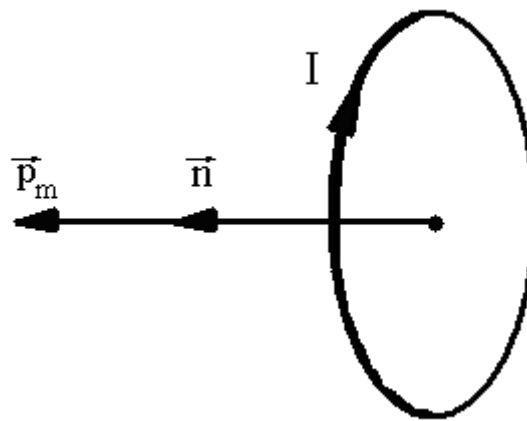


Рис.6.1

Для всех контуров с током в данной точке магнитного поля величина $M_{\max}/p_{\max}$ будет постоянной. Эту величину называют магнитной индукцией поля. Итак, модуль индукции магнитного поля B по определению равен отношению:

$$B = \frac{M_{\max}}{p_m}. \quad (6.2)$$

Индукция магнитного поля есть вектор, направление которого совпадает с направлением нормали $\vec{n}$, если контур находится в равновесном состоянии. Контур же находится в положении равновесия тогда, когда вектор $\vec{n}$ и направление магнитного поля

совпадают. Таким образом, магнитная индукция есть величина векторная, характеризующая силовое воздействие магнитного поля на контур с током. В этом смысле вектор $\vec{B}$ аналогичен вектору $\vec{E}$ электрического поля.

Если, например, магнитное поле образовано несколькими проводниками (контурами) с током, т.е. несколькими источниками магнитного поля, то магнитная индукция результирующего поля равна векторной сумме магнитных индукций полей, созданных каждым из источников в отдельности:

$$\vec{B} = \vec{B}_1 + \vec{B}_2 + \vec{B}_3 + \dots + \vec{B}_n . \quad (6.3)$$

Последнее выражение, кратко записанное в виде формулы(6.3), называют принципом суперпозиции магнитных полей.

Закон Био-Савара-Лапласа

Био и Савар пытались экспериментально найти выражение для $\vec{B}$ в зависимости от величины тока, размеров и формы проводников, расстояния от проводников до точки, в которой находят величину $\vec{B}$. Лаплас, проанализировав данные Био и Савара, установил, что поле любого тока может быть вычислено как векторная сумма полей, созданных элементарными участками тока. Магнитная индукция поля, созданного элементарным участком проводника, как следует из эксперимента, равна:

$$d\vec{B} = \frac{\mu_0}{4\pi} \cdot I \cdot \frac{(\vec{d\ell} \times \vec{r})}{r^3},$$

(6.4)

где $\vec{d\ell}$ – элементарный участок проводника, совпадающий по направлению с направлением вектора плотности тока в проводнике; $\vec{r}$ – вектор, проводимый от участка проводника $\vec{d\ell}$ до точки, в которой находят величину $d\vec{B}$ (т. А на рис. 6.2).

Соотношение (6.4) носит название закона Био-Савара-Лапласа. Направление вектора $d\vec{B}$ находят в соответствии с определением векторного произведения (см.рис.6.2): $d\vec{B}$ перпендикулярен плоскости, образованной векторами $\vec{d\ell}$ и $\vec{r}$, и направлен так, чтобы с конца этого вектора вращение $\vec{d\ell}$ до совпадения с $\vec{r}$ происходило против часовой стрелки по кратчайшему пути.

Абсолютная величина вектора $d\vec{B}$ может быть найдена по формуле

$$dB = \frac{\mu_0}{4\pi} \cdot \frac{Id\ell}{r^2} \cdot \sin \alpha,$$

(6.5)

где α – угол между векторами $\vec{d\ell}$ и $\vec{r}$ (см. рис.6.2).

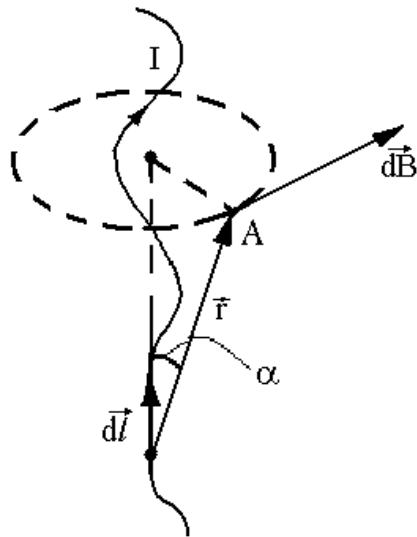


Рис.6.2

Единицей магнитной индукции в СИ является тесла (Тл).

Применение закона Био-Савара-Лапласа для вычисления значения вектора $\vec{B}$

1. Поле движущегося электрического заряда

Запишем закон Био-Савара-Лапласа:

$$d\vec{B} = \frac{\mu_0}{4\pi} \cdot I \cdot \frac{(d\vec{\ell} \times \vec{r})}{r^3}.$$

Заменим произведение $I d\vec{\ell}$ на $S j d\vec{\ell}$, а j , как известно, равно $j = ne u$, где S - площадь сечения, j - плотность тока, n - число зарядов в единице объема, e - величина электрического заряда, u - средняя скорость упорядоченного движения зарядов.

Указанные выше соотношения справедливы, т.к. векторы $d\vec{\ell}$ и $\vec{j}$ имеют одинаковое направление. Векторы $\vec{j}$ и $\vec{u}$ направлены одинаково, если заряд положительный, и противоположно, если

заряд отрицательный. Подставим выражения $I d\vec{\ell} = S \cdot \vec{j} \cdot d\ell$ и $\vec{j} = n \cdot e \cdot \vec{u}$ в формулу для $d\vec{B}$:

$$d\vec{B} = \frac{\mu_0}{4\pi} \cdot \frac{S \cdot d\ell \cdot n \cdot e \cdot (\vec{u} \times \vec{r})}{r^3}.$$

Произведение $S d\ell = dV$ - объем рассматриваемого элемента проводника $d\ell$; $dV \cdot n$ - число зарядов в данном элементе проводника. Поле B , созданное одним зарядом, получим путем деления выражения для $d\vec{B}$ на $dV \cdot n$.

Получим:

$$\vec{B} = \frac{\mu_0}{4\pi} \cdot \frac{e \cdot (\vec{u} \times \vec{r})}{r^3}. \quad (6.6)$$

Формула (6.6) справедлива, если $u \ll c$, где c - скорость света.

1. Поле, созданное бесконечно длинным проводником (прямым током)

Найдем величину $\vec{B}$ в произвольной точке А (рис.6.3). Линии индукции магнитного поля вокруг прямого тока представляют собой концентрические окружности. Проведем силовую линию через точку А. Видно, что в данном случае поле, созданное каждым участком проводника $d\vec{\ell}$, будет перпендикулярно плоскости чертежа и направлено за чертеж. Значит, результирующее поле можно найти суммированием модулей

векторов $d\vec{B}$. По закону Био-Савара-Лапласа модуль вектора $d\vec{B}$ равен:

$$dB = \frac{\mu_0}{4\pi} \cdot \frac{Id\ell}{r^2} \cdot \sin \alpha.$$

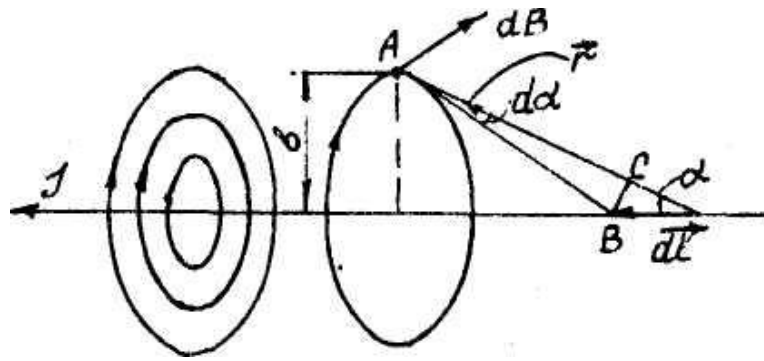


Рис.6.3

Преобразуем выражение для $d\vec{B}$, используя соотношения (см. рис.6.3):

$$d\ell = \frac{CB}{\sin \alpha} = \frac{r d\alpha}{\sin \alpha}; \quad r = \frac{b}{\sin \alpha};$$

$$dB = \frac{\mu_0}{4\pi} \cdot \frac{I \cdot b \cdot d\alpha \cdot \sin^2 \alpha}{\sin^2 \alpha \cdot b^2} \cdot \sin \alpha = \frac{\mu_0}{4\pi} \cdot \frac{I \cdot \sin \alpha d\alpha}{b};$$

$$B = \int_0^\pi \frac{\mu_0 I}{4\pi b} \cdot \sin \alpha d\alpha = \frac{\mu_0 I}{4\pi b} (-\cos \alpha) \Big|_0^\pi = \frac{\mu_0 I}{2\pi b}. \quad (6.7)$$

Угол α изменяется для бесконечно длинного проводника от 0 до π , в чем можно убедиться, взяв участок $d\ell$ на большом удалении справа и слева от точки A (см. рис.6.3).

Поле тока конечной длины

$$B = \int_{\alpha_1}^{\alpha_2} \frac{\mu_0 I}{4\pi b} \cdot \sin \alpha d\alpha; \quad B = \frac{\mu_0 I}{4\pi b} (\cos \alpha_1 - \cos \alpha_2).$$

3. Поле кругового тока

Обычно величину $\vec{B}$ находят в двух случаях: в центре кругового тока и на линии, проходящей перпендикулярно плоскости кругового тока через его центр. В первом случае задача решается очень просто (рис.6.4,а): в центре кругового тока векторы $d\vec{B}$ от всех элементарных участков проводника $d\vec{\ell}$ направлены перпендикулярно плоскости. В этом случае сложение модулей равносильно сложению векторов:

$$B = \int_0^{2\pi R} dB = \frac{\mu_0}{4\pi} \cdot \frac{I}{R^2} \int_0^{2\pi R} d\ell = \frac{\mu_0 I}{4\pi R^2} \cdot 2\pi R = \frac{\mu_0 I}{2R}. \quad (6.8)$$

Если т. А лежит на оси кругового тока (рис.6.4,б), вектор $d\vec{B}$ должен быть перпендикулярен наклонной плоскости, образованной векторами $d\vec{\ell}$ и $\vec{r}$. Отсюда следует, что $d\vec{B}$ направлен под углом к оси. Тогда из геометрических соображений, угол между вектором $d\vec{B}$ и вертикалью равен β (см. рис.6.4,б).

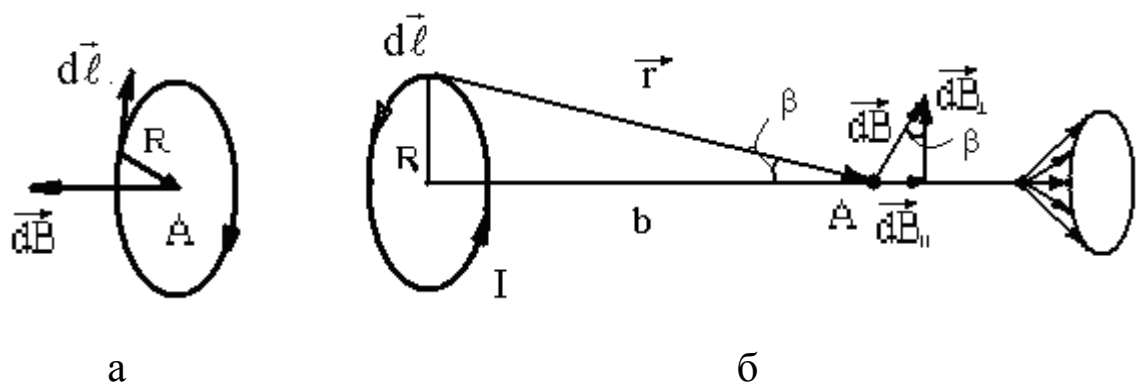


Рис.6.4

Из соображений симметрии легко представить, что разные участки кругового тока создадут веер векторов $d\vec{B}$. Составляющие вектора $d\vec{B}_\perp$ (см. рис.6.4,б) скомпенсируют друг друга, т.к. для симметричных относительно оси и одинаковых участков $d\ell$ они направлены в противоположные стороны и равны. Составляющие $d\vec{B}_\parallel$ от всех участков $d\ell$ направлены в противоположные стороны по оси - их сумма и есть результирующий вектор $\vec{B}_{\text{рез}}$.

$$\text{Итак, по модулю } dB_{\text{рез}} = dB \sin \beta = dB \cdot \frac{R}{r} = \frac{\mu_0}{4\pi} \cdot \frac{Id\ell}{r^2} \cdot \frac{R}{r}.$$

Угол между $d\vec{\ell}$ и $\vec{r}$ равен 90° , синус этого угла равен единице.

$$\text{Тогда } B_{\text{рез}} = \int_0^{2\pi R} \frac{\mu_0 I}{4\pi} \cdot \frac{R}{r^3} d\ell = \frac{\mu_0 IR}{4\pi r^3} \cdot 2\pi R = \frac{\mu_0 IR^2}{2r^3};$$

учитывая, что $R^2 + b^2 = r^2$, запишем:

$$B_{\text{рез}} = \frac{\mu_0 I}{2} \cdot \frac{R^2}{(R^2 + b^2)^{\frac{3}{2}}}. \quad (6.9)$$

Циркуляция вектора $\vec{B}$. Поле соленоида

По определению под циркуляцией вектора $\vec{B}$ по замкнутому контуру ℓ понимается интеграл:

$$\oint_{\ell} \vec{B} d\vec{\ell} = \oint_{\ell} B_{\ell} d\ell = \mu_0 \oint_{\ell} B d\ell_B,$$

где $d\ell$ - элементарный участок замкнутого контура ℓ . Рассмотрим контур, лежащий в плоскости чертежа и проведенный вокруг прямого проводника с током I . Проводник перпендикулярен плоскости чертежа, ток в нем течет от нас (рис.6.5,а).

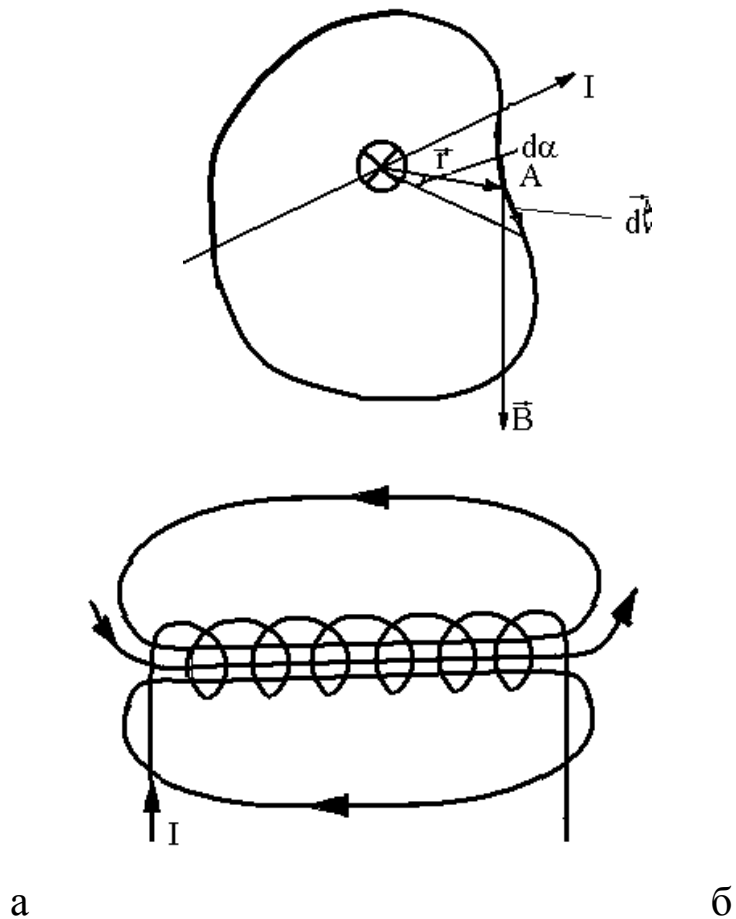


Рис.6.5

Как видно из записанных интегралов, нужно брать или проекцию вектора $\vec{B}$ на направление обхода $d\vec{\ell}$, или проекцию вектора $d\vec{\ell}$ на направление, определяемое вектором $\vec{B}$, т.е. $d\ell_B$. Возьмем произведение $B \cdot d\ell_B$. Заметим, что $d\ell_B = r \cdot d\alpha$, а B в соответствии с формулой (6.6) равен $\mu_0 I / 2\pi r$.

$$\text{Итак, } \oint_{\ell} \mathbf{B} d\ell_B = \int_0^{2\pi} \frac{\mu_0 I}{2\pi r} \cdot r d\alpha = \frac{\mu_0 I}{2\pi} \int_0^{2\pi} d\alpha = \frac{\mu_0 I}{2\pi} \cdot 2\pi = \mu_0 I. \quad (6.10)$$

При получении формулы (6.10) интеграл $\oint_{\ell} d\ell$ по замкнутому контуру ℓ заменяют на интеграл $\int_0^{2\pi} d\alpha$, т.к. замкнутому контуру соответствует угол, равный 2π .

Можно показать, что формула (6.10) справедлива и в случае произвольного замкнутого контура. Если контур охватывает много токов, то

$$\oint_{\ell} \mathbf{B} d\ell_B = \mu_0 \sum I, \quad (6.11)$$

где $\sum I$ - алгебраическая сумма токов.

Токи, текущие в противоположных направлениях, берут с разными знаками. Ток берут со знаком «плюс», если направление обхода по контуру ℓ и направление тока связаны правилом правого винта: при повороте головки винта по направлению обхода винт поступательно перемещается в направлении тока. Если направление тока будет противоположным, то его берут со знаком «минус».

Если контур не охватывает токов, то:

$$\oint_{\ell} \mathbf{B} d\ell = 0.$$

В электростатике было показано, что циркуляция напряженности электрического поля по замкнутому контуру равна нулю:

$$\oint_{\ell} \mathbf{E}_{\ell} d\ell = 0.$$

Равенство нулю $\oint_{\ell} \mathbf{E}_{\ell} d\ell$ является признаком потенциальности электростатического поля и позволяет ввести такую характеристику поля, как потенциал. Поскольку для магнитного поля циркуляция по замкнутому контуру его силовой характеристики ($\vec{B}$) равна нулю, то данное поле не потенциально - магнитное поле является вихревым.

Формула (6.11) может быть использована для нахождения индукции магнитного поля бесконечно длинного соленоида. Соленоид - это проводник, навитый в виде спирали на цилиндрический каркас. Вектор $\vec{B}$ магнитного поля внутри соленоида параллелен оси соленоида (оси цилиндрического каркаса). Направление линий $\vec{B}$ образует с направлением тока в витках правовинтовую систему (рис.6.5,б): если винт вращать по направлению тока в витках, то поступательное движение винта будет совпадать с направлением $\vec{B}$. В физике часто используют представление о бесконечно длинном соленоиде в виде бесконечно длинного цилиндра. Магнитное поле внутри бесконечно длинного соленоида однородно и все сосредоточено внутри его объема. Для бесконечно длинного соленоида линейная плотность тока есть величина постоянная. Под линейной плотностью тока понимают

величину $I \cdot n$, где I - сила тока в соленоиде; n - число витков, приходящихся на единицу длины.

Проведем контур $abcd$ (рис.6.6), у которого сторона ab находится внутри соленоида, ad и bc перпендикулярны оси соленоида, а dc находится на бесконечно большом расстоянии от соленоида.

$$\text{Тогда} \quad \oint_{\ell} \vec{B}_{\ell} d\ell = B_{ab} \cdot ab + B_{bc} \cdot bc + B_{cd} \cdot cd + B_{ad} \cdot ad.$$

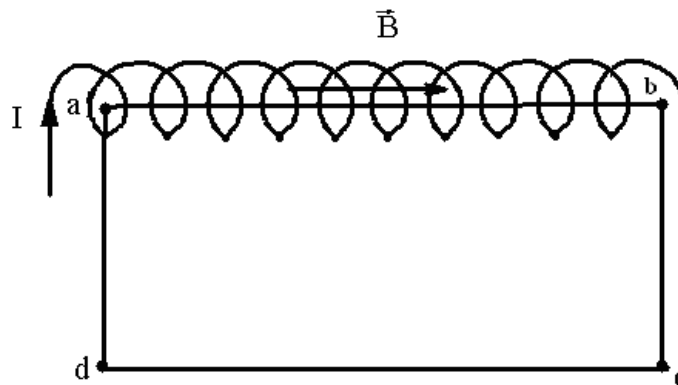


Рис.6.6

Рассмотрим слагаемые отдельно. Внутри соленоида вектор направлен параллельно его оси (см. рис.6.5,б) и $B_{ab} = B_{\ell} = B$, тогда $B_{\ell} \cdot ab = B \cdot ab$.

По направлениям bc и ad величины $B_{bc} = B_{ad} = 0$, т.к. вектор $\vec{B}$ перпендикулярен сторонам ad и bc прямоугольника $abcd$. Произведение $B_{cd} \cdot cd = 0$, т.к. сторона cd удалена на бесконечно большое расстояние; на таком расстоянии поле, создаваемое соленоидом, равно нулю.

Итак, мы получили: $\oint_{\ell} \vec{B} d\ell = B \cdot ab$.

Нам известно, что $\oint_{\ell} \vec{B} d\ell = \mu_0 \Sigma I$, следовательно, $Bab = \mu_0 nI$,

но $\mu_0 \Sigma I = \mu_0 In \cdot ab$,

где I - сила тока в одном витке;

n - число витков на единицу длины.

Тогда имеем:

$$B \cdot ab = \mu_0 Inab \rightarrow B = \mu_0 In. \quad (6.12)$$

Такое же выражение для B получается и в случае тороида, когда радиус его витков (каркаса) много меньше радиуса тора.

Силы Ампера и Лоренца

Ампер экспериментально установил, что сила $d\vec{F}$ воздействия на элементарный участок $d\vec{\ell}$ проводника с током I в магнитном поле пропорциональна силе тока I и индукции внешнего магнитного поля $\vec{B}$. Аналитически закон Ампера выглядит так:

$$d\vec{F} = I(d\vec{\ell} \times \vec{B}).$$

(6.13)

Направление вектора $d\vec{\ell}$ совпадает с направлением тока в проводнике. Направление силы $d\vec{F}$ можно найти в соответствии с определением векторного произведения - в данном случае векторов $d\vec{\ell}$ и $\vec{B}$, а также по известному правилу левой руки в частном случае, если $\vec{B} \perp d\vec{\ell}$: линии индукции внешнего магнитного поля должны входить в ладонь левой руки, пальцы указывать

направление течения тока в проводнике, тогда большой отогнутый палец укажет направление силы (рис.6.7,а).

Рассмотрим случай взаимодействия двух бесконечных параллельных проводников, по которым текут токи I_1 и I_2 . В зоне расположения проводника 1 действует магнитное поле с индукцией $\vec{B}_{21}$, созданное проводником 2 (рис.6.7,б). На участок проводника $d\vec{\ell}_1$ действует сила $d\vec{F}_{21}$, направление которой легко найти по правилу левой руки. Магнитное поле с индукцией B_{21} для проводника 1 является внешним. Аналогично рассуждая, можно найти силу $d\vec{F}_{12}$, действующую на участок проводника 2 - $d\vec{\ell}_2$. Из рис.6.7,б видно, что параллельные проводники с одинаковым направлением тока притягиваются. Найдем значение силы $d\vec{F}_{21}$. По закону Ампера значение силы по модулю равно:

$$dF_{21} = I_1 d\ell_1 B_{21} \sin \alpha ,$$

где α - угол между векторами $d\vec{\ell}_1$ и $\vec{B}_{21}$.

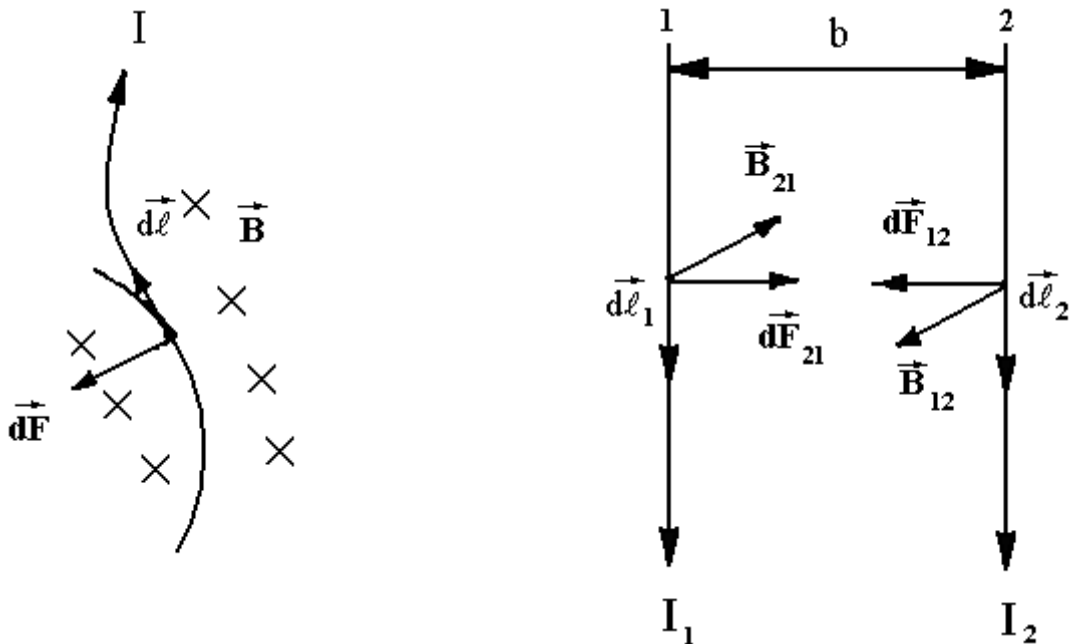


Рис.6.7

В случае параллельных токов $\alpha=90^\circ$ и $dF_{21} = I_1 d\ell_1 B_{21}$. В соответствии с формулой (6.7)

$$B_{21} = \frac{\mu_0 I_2}{2\pi b}, \text{ тогда } dF_{21} = \frac{I_1 d\ell_1 \cdot \mu_0 I_2}{2\pi b}.$$

Сила F , действующая на единицу длины проводника:

$$F = \frac{dF_{21}}{d\ell_1} = \frac{\mu_0 I_1 I_2}{2\pi b} \quad \text{или} \quad F = \frac{\mu_0}{4\pi} \cdot \frac{2I_1 I_2}{b}. \quad (6.14)$$

Формулу (6.14) часто называют выражением закона Ампера.

Сила, действующая в магнитном поле на проводник с током, есть результат действия поля на движущиеся электрические заряды. Если просуммировать силы, действующие на все электрические заряды, то получим силу действия на проводник в целом, т.е. силу Ампера. Силу, действующую на движущийся в магнитном поле единичный заряд, называют силой Лоренца $\vec{F}_L$. Найдем $\vec{F}_L$. Запишем силу Ампера: $d\vec{F} = I(d\vec{\ell} \times \vec{B})$ (см.(6.13)). Нам известно:

$I = j \cdot S = n \cdot q \cdot u \cdot S$ (n - объемная плотность зарядов, q - величина одного заряда, u - скорость упорядоченного движения зарядов, S - площадь поперечного сечения проводника).

Тогда
$$d\vec{F} = nqsd\ell(\vec{u} \times \vec{B}).$$

Вместо $d\vec{\ell}$ в векторное произведение мы ввели $\vec{u}$, т.к. $d\vec{\ell}$ и $\vec{u}$ совпадают по направлению. Учтем, что $Sd\ell = dV$ - рассматриваемый

объем; ndV - число зарядов в рассматриваемом объеме. Чтобы найти силу, действующую на один заряд, нужно разделить dF на $dV \cdot n$.

$$\text{Итак, } F_{\text{л}} = \frac{dF}{ndV} = \frac{nqSd\ell(\vec{u} \times \vec{B})}{nSd\ell} = q(\vec{u} \times \vec{B}). \quad (6.15)$$

Если проводник в целом движется со скоростью v , то эта скорость на величине силы Ампера не скажется. Дело в том, что в проводнике количество отрицательных и положительных зарядов одинаковое, а силы, действующие на положительные заряды, противоположны силам, действующим на отрицательные заряды (рис.6.8).

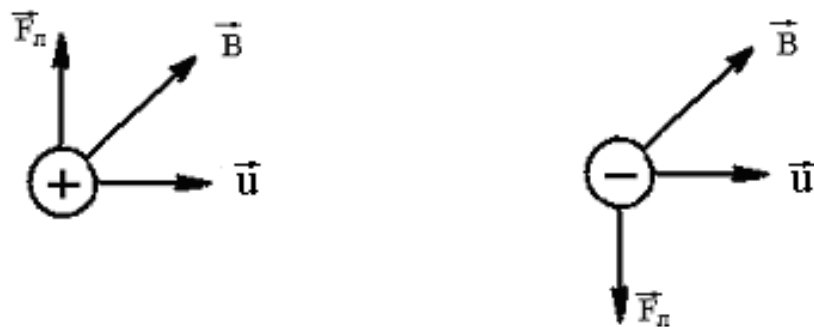


Рис.6.8

Как видно из формулы (6.15) и рис. 6.8, сила Лоренца перпендикулярна направлению движения заряда, а это значит, что работа данной силы равна нулю и ее действие не сопровождается изменением энергии заряда. Под действием магнитного поля заряд изменяет направление движения. Как известно из механики, сила, перпендикулярная скорости, обуславливает центростремительное ускорение a_n . Величина a_n равна:

$$a_n = \frac{u^2}{R},$$

где R - радиус кривизны траектории движения частицы.

Если частица движется с постоянной скоростью, то R остается неизменным. В случае движения заряженной частицы в магнитном поле силой, действующей перпендикулярно скорости, является $\vec{F}_\perp$.

Ускорение a_n можно найти так:

$$a_n = \frac{F_\perp}{m},$$

где m - масса частицы.

Если вектор скорости частицы $\vec{u}$, влетающей в магнитное поле, перпендикулярен вектору $\vec{B}$, то в соответствии с формулой (6.15)

$$F_\perp = quB \text{ (угол между } \vec{u} \text{ и } \vec{B} \text{ равен } 90^\circ).$$

Тогда $a_n = \frac{quB}{m}$. Учитывая, что $a_n = \frac{u^2}{R}$, получим

$$\frac{quB}{m} = \frac{u^2}{R} \quad \text{и} \quad R = \frac{um}{qB}.$$

Если u и B постоянны, то R тоже величина неизменная – частица будет вращаться по окружности радиусом R . Если частица влетает в магнитное поле под углом α к вектору $\vec{B}$ (рис.6.9,а), то вектор скорости $\vec{u}$ можно разложить на две составляющие: $u_1 = u \cdot \sin \alpha$ - составляющая, перпендикулярная вектору $\vec{B}$ и $u_2 = u \cdot \cos \alpha$ - составляющая, параллельная вектору $\vec{B}$. Составляющая скорости u

u_1 обусловит вращение частицы по радиусу R : $R = \frac{u_1 m}{qB}$, а составляющая u_2 - движение вдоль вектора $\vec{B}$: частица будет двигаться по спирали (рис.6.9,б).

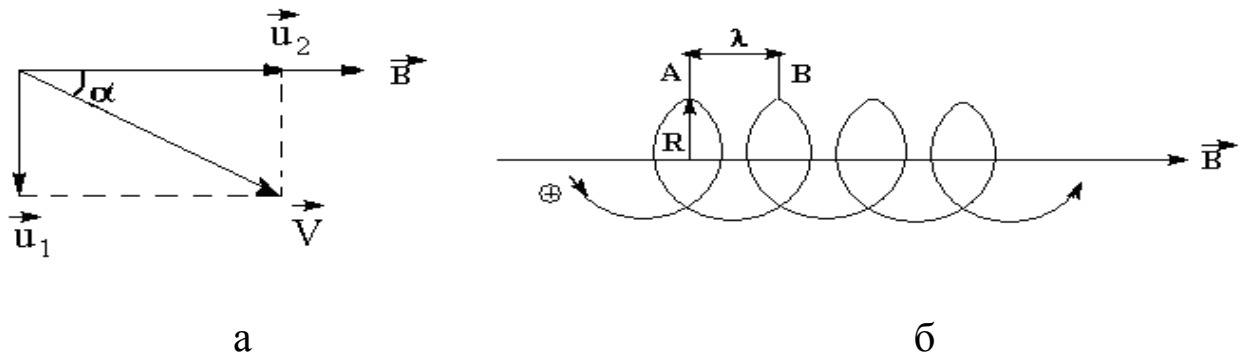


Рис.6.9

Пройдя расстояние $2\pi R$ по окружности, в горизонтальном направлении частица пройдет расстояние λ : переместится из т.А в т.В (см. рис. 6.9,б). Время движения частицы из т. А в т.В равно периоду ее обращения по спирали T :

$$T = \frac{2\pi R}{u_1} = \frac{2\pi U_1 m}{u_1 q B \sin \alpha} = \frac{2\pi m}{q B \sin \alpha}$$

(вместо R подставлено выражение для $R = \frac{um}{qB \sin \alpha}$).

Величина λ (шаг спирали) равна:

$$\lambda = u_2 T = u \cdot \cos \alpha \cdot T$$

Контур с током в магнитном поле

Рассмотрение этого вопроса является важным с точки зрения инженерного применения взаимодействия магнитного поля с проводниками, по которым течет ток (электродвигатели, генераторы, различные приборы).

Для начала рассмотрим простейший случай прямоугольного контура, находящегося в однородном магнитном поле с индукцией $\vec{B}$ (рис.6.10,а). На стороны прямоугольного контура 2 - 3 и 1 - 4 силы действовать не будут, т.к. углы между этими сторонами и вектором $\vec{B}$ равны 0° и 180° , синус этих углов равен нулю:

$$F_{23} = F_{41} = IbB \sin 0^\circ (180^\circ) = 0.$$

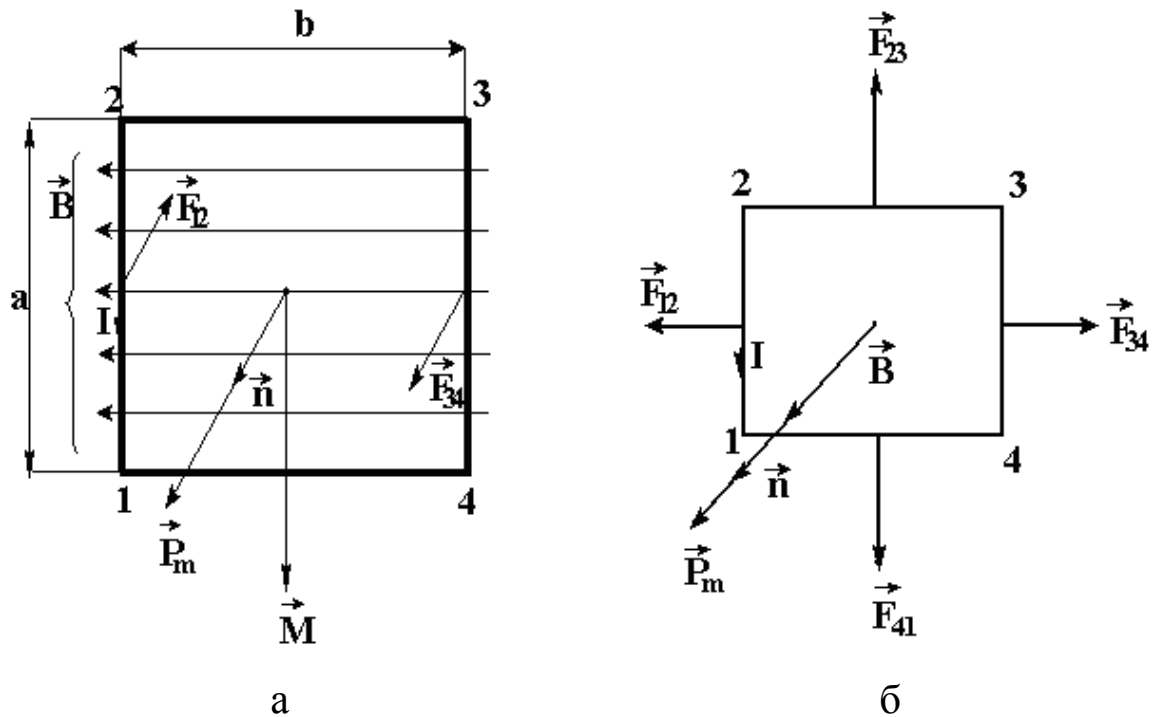


Рис.6.10

Для сторон прямоугольника 1 - 2 и 3 - 4 угол между векторами $\vec{B}$ и $d\vec{\ell}$ равен 90° , следовательно, синус угла равен единице:

$$F_{12} = F_{34} = IaB \sin 90^\circ = IaB.$$

Силы F_{12} и F_{34} , как видно из рис.6.10, образуют пару сил, что равносильно действию момента сил M :

$$M = F_{12} \cdot b = IabB = ISB = p_m B, \quad (6.16)$$

где p_m - магнитный момент контура ($p_m = I \cdot S$ - см. формулу (6.1)).

Проанализировав направления векторов $\vec{p}_m$, $\vec{B}$ и $\vec{M}$ (см. рис.6.10), видим, что выражение (6.16) можно записать в векторной форме:

$$\vec{M} = \left(\vec{p}_m \times \vec{B} \right). \quad (6.17)$$

Механический момент $\vec{M}$ стремится повернуть контур так, чтобы векторы $\vec{p}_m$ и $\vec{B}$ были одинаково направлены (рис.6.10,б). При такой ориентации контура, как это следует из закона Ампера, на все стороны прямоугольника будут действовать противоположно направленные силы, которые растягивают контур (см. рис.6.10,б). Момент сил возникать не будет. Если векторы $\vec{p}_m$ и $\vec{B}$ направлены в противоположные стороны, то на контур будут действовать сжимающие силы.

Поместив контур в неоднородное поле, мы обусловим действие разных по направлению сил на отдельные участки контура (рис.6.11).

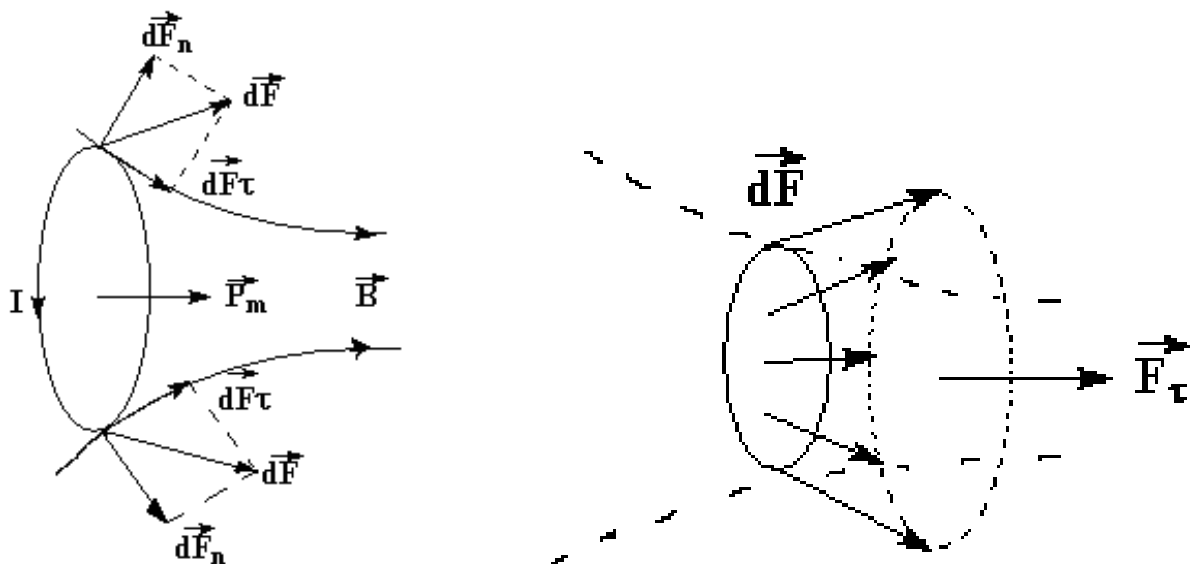


Рис.6.11

Силу $d\vec{F}$, действующую на участок контура $d\vec{\ell}$, можно разложить на две составляющие: $d\vec{F}_n$ и $d\vec{F}_\tau$. Составляющие dF_n друг друга уравнивают (растягивают контур), а составляющие dF_τ складываются и втягивают контур в область поля с большим значением $\vec{B}$. Если векторы $\vec{p}_m$ и $\vec{B}$ будут противоположны, то сила F_τ выталкивает контур из поля. Итак, на контур с током в магнитном поле могут действовать: силы растяжения (сжатия), вращающий момент, сила втягивания контура в зону с большим значением вектора $\vec{B}$ или выталкивания из этой зоны.

Поворот контура в поле сопряжен с совершением работы. Как известно, при вращательном движении работу A можно найти по формуле

$$A = \int M d\alpha = \int p_m B \sin \alpha d\alpha = -p_m B \cos \alpha + \text{const}.$$

Константу приравниваем нулю, т.к. в отсутствие магнитного поля ($B=0$) совершаемая работа равна нулю:

$$A = -\vec{p}_m B \cos \alpha = -\vec{p}_m \cdot \vec{B}.$$

Совершая работу при повороте контура, мы увеличиваем его потенциальную энергию. Следовательно, величина $-\vec{p}_m \cdot \vec{B}$ есть потенциальная энергия контура с током в магнитном поле:

$$W = -\vec{p}_m \cdot \vec{B}. \quad (6.18)$$

Зная выражение для W , можно найти величину силы втягивания контура с током в магнитное поле. Как известно,

$$F = -\frac{\partial W}{\partial x}.$$

В нашем случае

$$F = -\frac{\partial}{\partial x} (-p_m B \cos \alpha) = p_m \frac{\partial B}{\partial x} \cos \alpha \quad (6.19)$$

(угол α считаем величиной постоянной).

Анализируя формулы (6.16)-(6.19), можно заметить, что силовое воздействие на контур с током в магнитном поле зависит от ориентации контура: силы могут изменяться от нуля до некоторого максимального значения по модулю.

Работа при перемещении проводника с током в магнитном поле

Рассмотрим прямолинейный проводник длиной ℓ_0 , который может двигаться по токопроводящим опорам А и С (рис. 6.12,а) и находится в однородном поле с индукцией $\vec{B}$. Вектор $\vec{B}$ перпендикулярен плоскости контура и направлен за чертеж.

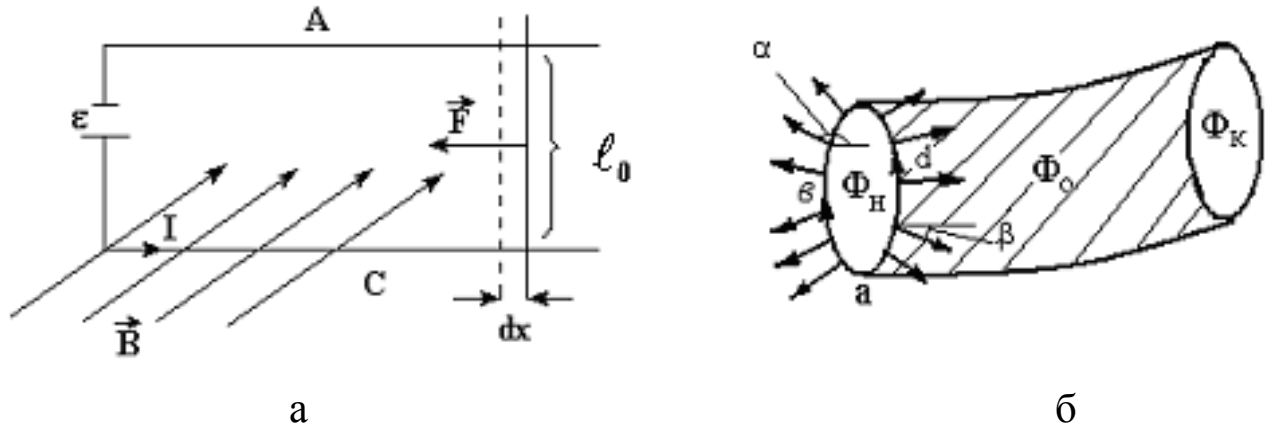


Рис.6.12

На проводник будет действовать сила Ампера, равная:

$$F = I\ell_0 B.$$

Под действием $\vec{F}$ проводник сместится на расстояние dx , при этом будет совершена работа

$$dA = I B \ell_0 dx = I dS B = I d\Phi,$$

где $d\Phi$ - поток вектора $\vec{B}$ через площадку dS , равную $\ell_0 dx$. Если $\vec{B}$ будет ориентирован произвольно, то вместо $\vec{B}$ нужно взять нормальную составляющую B_n . Тогда работа

$$dA = I B_n dS \cos \alpha = I B_n dS.$$

Произведение $B_n dS$, по определению, есть $d\Phi$, следовательно,

$$dA = I d\Phi.$$

$$(6.20)$$

Работа по формуле (6.20) совершается не силами Лоренца, а источником, поддерживающим ток в проводнике.

При перемещении в магнитном поле контура с током (рис.6.12,б) работу можно найти так. При перемещении части контура abc из начального положения в конечное будет совершена отрицательная работа, т.к. силы, действующие на этот участок контура, составляют тупой угол α с направлением его перемещения в конечное положение (см. рис.6.12,б). Допустим, виток перемещают в однородном поле - в этом случае работу можно найти по формуле

$$A_{abc} = -I\Delta\Phi_{abc}.$$

Для участка витка abc $\Delta\Phi_{abc}$ равно $\Phi_H + \Phi_O$ (см. рис.6.12,б), где Φ_H - поток векторов $\vec{B}$ через контур в начальном его положении, Φ_O - изменение потока вектора $\vec{B}$ при перемещении контура в конечное положение.

Работа перемещения участка adc положительная, т.к. угол β между силами, действующими на данный участок, и направлением перемещения - острый (см. рис.6.12,б):

$$A_{adc} = I\Delta\Phi_{adc}; \Delta\Phi_{adc} = \Phi_K + \Phi_O,$$

где Φ_K - поток, пересекающий виток в конечном положении.

Результирующая работа A равна:

$$A = A_{adc} - A_{abc} = I(\Phi_K + \Phi_O - \Phi_H - \Phi_O) = I(\Phi_K - \Phi_H) = I\Delta\Phi. \quad (6.21)$$

Формул (6.20), (6.21) справедливы при произвольном движении контура. Например, при вращении контура из

положения, когда $\vec{p}_m$ и $\vec{B}$ антипараллельны, в положение, когда они параллельны, работа будет равна:

$$A = I(\Phi_2 - \Phi_1); \quad \Phi_2 = B \cdot S; \quad \Phi_1 = -B \cdot S;$$

$$A = I(BS - (-BS)) = 2IBS = 2p_m \cdot B \quad (IS = p_m).$$

Полученный результат оказывается таким же, как это следует из формулы для потенциальной энергии контура с током в магнитном поле (см. формулу (6.18)).