ОПТИКА

<u>Оптика</u> – раздел физики, который изучает природу света, световые явления и взаимодействие света с веществом.

Оптическое излучение представляет собой *электромагнитные волны,* и поэтому оптика является частью ***общего учения об электромагнитном поле.***

В зависимости от круга рассматриваемых явлений оптику делят на **геометрическую** (лучевую), **волновую** (физическую), **квантовую** (корпускулярную). В нашем курсе мы не будем останавливаться на вопросах геометрической оптики, т.к. это является школьной программой.

Волновая оптика

Интерференция

Когерентность

<u>Когерентностью</u> называется согласованное протекание во времени и пространстве нескольких колебательных или волновых процессов.

<u>Монохроматические волны</u> – неограниченные в пространстве волны одной определенной и постоянной частоты – являются когерентными.

Т.к. <u>реальные источники</u> не дают строго монохроматического света, то волны, излучаемые любыми независимыми источниками света всегда некогерентны. В источнике свет излучается атомами, каждый из которых испускает свет лишь в течении времени $\approx 10^{-8}$ с. Только в течение этого времени волны, испускаемые атомом имеют постоянную амплитуду и фазу колебаний.

Немонохроматический свет можно представить в виде совокупности сменяющих друг друга коротких гармонических импульсов, излучаемых атомами – **<u>волновых цугов</u>**.

Средняя продолжительность одного цуга $\boldsymbol{\tau_{ког}}$ **<u>называется временем когерентности.</u>**

Если волна распространяется в однородной среде, то фаза колебаний в определенной точке пространства сохраняется только в течение времени когерентности. За это время волны распространяется в вакууме на расстояние $\boldsymbol{l_{ког}=c\tau_{ког}}$, называемое **<u>длиной когерентности</u>**

(или **длиной цуга**). Поэтому наблюдении интерференции света возможно лишь при оптических разностях хода, меньших длины когерентности для используемого источника света.

Временная когерентность – это, определяемая степенью монохроматичности волн, когерентность колебаний, которые совершаются в одной и той же точке пространства. Временная когерентность существует до тех пор, пока разброс фаз в волне в данной точке не достигнет π.

Длина когерентности – расстояние, на которое перемещается волна за время когерентности.

В плоскости, перпендикулярной направлению распространения цуга волн, случайные изменения разности фаз между двумя точками увеличивается с увеличением расстояния между ними. **Пространственная когерентность** – когерентность колебаний в один и тот же момент времени, но в разных точках такой плоскости – теряется, если разброс фаз в этих точках достигает π. **Длина пространственной когерентности (радиус когерентности):**

$$\mathbf{r}_{\text{ког}} \approx \frac{\lambda}{\Delta\varphi}$$

где λ - длина волны, $\Delta\varphi$ - разность фаз.

Источники должны быть пространственно когерентными, чтобы возможно было наблюдать интерференцию излучаемых ими световых волн. Для получения когерентных волн – свет от одного источника разделить на два потока, заставить пройти их разные пути и наложить друг на друга. Разность хода лучей должна быть малой, чтобы складываемые волны были одного цуга. Такие пучки полностью или частично когерентны.

Интерференция монохроматических волн.

Интерференция света – явление наложения световых волн, при котором интенсивность результирующей волны не равна сумме интенсивностей складываемых волн.

$$\mathbf{I \neq I_1 + I_2 + \dots}$$

Световые волны – поток электромагнитных волн, согласно волновой теории света.

Монохроматическая волна – строго синусоидальная волна с постоянной во времени амплитудой, частотой и начальной фазой.

Уравнения монохроматической волны:

$$\vec{\mathbf{E}} = \vec{\mathbf{E}}_0 \sin(\omega t - \vec{k}\vec{r} + \alpha)$$

$$\vec{\mathbf{H}} = \vec{\mathbf{H}}_0 \sin(\omega t - \vec{k}\vec{r} + \alpha)$$

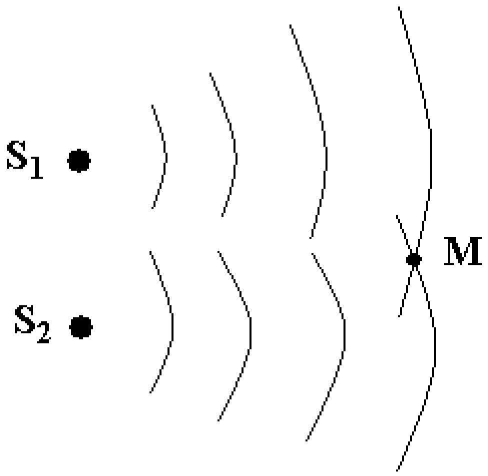
где $\mathbf{E_0}$, $\mathbf{H_0}$ – амплитудные значения, ω - частота, $\mathbf{k=2\pi/\lambda}$ - модуль волнового вектора (или волновое число $\mathbf{k=\omega/v}$).

В дальнейших рассуждениях будем использовать только **E**.

Пусть две световые монохроматические волны одинаковой частоты накладываются друг на друга в некоторой точке **M**.

$$\vec{\mathbf{E}}_1 = \vec{\mathbf{E}}_{01} \sin(\omega t - \vec{k}\vec{r}_1)$$

$$\vec{\mathbf{E}}_2 = \vec{\mathbf{E}}_{02} \sin(\omega t - \vec{k}\vec{r}_2)$$



Напряженность $\vec{\mathbf{E}}$ результирующего поля $\vec{\mathbf{E}} = \vec{\mathbf{E}}_1 + \vec{\mathbf{E}}_2$ или

$$\mathbf{E = E_1 + E_2} \qquad (1)$$

т.к. волны распространяются в одном направлении

Модуль амплитуды $\mathbf{E_0}$ результирующего колебания определяется соотношением:

$$\mathbf{E_0^2 = E_{01}^2 + E_{02}^2 + 2E_{01}E_{02}\cos\Delta\varphi} \qquad (2)$$

где $\Delta\varphi$ - разность фаз складываемых колебаний.

$$\Delta\varphi = \vec{k}\vec{r}_2 - \vec{k}\vec{r}_1 = \mathbf{kr_2 - kr_1} = \frac{2\pi}{\lambda}(\mathbf{r_2 - r_1}) \qquad (3)$$

$\mathbf{\Delta = r_2 - r_1}$ – разность хода волн

Т.к. $\mathbf{I \sim E_0^2}$, уравнение (2) принимает вид:

$$\mathbf{I = I_1 + I_2 + 2\sqrt{I_1 I_2}\cos\Delta\varphi} \qquad (4)$$

где $\mathbf{I}$ – интенсивность результирующей волны; $\mathbf{I_1}$, $\mathbf{I_2}$ – интенсивности складываемых волн; $\sqrt{\mathbf{I_1 I_2}}\,\mathbf{\cos\Delta\phi}$ - интерференционный член.

При сложении волн возможны два случая:

1. $\sqrt{\mathbf{I_1 I_2}}\,\mathbf{\cos\Delta\phi = 0}$; $\mathbf{I = I_1 + I_2}$
2. $\sqrt{\mathbf{I_1 I_2}}\,\mathbf{\cos\Delta\phi \neq 0}$; $\mathbf{I \neq I_1 + I_2}$ - соответствует определению интерференции.

Если интерференционный член отличен от нуля и разность фаз $\mathbf{\Delta\phi}$ возбуждаемых волнами колебаний не меняется во времени, то волны называются ***<u>когерентными</u>***.

При сложении когерентных колебаний амплитуда результирующих колебаний постоянна в данной точке

$$\mathbf{E_{01} = const};\ \mathbf{E_{02} = const};\ \mathbf{\Delta\phi = const}$$

1) Если для данной точки пространства разность хода волн равна четному числу длин полуволн, то результирующая амплитуда в этой точке максимальна

$$\mathbf{\Delta = 2k\frac{\lambda}{2}};\quad \mathbf{k = 0,1,2...} \tag{5}$$

$$\mathbf{\Delta\phi = \frac{2\pi}{\lambda}\Delta = \frac{2\pi}{\lambda}\cdot 2k\frac{\lambda}{2}};\quad \mathbf{\cos\Delta\phi = \cos(2\pi k) = 1}$$

Результирующая амплитуда $\mathbf{E_0=E_{01}+E_{02}}$. Интерференционный член отличен от нуля, и результирующая интенсивность:

$$\mathbf{I = I_1 + I_2 + 2\sqrt{I_1 I_2}}$$

2) Если разность хода волн равна нечетному числу полуволн, то амплитуда минимальна:

$$\mathbf{\Delta = (2k+1)\frac{\lambda}{2}};\quad \mathbf{k = 0,1,2...} \tag{6}$$

$$\mathbf{\Delta\phi = (2k+1)\pi};\quad \mathbf{\cos\Delta\phi = -1}$$

Результирующая амплитуда $\mathbf{E_0=|E_{01}-E_{02}|}$. Интерференционный член отличен от нуля, и результирующая интенсивность:

$$\mathbf{I = I_1 + I_2 - 2\sqrt{I_1 I_2}}$$

При сложении когерентных колебаний в одних точках пространства происходит их взаимное усиление (светлые полосы), в других взаимное ослабление (темные полосы), т.е. происходит интерференция света.

Результирующая интенсивность: $\mathbf{I = I_1 + I_2 \pm 2\sqrt{I_1 I_2}}$

Уравнение (5) – условие интерференционного максимума, уравнение (6) – условие интерференционного минимума.

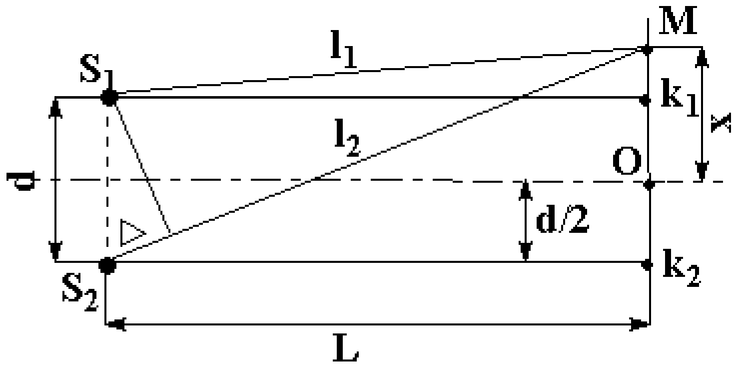
Если $\Delta\phi \neq \mathbf{const}$, колебания называются некогерентными, т.к. $\Delta\phi$ меняется непрерывно и равновероятно принимает любые значения, то среднее во времени значение $\cos\Delta\phi$ равно нулю.

$$\cos\Delta\phi = 0 \;\Rightarrow\; \sqrt{I_1 I_2}\cos\Delta\phi = 0 \;\Rightarrow\; \left\langle E_0^2 \right\rangle = \left\langle E_{01}^2 \right\rangle + \left\langle E_{02}^2 \right\rangle \Rightarrow I = I_1 + I_2 \; -$$

- суммирование колебаний, интерференции нет.

Необходимое условие для наблюдения интерференции – сложение когерентных колебаний. *Строго монохроматические волны всегда когерентны и при наложении интерферируют*.

Расчет интерференционной картины от монохроматических источников.



S_1, S_2 – два источника монохроматического света, с длиной волны λ (узкие щели).

От S_1 и S_2 распространяются две когерентные монохроматические волны. Область перекрывания волн – ***<u>поле интерференции</u>***. На экране, внесенном в поле интерференции, наблюдается интерференционная картина. Картина устойчива если **d<<L**.

Найдем разность хода волн от источников S_1 и S_2.

x – положение точки на экране (отсчитывает от точки **O**). Из рисунка:

$$\Delta = l_2 - l_1$$

Из треугольника S_1MK_1:

$$l_1^2 = L^2 + \left(x - \frac{d}{2}\right)^2 \qquad (7)$$

Из треугольника S_2MK_2:

$$l_2^2 = L^2 + \left(x + \frac{d}{2}\right)^2 \qquad (8)$$

Вычтем из (8) (7):

$$l_2^2 - l_2^2 = 2xd \qquad (9)$$

Т.к. **d<<L** принимаем, что $l_2 + l_1 = 2L$

$$l_2 - l_1 = \Delta; \quad \Rightarrow \quad 2L \cdot \Delta = 2xd \quad \Rightarrow \quad \Delta = \frac{xd}{L} \qquad (10)$$

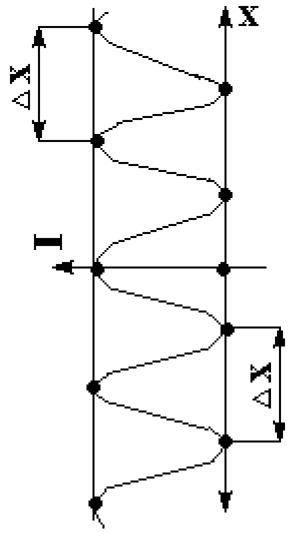
Если $\Delta = 2k\frac{\lambda}{2}; \quad k = 0,1,2...$, то в точке **M** **максимум**, если $\Delta = (2k+1)\frac{\lambda}{2}; \quad k = 0,1,2...$ - **минимум**.

Найдем **координаты максимумов и минимумов**:

$$x_{max} = k\lambda\frac{L}{d} \quad (k = 0,1,2...) \qquad (11)$$

$$x_{min} = (2k+1)\frac{\lambda}{2}\frac{L}{d} \quad (k = 0,1,2...) \qquad (12)$$

Расстояние между соседними максимумами (минимумами):

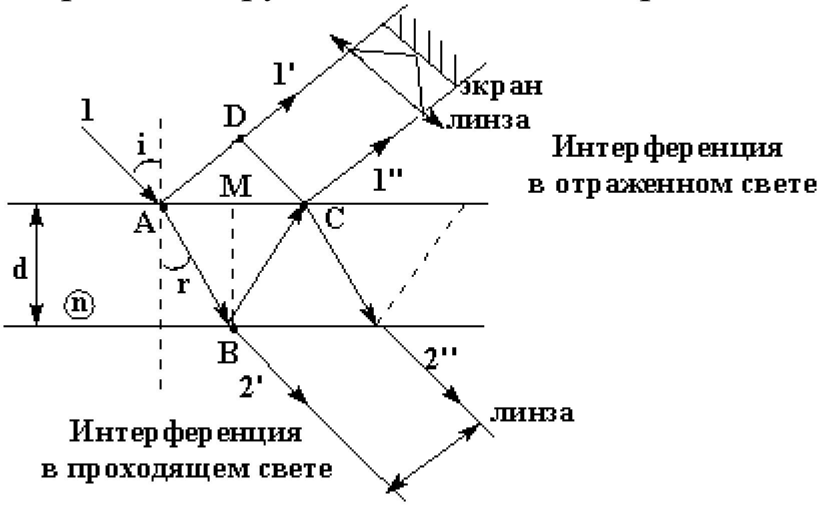


$\Delta x = \lambda\frac{L}{d}$ - ширина интерференционной полосы.

При несоблюдении условия **d<<L**, интерференционные полосы будут неразличимы, т.к. при **d** сравнимом с **L, Δx** будет иметь порядок длины волны **λ**.

Интерференция в тонких пленках

Свет, падая на тонкую пленку, разделяется на два потока – один отражается от верхней, а другой от нижней поверхности пленки.



Отраженные лучи будут интерферировать друг с другом при условии пространственной и временной когерентности. Рассмотрим тонкую плоскопараллельную пластинку. Луч **1**, падая на пластинку в точке **A**, частично отражается от верхней грани (**1'**), частично преломляется и входит в пластинку под углом **r**. Дойдя до точки **B**, снова частично преломляется и отражается. Луч (**2'**) выходит из пластинки. Луч, отраженный от нижней поверхности выйдет из пластинки под углом **i** в точке **C** (**1''**). Наблюдатель увидит интерференцию в отраженном свете (**1'** и **1''**) и в преломленном свете (**2'** и **2''**).

Результат интерференции зависит от разности хода волн Δ. Найдем Δ для **1'** и **1"**. Проведем плоскость **CD**, перпендикулярную отраженным лучам. **1'** проходит расстояние **AD** в воздухе. **1"** – (**AB+BC**) в среде с показателем преломления **n**. $(AB + BC)n$ - длина пути луча 1"; $\left(AD + \frac{\lambda}{2}\right)$ - оптическая длина пути 1'. $\frac{\lambda}{2}$ добавляется к оптической длине пути, если луч отражается от более плотной среды, т.к. при этом фаза колебаний электрического вектора меняется на π, что эквивалентно пути света в первой среде, равному $\frac{\lambda}{2}$. Происходит потеря полуволны при отражении от более плотной среды.

Луч **1"** отражается от менее плотной среды и потери полуволны не происходит. Оптическая разность хода лучей **1'** и **1"**:

$$\Delta = (AB + BC)n - \left(AD + \frac{\lambda}{2} \right) \tag{13}$$

Выразим **AB, BC** и **AD** через **d, n, i, r**.
Треугольник **ABM**:

$$AB = BC = \frac{d}{\cos r}; \qquad AM = dtgr$$

Треугольник **ADC**:

$$AD = AC \sin i = 2AM \sin i = 2dtgi = 2dtgr \cdot \sin i \tag{14}$$

Подставим (14) в (13) и учтем, что $\frac{\sin i}{\sin r} = n$:

$$\Delta = \frac{2dn}{\cos r} - 2dtgr \cdot \sin i - \frac{\lambda}{2} = 2dn\left(\frac{1}{\cos r} - tgr \cdot \sin r \right) - \frac{\lambda}{2} =$$

$$= 2dn \frac{1 - \sin^2 r}{\cos r} - \frac{\lambda}{2}$$

$$\Delta = 2dn \cos r - \frac{\lambda}{2}$$

Выразим Δ через **i**:

$$\Delta = 2dn \cos r - \frac{\lambda}{2} = 2dn\sqrt{1 - \sin^2 r} - \frac{\lambda}{2} = 2dn\sqrt{1 - \frac{\sin^2 i}{n}} - \frac{\lambda}{2} =$$

$$= 2d\sqrt{n^2 - \sin^2 i} - \frac{\lambda}{2}$$

<u>Отраженные лучи</u>:

$$\Delta = 2dn \cos r - \frac{\lambda}{2} \tag{15}$$

$$\Delta = 2d\sqrt{n^2 - \sin^2 i} - \frac{\lambda}{2}$$

<u>Проходящие лучи</u>:

$$\Delta = 2dn \cos r \tag{16}$$

$$\Delta = 2d\sqrt{n^2 - \sin^2 i}$$

В (16) нет $\frac{\lambda}{2}$, т.к. лучи **2’** и **2”** <u>не отражаются</u> от более плотной среды.

Условия максимумов и минимумов интенсивности в тонких пленках

Отраженный свет		
$\Delta = 2d\sqrt{n^2 - \sin^2 i} - \frac{\lambda}{2} = 2k\frac{\lambda}{2}; k = 0,1,2...$	Максимум	(17)
$\Delta = 2d\sqrt{n^2 - \sin^2 i} - \frac{\lambda}{2} = (2k+1)\frac{\lambda}{2}; k = 0,1,2...$	Минимум	
Проходящий свет		
$\Delta = 2d\sqrt{n^2 - \sin^2 i} = 2k\frac{\lambda}{2}; k = 0,1,2...$	Максимум	(18)
$\Delta = 2d\sqrt{n^2 - \sin^2 i} = (2k+1)\frac{\lambda}{2}; k = 0,1,2...$	Минимум	

Максимум в отраженном свете соответствует минимуму в проходящем, следовательно, при интерференции световая волна не исчезает, а лишь распространяется в пространстве.

Разность хода лучей в тонких пленках зависит от толщины **d** и угла падения лучей **i**.

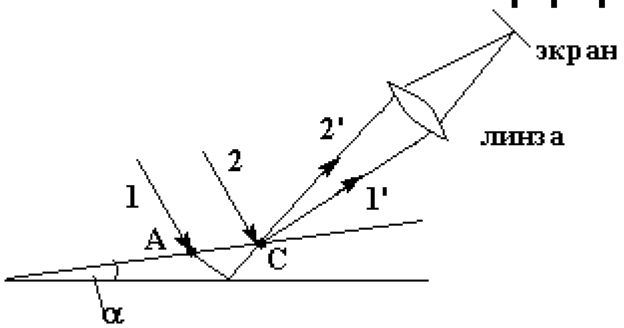
1) **d=const, i≠const**

Каждому значению угла **i** будет соответствовать своя **Δ.** Все лучи, падающие под одним и тем же углом, будут давать одну и ту же разность хода. При этом интерференционные максимумы и минимумы будут располагаться по направлениям, соответствующим одинаковому наклону лучей, поэтому интерференционные полосы называются **полосами равного наклона.**

2) **d≠const, i=const**.

Если толщина пленки непрерывно *меняется,* а лучи падают под одним и тем же углом, наблюдаются **полосы равной толщины**, например, интерференция в клине и кольца Ньютона

Интерференция в клине



Тонкий клин с углом α освещается параллельным пучком лучей с длиной волны λ. Луч **1** отражается от нижней поверхности, **2** – от верхней. Верхняя и нижняя поверхность клина не параллельны, значит, не параллельны лучи **1’** и **2’**.

Для наблюдателя эти лучи кажутся выходящими из точек, расположенных на поверхности клина.

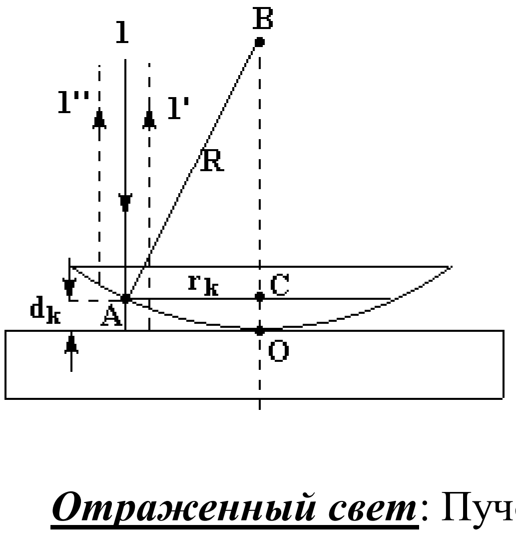
Говорят, что *интерференционные максимумы и минимумы локализованы на поверхности клина*.

Угол α мал:

$$\Delta = 2d\sqrt{n^2 - \sin^2 i} - \frac{\lambda}{2}$$

где **d** – средняя толщина клина на отрезке **AC**. При соблюдении условий временной и пространственной когерентности на поверхности клина наблюдаются чередующиеся светлые и темные полосы, параллельные ребру клина, т.к. точкам, параллельным ребру клина, соответствует одинаковая толщина **d** и одинаковая разность хода Δ. При освещении клина белым светом видны полосы разной окраски.

Кольца Ньютона.



Плосковыпуклая линза с большим радиусом кривизны прижата к плоскопараллельной пластинке в точке **O**. Роль тонкой пленки переменной толщины играет воздух или жидкость, находящиеся между линзой и пластинкой.

Интерференционная картина наблюдается как в отраженном, так и в проходящем свете.

<u>Отраженный свет</u>: Пучок параллельных лучей падает нормально на поверхность линзы. **i** и **r** равны нулю. Т.к. **R** большой, угол падения лучей на пленку близок к нулю: каждый луч частично отражается от верхней поверхности, частично от нижней поверхности пленки.

Отраженные лучи интерферируют. Видим чередующиеся светлые и темные полосы.

Рассчитаем радиусы колец. Через точку **A** проходит **k**-тое кольцо радиусом $\mathbf{r_k}$. При нормальном падении света на пленку с показателем преломления n оптическая разность хода лучей **1’** и **1”** равна:

$$\Delta = 2d_k n + \frac{\lambda}{2} \tag{19}$$

(луч **1’** в пленку не заходит и отражается от менее плотной среды, луч **1”** отражается от более плотной среды).

Выразим $\mathbf{d_k}$ из треугольника **ABC**: $R^2 = r_k^2 + (R - d_k)^2$; $r_k^2 = 2Rd_k + d_k^2$

Т.к. $\mathbf{d_k \ll R}$, то $\mathbf{d^2_k \approx 0}$, получаем: $d_k = \dfrac{r_k^2}{2R}$

подставим в (19): $\Delta = \dfrac{r_k^2}{R} n + \dfrac{\lambda}{2}$

Максимумы: $\Delta = \dfrac{r_k^2}{R} n + \dfrac{\lambda}{2} = 2k\dfrac{\lambda}{2} \quad k = 1,2,3...$

Минимумы: $\Delta = \dfrac{r_k^2}{R} n + \dfrac{\lambda}{2} = (2k+1)\dfrac{\lambda}{2} \quad k = 0,1,2...$

Радиусы:

Светлые кольца	Темные кольца
Отраженный свет	
$r_k = \sqrt{(2k-1)\dfrac{\lambda}{2}\dfrac{R}{n}}; \quad k = 1,2,3...$	$r_k = \sqrt{\dfrac{kR\lambda}{n}}; \quad k = 0,1,2...$
Проходящий свет	
$r_k = \sqrt{\dfrac{kR\lambda}{n}}; \quad k = 0,1,2...$	$r_k = \sqrt{(2k-1)\dfrac{\lambda}{2}\dfrac{R}{n}}; \quad k = 1,2,3...$