

Практическое занятие по теме «Магнитное поле постоянного тока»

Пример 1. По отрезку прямого провода длиной $\ell = 80$ см течёт ток $I = 50$ А. Определите магнитную индукцию $\vec{B}$ поля, создаваемого этим током, в точке А, равноудалённой от концов отрезка провода и находящейся на расстоянии $r_0 = 30$ см от его середины.

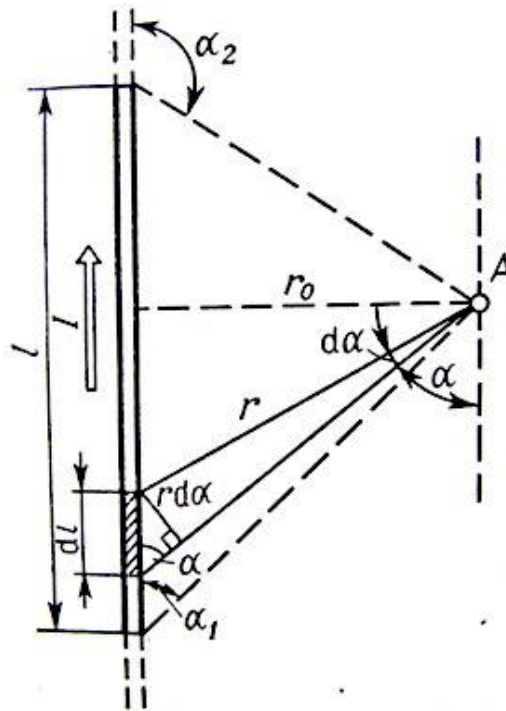


Рис.3

Решение. Для решения задачи воспользуемся законом Био-Савара-Лапласа и принципом суперпозиции магнитных полей. Закон Био-Савара-Лапласа позволяет определить магнитную индукцию $\vec{dB}$, создаваемую элементом тока $I d\vec{\ell}$. Заметим, что вектор $\vec{dB}$ в точке А направлен за плоскость чертежа. Принцип суперпозиции позволяет для определения $\vec{B}$ воспользоваться геометрическим суммированием (интегрированием):

$$\vec{B} = \int_{\ell} \vec{dB}, \quad (1)$$

где символ ℓ означает, что интегрирование распространяется на всю длину провода.

Запишем закон Био-Савара-Лапласа в векторной форме:

$$\vec{dB} = \frac{\mu\mu_0 I}{4\pi r^3} [\vec{d\ell} \cdot \vec{r}],$$

где $\vec{dB}$ - магнитная индукция, создаваемая элементом провода длиной $\vec{d\ell}$ с током I в точке, определяемой радиус-вектором $\vec{r}$; μ_0 - магнитная постоянная; μ - магнитная проницаемость среды, в которой находится провод (в нашем случае $\mu = 1$). Заметим, что векторы $\vec{dB}$ от различных элементов тока сонаправлены (рис.3), поэтому выражение (1) можно переписать в скалярной форме:

$$B = \int_{\ell} dB,$$

$$\text{где } dB = \frac{\mu_0 I}{4\pi} \cdot \frac{\sin \alpha}{r^2} d\ell.$$

В скалярном выражении закона Био-Савара-Лапласа угол α есть угол между элементом тока $I\vec{d\ell}$ и радиусом-вектором $\vec{r}$.

Таким образом,

$$B = \frac{\mu_0 I}{4\pi} \cdot \int_{\ell} \frac{\sin \alpha}{r^2} d\ell. \quad (2)$$

Преобразуем подынтегральное выражение так, чтобы была одна переменная – угол α . Для этого выразим длину элемента провода $\vec{d\ell}$ через угол $d\alpha$: $d\ell = r d\alpha / \sin \alpha$ (рис.3).

Тогда подынтегральное выражение $\frac{\sin \alpha}{r^2} d\ell$ запишем в виде $\frac{\sin \alpha}{r^2} \cdot \frac{r d\alpha}{\sin \alpha} = \frac{d\alpha}{r}$. Заметим, что переменная r также зависит от α ($r = r_0 / \sin \alpha$); следовательно,

$$\frac{d\alpha}{r} = \frac{\sin \alpha}{r_0} d\alpha.$$

Таким образом, выражение (2) можно переписать в виде:

$$B = \frac{\mu_0 I}{4\pi r_0} \int_{\alpha_1}^{\alpha_2} \sin \alpha d\alpha,$$

где α_1 и α_2 - пределы интегрирования.

Выполним интегрирование:

$$B = \frac{\mu_0 I}{4\pi r_0} (\cos \alpha_1 - \cos \alpha_2). \quad (3)$$

Заметим, что при симметричном расположении точки А относительно отрезка провода $\cos \alpha_2 = -\cos \alpha_1$.

С учётом этого формула (3) примет вид

$$B = \frac{\mu_0 I}{4\pi r_0} \cos \alpha, \quad (4)$$

Из рис.3 следует

$$\cos \alpha_1 = \frac{\ell/2}{\sqrt{(\ell/2)^2 + r_o^2}} = \frac{\ell}{\sqrt{4r_o^2 + \ell^2}}.$$

Подставив выражение $\cos \alpha_1$ в формулу (4), получим

$$B = \frac{\mu_o I}{4\pi r_o} \cdot \frac{\ell}{\sqrt{4r_o^2 + \ell^2}}. \quad (5)$$

Произведя вычисления по формуле (5), найдём

$$B = 26,7 \text{ мкТл.}$$

Направление вектора магнитной индукции $\vec{B}$ поля, создаваемого прямым током, можно определить по правилу правого винта. Для этого проводим магнитную силовую линию (штриховая линия на рис.4) и по касательной к ней в интересующей нас точке проводим вектор $\vec{B}$. Вектор магнитной индукции $\vec{B}$ в точке А (рис.3) направлен перпендикулярно плоскости чертежа от нас.

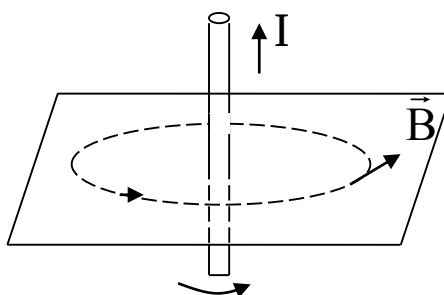


Рис.4

Задачи для самостоятельного решения

1. Бесконечно длинный провод с током $I = 100 \text{ А}$ изогнут так, как это показано на рис. 2.4. Определите магнитную индукцию $\vec{B}$ в точке О. Радиус дуги $R = 10 \text{ см}$.

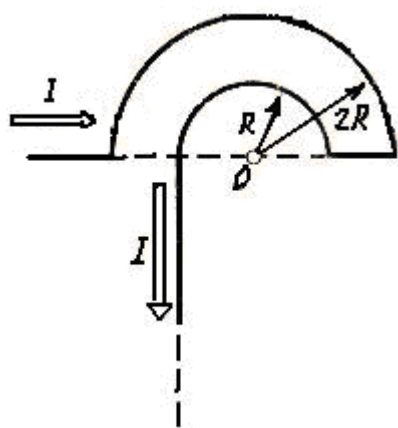


Рис. 2.4

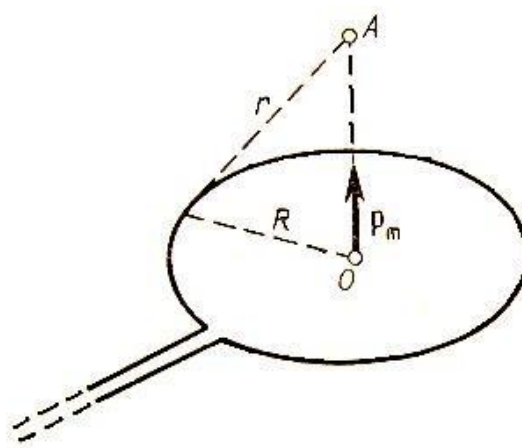


Рис. 2.5

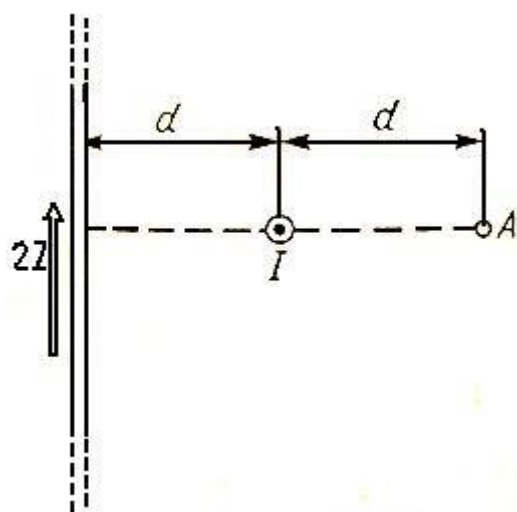


Рис. 2.6

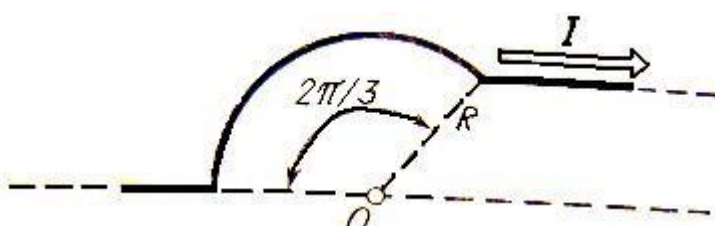


Рис. 2.7

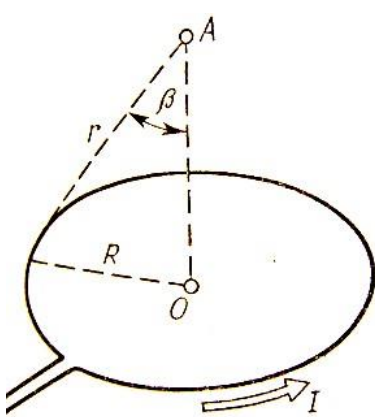


Рис. 2.8

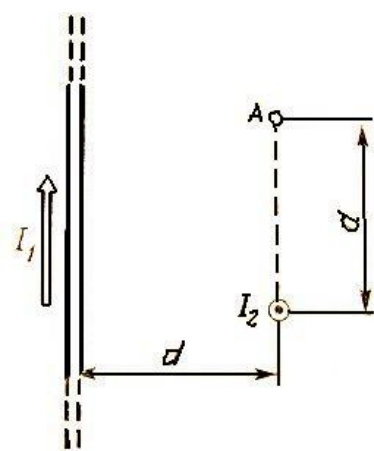


Рис. 2.9

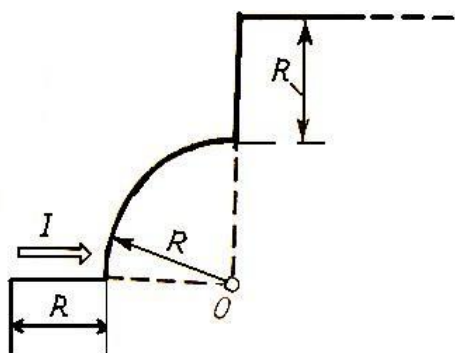


Рис. 2.10

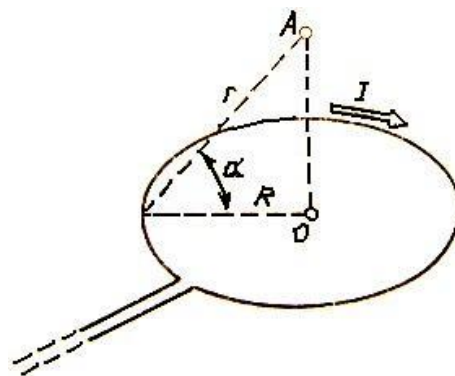


Рис. 2.11

2. Магнитный момент p_m тонкого проводящего кольца $p_m = 5 \text{ A} \cdot \text{м}^2$.

Определите магнитную индукцию $\vec{B}$ в точке A, находящейся на оси кольца и удалённой от точек кольца на расстояние $r = 20 \text{ см}$. (рис. 2.5).

3. По двум скрещенным под прямым углом бесконечно длинным проводам текут токи I и $2I$ ($I = 100 \text{ A}$). Определите магнитную индукцию $\vec{B}$ в точке A (рис. 2.6). Расстояние $d = 10 \text{ см}$.

4. По бесконечно длинному проводу, изогнутому так, как это показано на рис. 2.7, течёт ток $I = 200 \text{ A}$. Определите магнитную индукцию $\vec{B}$ в точке O. Радиус дуги $R = 10 \text{ см}$.

5. По тонкому кольцу радиусом $R = 20 \text{ см}$ течёт ток $I = 100 \text{ A}$.

Определите магнитную индукцию $\vec{B}$ на оси кольца в точке A (рис. 2.8). Угол $\beta = \pi/3$.

6. По двум бесконечно длинным проводам, скрещенным под прямым углом, текут токи I_1 и $I_2 = 2I$ ($I_1 = 100 \text{ A}$). Определите магнитную индукцию $\vec{B}$ в точке A, равноудалённой на расстояние $d = 10 \text{ см}$ (рис. 2.9).

7. По бесконечно длинному проводу, изогнутому так, как это показано на рис. 2.10, течёт ток $I = 200$ А. Определите магнитную индукцию $\vec{B}$ в точке О. Радиус дуги $R = 10$ см.

8. По тонкому кольцу течёт ток $I = 80$ А. Определите магнитную индукцию $\vec{B}$ в точке А, равноудалённой от точек кольца на расстояние $r = 10$ см (рис. 2.11). Угол $\alpha = \pi/6$.

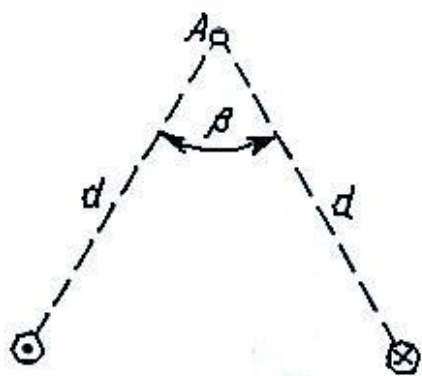


Рис. 2.12

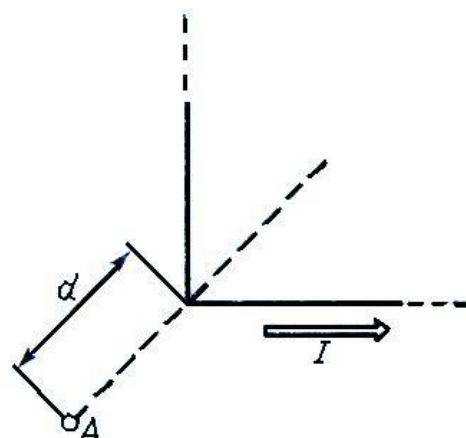


Рис. 2.13

9. По двум бесконечно длинным прямым параллельным проводам текут одинаковые токи $I = 60$ А. Определите магнитную индукцию $\vec{B}$ в точке А (рис. 2.12), равноудалённой от проводов на расстояние $d = 10$ см. Угол $\beta = \pi/3$.

10. Бесконечно длинный провод с током $I = 50$ А изогнут так, как это показано на рис 2.13. Определите магнитную индукцию $\vec{B}$ в точке А, лежащей на биссектрисе прямого угла на расстоянии $d = 10$ см от его вершины.