

Тема 1. Свойства, измерение и дозиметрия ионизирующих излучений

ОСНОВНЫЕ ПОНЯТИЯ И ФОРМУЛЫ

1. Закон радиоактивного распада $N = N_0 e^{-\lambda t}$,
где N - число нераспавшихся атомов к моменту времени t ,
 N_0 – число нераспавшихся атомов в начальный момент времени
 λ - постоянная радиоактивного распада, т.е. вероятность распада за единицу времени.
2. Период полураспада T – промежуток времени, в течение которого число нераспавшихся атомов уменьшается в два раза $T = \ln 2 / \lambda$.
3. Число атомов, распавшихся за время t ,
$$\Delta N = (N_0 - N) = N_0(1 - e^{-\lambda t}).$$

Число атомов, распавшихся за малый промежуток времени dt ($dt \ll T$),
$$dN = - \lambda N dt.$$
4. Активность радиоактивного изотопа A - величина, равная числу распадов за единицу времени: $A = dN/dt = \lambda N$.
Активность изотопа изменяется с течением времени по закону: $A = A_0 e^{-\lambda t}$, где
 $A_0 = \lambda N_0$ - активность изотопа в начальный момент времени.
Удельная активность изотопа массой m равна $a = A/m$.
В СИ за единицу активности принимается беккерель (Бк): $1 \text{ Бк} = 1 \text{ расп./с}$.
Внесистемная единица активности кюри (Ки): $1 \text{ Ки} = 3,7 \cdot 10^7 \text{ расп./с} = 3,7 \cdot 10^7 \text{ Бк}$.
5. Закон ослабления плотности потока ионизирующих частиц или фотонов с одинаковой энергией при прохождении через вещество
где J_0 – плотность потока частиц, падающих на поверхность,
 J - плотность потока частиц после прохождения через слой вещества толщиной d ,
 μ - линейный коэффициент ослабления, зависящий от природы вещества и энергии ε_γ падающего излучения (μ находится по графику $\mu = f(\varepsilon_\gamma)$),
приведенному на странице 3.
6. Закон уменьшения интенсивности узкого пучка монохроматических гамма-лучей при прохождении через вещество
$$I = I_0 e^{-\mu d},$$

где I_0 – интенсивность гамма-лучей, падающих на вещество, I – интенсивность гамма-лучей после прохождения слоя вещества толщиной d , μ - линейный коэффициент ослабления (см. график $\mu = f(\varepsilon_\gamma)$ на с. 3.)
7. Слой половинного ослабления $d_{1/2}$ - это толщина слоя, ослабляющего интенсивность излучения в два раза: $I/I_0 = 2, I/I_0 = e^{\mu d_{1/2}} = 2, d_{1/2} = \ln 2 / \mu$.
8. Поглощенная доза D ионизирующего излучения – это энергия излучения, поглощенная единицей массы вещества: $D = dE/dm$ или $D = \Delta E/m$

В СИ за единицу поглощенной дозы принимается грей (Гр): $1 \text{ Гр} = 1 \text{ Дж/кг}$.
В качестве внесистемной единицы поглощенной дозы в практической дозиметрии иногда используется рад: $1 \text{ рад} = 0,01 \text{ Гр}$.

9. Эквивалентная доза ионизирующего излучения $D_{\text{экв}} = D \cdot K$,
где K – безразмерный коэффициент, зависящий от природы излучения. Для рентгеновского и гамма-излучения, а также электронов, позитронов и бета-излучения $K = 1$, для более тяжелых частиц (протонов, нейтронов, альфа-частиц, тяжелых ядер) $K > 1$, максимальное значение K равно 20.

Размерность эквивалентной дозы совпадает с размерностью поглощенной дозы, но единица ее называется зиверт (Зв): $1 \text{ Зв} = 1 \text{ Гр} = 100 \text{ рад} = 100 \text{ бэр}$

при ($K = 1$), где 1 бэр – биологический эквивалент рада.

1 бэр – энергия излучения, поглощенная единицей массы живой ткани (при $K = 1$)
 $1 \text{ бэр} = 1 \text{ рад}$.

10. Мощность поглощенной дозы $\dot{D}$ – это энергия излучения, поглощенная единицей массы вещества за единицу времени:

$$\dot{D} = \frac{\Delta E}{m \Delta t} = D / \Delta t.$$

В СИ единицей мощности поглощенной дозы является Гр/с, единицей мощности эквивалентной дозы – Зв/с

11. Экспозиционная доза X гамма- и рентгеновского излучения – это величина, равная отношению суммы электрических зарядов Δq всех ионов одного знака, созданных в облученном воздухе, к массе этого воздуха:

$$X = \Delta q / m.$$

В СИ единица экспозиционной дозы – Кл/кг. Внесистемной единицей является рентген (Р). Один рентген соответствует образованию $2,08 \cdot 10^9$ пар ионов в 1 см^3 воздуха при нормальных условиях: $1 \text{ Р} = 2,57976 \cdot 10^{-4} \text{ Кл/кг}$.

Энергетическим эквивалентом рентгена является грей: $1 \text{ Р} = 88 \cdot 10^{-4} \text{ Дж/кг}$
и рад: $1 \text{ Р} = 0,01 \text{ Дж/кг} = 1 \text{ рад} = 1 \text{ бэр}$.

12. Мощность экспозиционной дозы $\dot{X}$ – это отношение экспозиционной дозы гамма или рентгеновского излучения к тому промежутку времени, за который она была создана: $\dot{X} = dX/dt$ или $\dot{X} = \Delta X / \Delta t$.

В СИ $[\dot{X}] = \text{Кл/кг} \cdot \text{с} = \text{А/с}$. Предельно допустимая мощность дозы для населения не должна превышать 5 мЗв в год.

13. Если источник гамма-излучения является точечным, то $X = X_0 / R^2$
где X – экспозиционная доза гамма-излучения, падающая за время t на объект, находящийся в воздухе на расстоянии R от источника;
 X_0 – мощность дозы на расстоянии, равном единице.

ПРИМЕРЫ РЕШЕНИЯ ЗАДАЧ

ЗАДАЧА 1.1 Интенсивность узкого пучка гамма-излучения после прохождения слой свинца толщиной $d = 4 \text{ см}$ уменьшается в 8 раз. Определите энергию гамма-квантов и толщину слоя половинного ослабления для свинца.

РЕШЕНИЕ

Интенсивность I узкого пучка моноэнергетических гамма-лучей после прохождения через слой вещества толщиной d равна

$$I = I_0 e^{-\mu d},$$

где I_0 – интенсивность гамма-лучей, падающих на слой свинца. По условию задачи $I_0/I = 8$.

С другой стороны это отношение равно $I_0/I = e^{\mu d}$.

Прологарифмируем последнее выражение почленно

$$\ln I_0/I = \mu d$$

и найдем линейный коэффициент ослабления $\mu = 1/d \ln I_0/I$.

Выполним расчет:

$$\mu = 1/4 \ln 8 = 3/4 \ln 2 = 0,52 \text{ см}^{-1}.$$

По графику зависимости $\mu = f(\varepsilon_\gamma)$ (см. с. 3) для свинца найдем энергию гамма-квантов

$$\varepsilon_\gamma = 2 \text{ МэВ}.$$

Толщина слоя половинного ослабления определяется по формуле $d_{1/2} = \ln 2 / \mu$ т.е.

$$d_{1/2} = \ln 2 / 0,52 = 1,33 \text{ см}.$$

- ЗАДАЧА 1.2** Внутри человека массой 70 кг попал радиоактивный изотоп стронция ^{90}Sr с активностью $A = 1 \text{ мкКи}$. Этот изотоп испускает β -лучи со средней энергией $\langle \varepsilon_\beta \rangle = 1,14 \text{ МэВ}$. Найдите эквивалентную дозу излучения, которую получит человек за год. Ответ выразите в рентгенах и сравните с предельно допустимой.

РЕШЕНИЕ

Сначала выразим данные задачи в СИ.

$$1 \text{ Ки} = 3,7 \cdot 10^{10} \text{ расп/с} = 3,7 \cdot 10^{10} \text{ Бк}; \quad 1 \text{ мкКи} = 10^{-6} \cdot 3,7 \cdot 10^{10} \text{ Бк} = 3,7 \cdot 10^4 \text{ Бк}.$$

$$1 \text{ МэВ} = 10^6 \cdot 1,6 \cdot 10^{-19} \text{ Дж} = 1,6 \cdot 10^{-13} \text{ Дж}; \quad \langle \varepsilon_\beta \rangle = 1,14 \cdot 1,6 \cdot 10^{-13} \text{ Дж} = 1,82 \cdot 10^{-13} \text{ Дж}.$$

Предельно допустимую дозу β -излучения примем равной 5 мЗв в год.

Эквивалентная доза излучения связана с поглощенной дозой

$$D_{\text{экв}} = DK,$$

где коэффициент K зависит от вида излучения и для β -излучения $K = 1$.

Поглощенная доза излучения по определению равна $D = \Delta E / m$,

где ΔE – энергия β -излучения, поглощенная массой m .

Если энергия одной β -частицы равна $\langle \varepsilon_\beta \rangle$, а число частиц, испускаемых источником за одну секунду, равно A , то энергия ΔE , поглощенная за год, равна

$$\Delta E = \langle \varepsilon_\beta \rangle At,$$

а доза излучения, полученная за год, $D = \langle \varepsilon_\beta \rangle At / m$.

Выполним расчет: $D = 1,82 \cdot 10^{-13} \cdot 3,7 \cdot 10^4 \cdot 3,16 \cdot 10^7 / 70 = 3,04 \cdot 10^{-3} \text{ Гр} = 3,04 \text{ мЗв}.$

Выразим в рентгенах: $D = 3,04 \cdot 10^{-3} \text{ Гр} = 0,304 \text{ рад} = 0,304 \text{ Р}.$

Сравним с предельно допустимой дозой ($D_{\text{экв}}\text{пред} = 5 \text{ мЗв}$ в год. Доза, полученная человеком за год ($3,04 \text{ мЗв}$), меньше предельно допустимой.

- ЗАДАЧА 1.3** Мощность экспозиционной дозы, создаваемой космическими Лучами на уровне моря, составляет 3 мкР/ч . Определите:
- 1) число пар ионов, возникающих в сосуде с воздухом объемом 4 см^3 за одни сутки;
 - 2) долю подвергшихся ионизации молекул в сосуде;
- Энергия космической частицы в среднем равна $\langle \varepsilon \rangle = 1,4 \text{ МэВ}$.

РЕШЕНИЕ

Сначала выразим мощность экспозиционной дозы излучения в СИ: $1 \text{ Р} = 2,57976 \cdot 10^4$
 $1 \text{ Р} = 2,57976 \cdot 10^4 \text{ Кл/кг}$; $X = 3 \text{ мкР/ч} = 3 \cdot 10^{-6} / 3,6 \cdot 10^3 \text{ Р/с} = 0,83 \cdot 10^{-9} \text{ Р/с} =$
 $= 0,83 \cdot 10^{-9} \cdot 2,57976 \cdot 10^4 \text{ Кл/кг} = 2,14 \cdot 10^{-13} \text{ А/кг}$.

- 1) Как известно, мощность экспозиционной дозы X равна отношению суммы

электрических зарядов q всех ионов одного знака, созданных в облученном воздухе за единицу времени, к массе этого воздуха:

$$X = q / m t.$$

Если N – число пар ионов, возникающих в сосуде, то $q = Ne$, где $e = 1,6 \cdot 10^{-19} \text{ Кл}$ – заряд одного иона. Масса воздуха в сосуде объемом V равна $m = \rho V$, где $\rho = 1,29 \text{ кг/м}^3$ – плотность воздуха при нормальных условиях.

Тогда $X = Ne / \rho V t$, откуда $N = X \rho V t / e$.

Выполним вычисления: $N = 2,14 \cdot 10^{-13} \cdot 1,29 \cdot 4 \cdot 10^{-6} \cdot 86400 / 1,6 \cdot 10^{-19} = 5,96 \cdot 10^5 \text{ 1/сут.}$

- 2) Доля n подвергшихся ионизации молекул в сосуде равна $n = N/N_0$,

где N_0 – общее число молекул в сосуде: $N_0 = m N_A / M$,

m – масса воздуха, M – молярная масса воздуха, $M = 29 \cdot 10^{-3} \text{ кг/моль}$, N_A – число Авогадро. Тогда

$$n = N/N_0 = X \rho V M t / e \rho V N_A = X M t / e N_A.$$

$$n = 2,14 \cdot 10^{-13} \cdot 86400 \cdot 29 \cdot 10^{-3} / 1,6 \cdot 10^{-19} \cdot 6,023 \cdot 10^{23} = 5,56 \cdot 10^{-15}.$$

- ЗАДАЧА 1.4** Радиоактивный источник испускает гамма-лучи с энергией $1,5 \text{ МэВ}$. Мощность дозы, измеренная на рабочем месте, $X = 160 \text{ мкР/ч}$. Определите толщину свинцового экрана, при которой мощность дозы на рабочем месте будет равна предельно допустимой для 36-часовой рабочей недели.

РЕШЕНИЕ

Предельно допустимая мощность экспозиционной дозы для 36-рабочей недели составляет $X_{\text{пред.}} = 2,8 \text{ мР/ч} = 2,8 \cdot 10^{-3} / 3600 \text{ Р/с} = 7,78 \cdot 10^{-7} \text{ Р/с}$.

Закон изменения интенсивности пучка монохроматических гамма-лучей при

прохождении через вещество: $I = I_0 e^{-\mu d}$.

Предполагая, что мощность экспозиционной дозы гамма-излучения прямо-пропорциональна интенсивности, получим $X = X_0 e^{-\mu d}$.

По условию задачи $X = X_{пред}$. По графику $\mu = f(\varepsilon_\gamma)$ (см.с. 3) найдем, что при средней энергии гамма-квантов $\langle \varepsilon_\gamma \rangle = 1$ МэВ, линейный коэффициент ослабления для свинца $\mu = 0,8 \text{ см}^{-1}$.

Подставим численные значения в формулу $X_{пред} = X_0 e^{-\mu d}$:

$$7,78 \cdot 10^{-7} = 160 \cdot 10^6 e^{-0,8 d}, \text{ откуда } e^{0,8 d} = 160 \cdot 10^{-6} / 7,78 \cdot 10^{-7} = 205,66.$$
$$d = \ln 205,66 / 0,8 = 6,7 \text{ см.}$$

ЗАДАЧА 1.5 Точечный источник гамма-излучения активностью 3мкКи находится в центре сферического свинцового контейнера, внешний радиус которого 10 см. Определите массу контейнера, если известно, что мощность экспозиционной дозы снаружи его не превышает 2,8 мР/ч. Энергия гамма-квантов 1,5 МэВ, выход квантов 0,5 на распад. Коэффициент поглощения гамма-лучей

РЕШЕНИЕ

Сначала выразим все величины в СИ .

$$A = 3 \text{ мкКи} = 3 \cdot 10^{-3} \cdot 3,7 \cdot 10^{10} \text{ Бк} = 11,1 \cdot 10^7 \text{ Бк}; \quad R_2 = 10 \text{ см} = 0,1 \text{ м};$$

$$\varepsilon_{\gamma 0} = 1,5 \text{ МэВ} = 1,5 \cdot 1,6 \cdot 10^{-13} \text{ Дж} = 2,4 \cdot 10^{-13} \text{ Дж}; \quad \mu = 3,3 \cdot 10^{-5} \text{ см}^{-1} = 3,3 \cdot 10^{-3} \text{ м}^{-1}$$

Энергия фотона, падающая на внутреннюю поверхность контейнера,

$$\varepsilon_{\gamma 1} = \varepsilon_{\gamma 0} e^{-\mu_1 R_1},$$

где R_1 – внутренний радиус контейнера, μ_1 - коэффициент поглощения воздуха.

Энергия фотона на выходе из контейнера

$$\varepsilon_{\gamma 2} = \varepsilon_{\gamma 1} e^{-\mu_2 (R_2 - R_1)},$$

где R_2 - внешний радиус контейнера, μ_2 - коэффициент поглощения свинца.

По графику $\mu = f(\varepsilon_\gamma)$ найдем, что при $\varepsilon_\gamma = 1,5$ МэВ коэффициент $\mu_2 = 0,58 \text{ см}^{-1}$

Из сравнения μ_1 и μ_2 следует, что $\mu_1 \ll \mu_2$, поэтому поглощением гамма-лучей в

Воздухе пренебрегаем, т.е. $\varepsilon_{\gamma 1} \approx \varepsilon_{\gamma 0}$ и $\varepsilon_{\gamma 2} \approx \varepsilon_{\gamma 0} e^{-\mu_2 (R_2 - R_1)}$.

Через контейнер за единицу времени пройдет $A \alpha$ фотонов ($\alpha = 0,5$ – выход фотонов на один распад). Поэтому энергия излучения, выходящая из контейнера за 1 с равна

$$E = A \alpha \varepsilon_{\gamma 2} = A \alpha \varepsilon_{\gamma 0} e^{-\mu_2 (R_2 - R_1)}.$$

Чтобы перейти к данной в задаче мощности экспозиционной дозы X , мысленно окружим контейнер слоем воздуха толщиной Δx (Δx мало). Этот воздушный слой поглотит энергию ΔE , равную

$$\Delta E = E - E e^{-\mu_1 \Delta x} = E (1 - e^{-\mu_1 \Delta x}).$$

Коэффициент поглощения воздуха μ_1 и толщина слоя Δx малы, поэтому, разлагая в ряд $e^{-\mu_1 \Delta x}$, получим $e^{-\mu_1 \Delta x} = 1 - \mu_1 \Delta x$ и $\Delta E = E \mu_1 \Delta x$.

Объем слоя воздуха толщиной Δx при условии, что Δx мало, приближенно равен $4 \pi R_2^2 \Delta x$, его масса $\Delta m = \rho_e 4 \pi R_2^2 \Delta x$, где ρ_e - плотность воздуха при нормальных условиях .

Энергия, поглощенная единицей массы воздуха при нормальных условиях за 1 с, т.е. мощность экспозиционной дозы X , равна

$$X = VE/Vm = E\mu_1 Vx/(4\pi R_2^2 Vx\rho_s) = A\alpha\varepsilon_{\gamma_0} e^{-\mu_2(R_2-R_1)}\mu_1/(4\pi R_2^2\rho_s),$$

$\rho_s = 1,29 \text{ кг/м}^3$. По условию задачи $X = 2,8 \text{ мР/ч} = 0,78 \cdot 10^{-6} \text{ Р/с} = 0,78 \cdot 10^{-8} \text{ Дж/кгс}$.

Здесь учтено, что $1 \text{ Р} = 0,01 \text{ Дж/кг}$.

Выразим R_1 из полученной формулы. Сначала найдем

$$e^{-\mu_2(R_2-R_1)} = X4\pi R_2^2\rho_s/(A\alpha\varepsilon_{\gamma_0}\mu_1),$$

затем $R_2 - R_1 = 1/\mu_1 \ln A\alpha\varepsilon_{\gamma_0}\mu_1/(X4\pi R_2^2\rho_s)$

и, наконец, $R_1 = R_2 - 1/\mu_2 \ln A\alpha\varepsilon_{\gamma_0}\mu_1/(X4\pi R_2^2\rho_s)$

Выполним расчет :

$$R_1 = 10^{-2} - 1/(0,58 \cdot 10^2) \ln 11,1 \cdot 10^7 \cdot 0,5 \cdot 2,4 \cdot 10^{-13} \cdot 3,3 \cdot 10^{-3} / (0,78 \cdot 10^{-8} \cdot 4\pi \cdot 10^{-2} \cdot 1,29) = 0,04$$

Масса свинцового контейнера ($\rho_{\text{свинца}} = 11,3 \cdot 10^3 \text{ кг/м}^3$)

$$m = \rho_{\text{свинца}} V = \rho_{\text{свинца}} \frac{4}{3} \pi (R_2^3 - R_1^3),$$

$$m = 11,3 \cdot 10^3 \cdot \frac{4}{3} \pi (0,1 \cdot 10^3 - 0,04 \cdot 10^3) = 44,2 \text{ кг}$$

ЗАДАЧИ ДЛЯ САМОСТОЯТЕЛЬНОГО РЕШЕНИЯ

ПО ТЕМЕ:

«СВОЙСТВА, ИЗМЕРЕНИЕ И ДОЗИМЕТРИЯ ИОНИЗИРУЮЩИХ ИЗЛУЧЕНИЙ»

- 1.1 Рассчитайте толщину сферического свинцового контейнера с наружным радиусом $R = 10 \text{ см}$, внутри которого находится источник гамма-излучения активностью $A = 10 \text{ Ки}$. При каждом акте распада источник испускает два гамма-фотона с Энергией $\langle \varepsilon_{\gamma} \rangle = 2,5 \text{ МэВ}$. Допустимая плотность потока энергии гамма- излучения на выходе из контейнера не должна превышать $I_{\text{max}} = 3,2 \cdot 10^{-6} \text{ Дж/м}^2\text{с}$. Значение линейного коэффициента поглощения взять из графика. Внутренний радиус контейнера мал по сравнению с наружным.
- 1.2 Какая доля всех молекул воздуха при нормальных условиях ионизируется за 1 час рентгеновским излучением при мощности экспозиционной дозы $X = 516 \text{ мкА/кг}$.
- 1.3 Для определения вредного действия гамма-излучения на рабочем месте была применена ионизационная камера объемом $V = 2 \text{ л}$, заполненная воздухом при нормальном давлении и соединенная с электрометром. Емкость системы $C = 15 \text{ пФ}$. Чувствительность электрометра $V = 6,1 \text{ В/дел}$. Вычислите дозу гамма-лучей за шестичасовой рабочий день, если скорость перемещения стрелки электрометра составляет $5,07 \text{ дел/мин}$. Сколько времени в сутки можно ежедневно безопасно работать на этом рабочем месте? Максимально допустимая доза гамма- излучения составляет $0,1 \text{ Р}$ за неделю.
- 1.4 Определите эквивалентную дозу гамма-излучения, полученную человеком массой 60 кг , при поглощении энергии гамма-излучения ^{60}Co за время $t = 1 \text{ сутки}$. Активность препарата $A = 100 \text{ мКи}$. Энергия гамма-кванта $\langle \varepsilon_{\gamma} \rangle = 1,3 \text{ МэВ}$.
Как изменится полученная человеком доза излучения, если на пути узкого пучка Гамма-лучей с такой энергией поместить бетонную стену толщиной 10 см ? Коэффициент ослабления для бетона определить по графику на с. 3 .
- 1.5 На какую глубину надо погрузить в воду источник узкого пучка гамма-лучей , чтобы мощность дозы излучения на поверхности воды не превышала $1,89 \cdot 10^{-7} \text{ Гр/с}$? Активность препарата $A = 20 \text{ мКи}$, энергия излучаемого гамма-кванта $1,6 \text{ МэВ}$. Линейный коэффициент ослабления найдите по графику $\mu = f(\varepsilon_{\gamma})$ (см. с. 3).
- 1.6 Точечный радиоактивный источник ^{60}Co находится в центре сферического свинцо-

- вого контейнера с толщиной стенок $x = 1$ см и наружным радиусом $R = 25$ см. Определите максимальную активность источника, который можно хранить в контейнере, если допустимая плотность потока гамма-излучения при выходе из контейнера $I_{\text{доп}} = 8,6 \cdot 10^6 \text{ с}^{-1}\text{м}^{-2}$. Принять, что при каждом акте распада ядро ^{60}Co испускает два гамма-кванта, средняя энергия каждого из которых $1,25 \text{ МэВ}$.
- 1.7 Какая доля всех молекул воздуха при давлении $P = 10^5 \text{ Па}$ и температуре 0 С ионизируется космическим излучением за 1 час при мощности экспозиционной дозы $\dot{X} = 0,03 \text{ мкР/с}$?
 - 1.8 Мощность экспозиционной дозы, создаваемой удаленным источником гамма-лучей с энергией фотонов $\langle \varepsilon_\gamma \rangle = 2 \text{ МэВ}$, равна $\dot{X} = 0,86 \text{ мкА/кг}$. Определите толщину d свинцового экрана, снижающего мощность экспозиционной дозы до уровня предельно допустимой $\dot{X}_{\text{доп}} = 0,86 \text{ нА/кг}$. Сколько пар ионов каждого знака возникает за один час в 1 см^3 воздуха непосредственно за экраном?
 - 1.9 Источник гамма-лучей находится на дне океана на глубине 5 км . Активность источника $A = 1 \text{ мкКи}$. Энергия гамма-кванта $\langle \varepsilon_\gamma \rangle = 1,4 \text{ МэВ}$. Рассчитайте мощность дозы излучения у поверхности воды. Линейный коэффициент ослабления для воды найдите по графику зависимости $\mu = f(\varepsilon_\gamma)$ на с.3.
 - 1.10 Внутри человека массой $m = 60 \text{ кг}$ попал радиоактивный стронций с активностью $A = 1,5 \text{ мкКи}$. Этот изотоп испускает β -частицы со средней энергией $\langle \varepsilon_\gamma \rangle = 1,1 \text{ МэВ}$. Какую дозу излучения получит человек за год?
 - 1.11 Воздух между двумя параллельными пластинами – электродами ионизационной меры – равномерно ионизируется гамма-лучами. Определите мощность экспозиционной дозы гамма-излучения (в Р/с), если ток насыщения в камере равен 10^{-9} А , а объем воздуха между электродами 50 см^3 . Расстояние между пластинами гораздо меньше их размеров.
 - 1.12 Поток космических μ -мезонов на уровне моря образует в 1 см^3 воздуха $18 \cdot 10^6$ пар ионов за сутки. Определите эквивалентную и экспозиционную дозу излучения, получаемую человеком за год, и мощность эквивалентной и экспозиционной дозы (коэффициент K примите равным 3). Выразите в рентгенах.
 - 1.13 Источник гамма-излучения имеет активность $A = 1 \text{ МБк}$ и излучает при каждом акте распада два гамма-кванта с энергией $\langle \varepsilon_\gamma \rangle = 1,2 \text{ МэВ}$. Вычислите плотность потока энергии гамма-лучей при выходе из свинцового контейнера сферической формы, если радиусы внешнего и внутреннего сферического слоя $R_1 = 20 \text{ см}$, $R_2 = 5 \text{ мм}$. Поглощением гамма-лучей в воздухе пренебречь. Линейный коэффициент ослабления свинца найдите по графику на с. 3.
 - 1.14 Воздух в некотором объеме облучается рентгеновскими лучами. Экспозиционная доза излучения $X = 4,5 \text{ Р}$ (рентген). Найдите, какая доля атомов, находящихся в этом объеме, будет подвергнута ионизации?
 - 1.15 В ампулу помещен радиоактивный изотоп йода ^{131}I с периодом полураспада $T = 8 \text{ сут}$. Через сколько времени доза излучения достигнет $D = 1 \text{ Р}$ (рентгена). Энергия гамма-кванта $\langle \varepsilon_\gamma \rangle = 2 \text{ МэВ}$. При каждом акте распада излучается один фотон.
 - 1.16 Космическое излучение на уровне моря на экваторе образует в 1 см^3 воздуха в среднем $N = 24$ пары ионов за время $t_1 = 10 \text{ с}$. Определите экспозиционную X и эквивалентную $D_{\text{экв}}$ дозы, получаемые человеком за время $t_2 = 1 \text{ год}$ и мощность экспозиционной дозы.
 - 1.17 Точечный радиоактивный источник гамма-излучения находится внутри свинцового контейнера сферической формы. Найдите дозу излучения, поглощаемую контейнером за один час, если активность источника $A = 1 \text{ Ки}$, при каждом акте

распада излучаются три гамма-фотона с энергией $\langle \varepsilon_\gamma \rangle = 5,5 \text{ МэВ}$, толщина стенок контейнера $x = 1 \text{ см}$, наружный радиус $R = 20 \text{ см}$, плотность свинца $\rho = 11,3 \cdot 10^3 \text{ кг/м}^3$.

- 1.18 Радиоактивный изотоп фосфора ^{32}P помещен в сосуд. Период полураспада фосфора $T = 14,3 \text{ сут.}$ Через сколько времени доза излучения достигнет одного рентгена? “Энергия гамма- кванта $\langle \varepsilon_\gamma \rangle = 1,8 \text{ МэВ}$.
- 1.19 Вычислить плотность потока гамма-излучения на выходе из чугунного контейнера с наружным радиусом $R = 20 \text{ см}$ и толщиной стенок $x = 2 \text{ см}$. Источник гамма-излучения имеет активность $A = 3,8 \text{ МБк}$. При каждом акте распада выделяются два фотона с энергией $\langle \varepsilon_\gamma \rangle = 1,25 \text{ МэВ}$. Линейный коэффициент чугуна найдите по графику на с. 3.
- 1.20 Мощность экспозиционной дозы гамма- излучения на расстоянии $r_1 = 40 \text{ см}$ от источника равна $\dot{X} = 4,3 \text{ мкА/кг}$. Определите время t , в течение которого можно находиться на расстоянии $r_2 = 6 \text{ см}$ от источника, если предельно допустимую предельную дозу излучения принять равной $5,16 \text{ мкКл/кг}$.

ТЕМА 3 . ЭЛЕКТРОМАГНИТНЫЕ ПОЛЯ. СВОЙСТВА ЭЛЕКТРОМАГНИТНЫХ ВОЛН.

ОСНОВНЫЕ ПОНЯТИЯ И УРАВНЕНИЯ

1. Уравнения Максвелла для электромагнитного поля имеют вид:

интегральная форма	дифференциальная форма
$\oint_L \vec{H} d\vec{l} = \sum I_{\text{пров.}} + \partial \Phi_e / \partial t,$	$\text{rot } \vec{H} = \vec{j} + \partial \vec{D} / \partial t,$
$\oint_L \vec{E} d\vec{l} = -\partial \Phi_m / \partial t,$	$\text{rot } \vec{E} = -\partial \vec{B} / \partial t,$
$\oint_S \vec{D} d\vec{S} = Q_{\text{своб}},$	$\text{div } \vec{D} = \rho,$
$\oint_S \vec{B} d\vec{S} = 0,$	$\text{div } \vec{B} = 0,$
$\vec{j} = \sigma \vec{E},$	
$\vec{D} = \epsilon \epsilon_0 \vec{E},$	
$\vec{B} = \mu \mu_0 \vec{H},$	

где $\vec{E}, \vec{D}, \vec{B}, \vec{H}$ - соответственно вектор напряженности электрического поля, вектор электрического смещения, вектор магнитной индукции и вектор напряженности магнитного поля, Φ_e – поток $\vec{D}$ через замкнутую поверхность S , Φ_m – поток $\vec{B}$ через замкнутую поверхность S , $\sum I_{\text{пров}}$ – алгебраическая сумма токов проводимости, $\vec{j}$ – вектор плотности тока проводимости, σ – удельная проводимость среды, ρ – объемная плотность свободных зарядов.

2. Свойства электромагнитных волн:

- 2.1. Векторы $\vec{E}$ и $\vec{H}$ колеблются в одинаковых фазах и во взаимно перпендикулярных плоскостях.
- 2.2. Колебания $\vec{E}$ и $\vec{H}$ перпендикулярны к направлению распространения волны, т.е. электромагнитная волна является поперечной.
- 2.3. Уравнение плоской электромагнитной волны, распространяющейся по оси x , можно записать в виде:

$$E = E_0 \sin(\omega t - kx)$$

$$H = H_0 \sin(\omega t - kx).$$

На рисунке 1 схематично изображена плоская электромагнитная волна, распространяющаяся по оси x .

Рис. 1

2.4 Скорость распространения электромагнитной волны равна

$$v = 1/\sqrt{\varepsilon\varepsilon_0\mu\mu_0} = c/\sqrt{\varepsilon\mu}$$

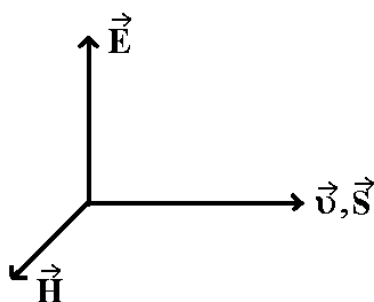
Для вакуума $\varepsilon = 1$ и $\mu = 1$, тогда $v = c$, где $c = 3 \cdot 10^8$ м/с - скорость света в вакууме.

2.5. Объемная плотность энергии электромагнитной волны $\omega = \frac{\varepsilon_0 E^2}{2} + \frac{\mu_0 H^2}{2}$,

$\frac{\varepsilon_0 E^2}{2}$ - объемная плотность энергии электрического поля, $\frac{\mu_0 H^2}{2}$ - объемная

плотность энергии магнитного поля.

2.6 Плотность потока энергии электромагнитного поля, т.е. энергия переносимая за единицу времени через единичную поверхность, перпендикулярную направлению распространения волны, $\vec{S} = \vec{E} \times \vec{H}$, $\vec{S}$ называется вектором Умова-Пойнтинга



Взаимное расположение векторов $\vec{E}$, $\vec{H}$, $\vec{v}$ и $\vec{S}$ показано на рисунке 2.

Рис. 2

Для плоской электромагнитной волны, распространяющейся по оси x, $S = E \cdot H$

2.7. Интенсивность I электромагнитной волны в данной точке – это скалярная величина, равная модулю среднего по времени значения плотности потока энергии, переносимой волной:

$$I = \langle \vec{S} \rangle = \langle \vec{E} \times \vec{H} \rangle$$

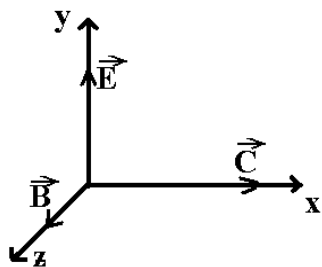
В плоской электромагнитной волне

$$I = |\vec{E} \cdot \vec{H}| = \frac{1}{2} \sqrt{\frac{\varepsilon_0}{\mu\mu_0}} E_0^2 = \frac{1}{2} \sqrt{\frac{\mu\mu_0}{\varepsilon_0}} H_0^2$$

ПРИМЕРЫ РЕШЕНИЯ ЗАДАЧ

ЗАДАЧА 3.1

Исходя из уравнений Максвелла в дифференциальной форме покажите, что для плоской электромагнитной волны (смрис.3.1), распространяющейся в вакууме, выполняются соотношения.



РЕШЕНИЕ

Запишем первые два уравнения Максвелла в интегральной и дифференциальной формах; в предположении, что точки проводимости отсутствуют.

$$\oint_L \vec{H} d\vec{e} = \frac{\partial \phi_e}{\partial t}, \quad \oint_L \vec{E} d\vec{e} = -\frac{\partial \phi_m}{\partial t}$$

$$\text{rot } \vec{H} = \frac{\partial \vec{D}}{\partial t} \quad \text{rot } \vec{E} = -\frac{\partial \vec{B}}{\partial t}$$

Запишем, например первое дифференциальное уравнение в координатной форме:

$$\text{rot } \vec{H} = \left| H_x^L \frac{\partial^L}{\partial x} H_y^{xy} \frac{\partial^P}{\partial y} H_z^{Dz} \frac{\partial^P}{\partial z} \right|$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial H_x}{\partial y} - \frac{\partial H_y}{\partial z} &= \frac{\partial D_x}{\partial t} \\ \frac{\partial H_x}{\partial z} - \frac{\partial H_z}{\partial x} &= \frac{\partial D_y}{\partial t} \\ \frac{\partial H_y}{\partial x} - \frac{\partial H_x}{\partial y} &= \frac{\partial D_z}{\partial t} \end{aligned} \quad (1)$$

Для плоской волны, распространяющейся по оси x, имеем $H_x = 0, H_y = 0, H_z = H$ и $E_x = 0, E_y = E, E_z = 0$

тогда из (1) получим $-\frac{\partial H}{\partial x} = \frac{\partial D}{\partial t}$ и аналогично $\frac{\partial E}{\partial x} = \frac{\partial B}{\partial t}$.

Преобразуем первое из полученных уравнений. Умножим его на μ_0 и представим электрическое смещение D в виде: $D = \epsilon_0 E$, тогда $-\frac{\partial B}{\partial x} = \epsilon_0 \mu_0 \frac{\partial E}{\partial t}$

Для вакуума $\epsilon = 1, \mu = 1$; кроме того, $\epsilon_0 = \frac{1}{4\pi \cdot 9 \cdot 10^9} \frac{\Phi}{\text{м}}$, $\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7} \frac{\Gamma}{\text{м}}$ и

$$\epsilon_0 \mu_0 = \frac{4\pi \cdot 10^{-7}}{4\pi \cdot 9 \cdot 10^9} = \frac{1}{9 \cdot 10^{16}} = \frac{1}{c^2}.$$

Тогда рассматриваемое уравнение получим в виде: $\frac{\partial E}{\partial t} = -c^2 \frac{\partial B}{\partial x}$

$$\begin{aligned} \text{Окончательно: } \frac{\partial E}{\partial t} &= -c^2 \frac{\partial B}{\partial x}, \\ \frac{\partial B}{\partial t} &= -\frac{\partial E}{\partial x}, \end{aligned}$$

что и требовалось доказать.

ЗАДАЧА 3.2.

Докажите, что в плоской электромагнитной волне, распространяющейся в вакууме, $\sqrt{\epsilon_0} E = \sqrt{\mu_0} H$ или $H = \sqrt{\frac{\epsilon_0}{\mu_0}} E$

РЕШЕНИЕ

Воспользуемся результатами решения предыдущей задачи и рассмотрим, например, уравнение $\frac{\partial B}{\partial t} = -\frac{\partial E}{\partial x}$

Запишем уравнение плоской электромагнитной волны:

$$\begin{cases} E = E_0 \sin(\omega t - kx), \\ B = B_0 \sin(\omega t - kx) \end{cases}$$

Найдем частные производные $\frac{\partial E}{\partial x}$ и $\frac{\partial B}{\partial t}$ и сравним их

$$\frac{\partial E}{\partial x} = -kE_0 \cos(\omega t - kx) = -\frac{\omega}{c} E_0 \cos(\omega t - kx),$$

$$\frac{\partial B}{\partial t} = \omega B_0 \cos(\omega t - kx),$$

$$\omega B_0 \cos(\omega t - kx) = -\left(-\frac{\omega}{c} E_0 \cos(\omega t - kx)\right),$$

$$B_0 \cos(\omega t - kx) = \frac{1}{c} E_0 \cos(\omega t - kx),$$

откуда $B = \frac{E}{c},$

т.к. $c = \frac{1}{\epsilon_0 \mu_0}$, $B = \mu_0 H$, получим $\mu_0 H = \sqrt{\epsilon_0 \mu_0} E$, $\sqrt{\mu_0} H = \sqrt{\epsilon_0} E$

Таким образом, для плоской электромагнитной волны, в которой векторы $\vec{E}$ и $\vec{H}$ колеблются в одинаковой фазе, соотношение

$$\sqrt{\mu_0} H = \sqrt{\epsilon_0} E$$

справедливо для мгновенных значений этих векторов, в общем случае оно верно для амплитудных значений E_0 , H_0 векторов $\vec{E}$ и $\vec{H}$:

$$\mu_0 H_0^2 = \epsilon_0 E_0^2$$

Если электромагнитная волна распространяется в некоторой среде ($\epsilon > 1$ и $\mu > 1$), то

$$\mu \mu_0 H_0^2 = \epsilon \epsilon_0 E_0^2$$

ЗАДАЧА 3.3

В однородной и изотропной среде ($\epsilon=3$, $\mu=1$) распространяется плоская электромагнитная волна, в которой вектор $\vec{E}$ колеблется по закону $\vec{E} = E_0 \cos(\omega t - kx)$, а амплитудное значение напря-

женности электрического поля $E_0 = 10 \frac{В}{м}$.

Найдите: 1) амплитудное значение напряженности H_0 магнитного поля; 2) фазовую скорость v волны.

Дано:

$$\epsilon = 3, \mu = 1$$

$$E_0 = 10 \text{ В/м}$$

H_0 - ?

v - ?

Решение

Известно, что $\mu\mu_0 H_0^2 = \varepsilon\varepsilon_0 E_0^2$,

откуда $H_0 = E_0 \sqrt{\frac{\varepsilon\varepsilon_0}{\mu\mu_0}}$,

$$H_0 = 10 \sqrt{\frac{3 \cdot 8,85 \cdot 10^{-12}}{1 \cdot 4\pi \cdot 10^{-7}}} = 10 \sqrt{2,1 \cdot 10^{-5}} = 4,58 \cdot 10^{-2} \frac{\text{А}}{\text{м}}$$

$$v = \frac{c}{\sqrt{\varepsilon\mu}} = \frac{3 \cdot 10^8}{\sqrt{3}} = 1,73 \cdot 10^8 \frac{\text{м}}{\text{с}}$$

ЗАДАЧА 3.4

Плоская электромагнитная волна распространяется в вакууме по оси x . Покажите, что плотность потока энергии в любой момент времени определяется соотношением $S = E_0^2 \frac{\varepsilon_0}{\mu_0} \cos^2(\omega t - kx)$.

РЕШЕНИЕ

Запишем уравнение плоскостей эл-м волны, распространяющейся по оси x :

$$\begin{cases} \vec{E} = \vec{E}_0 \cos(\omega t - kx), \\ \vec{H} = \vec{H}_0 \cos(\omega t - kx). \end{cases}$$

По определению, вектор плотности потока энергии или вектор Умова-Пойнтинга равен

$$\vec{S} = \vec{E} \times \vec{H}$$

Модуль вектора $\vec{S}$ равен

$$S = |\vec{E} \times \vec{H}| = EH \sin(\alpha) = EH$$

($\alpha = (\vec{E} \cdot \vec{H}) = 90^\circ, \sin \alpha = 1$)

Принимая во внимание выражение для $\vec{E}$ и $\vec{H}$, получим

$$S = E_0 H_0 \cos^2(\omega t - kx)$$

Амплитудные значения векторов $\vec{E}$ и $\vec{H}$ связаны между собой $\sqrt{\varepsilon_0} E_0 = \mu_0 H_0$, т.е.

$$H_0 = \frac{\varepsilon_0}{\mu_0} E_0$$

Окончательно, плотность потока энергии

$$S = \sqrt{\frac{\varepsilon_0}{\mu_0}} E_0^2 \cos^2(\omega t - kx), \text{ что и требовалось доказать.}$$

ЗАДАЧА 3.5.

В среде ($\varepsilon=2, \mu=1$) распространяется вдоль оси x плоская электромагнитная волна. Амплитуда напряженности магнитного поля волны $H_0=0,05 \frac{\text{А}}{\text{м}}$. Найдите: 1) амплитуду напряженности поля E_0 волны;

2) Интенсивность волны I.

Дано:

$$\varepsilon=2, \mu=1$$

$$H=0,05 \frac{\text{А}}{\text{м}}$$

$$E_0 - ?$$

$$I - ?$$

Решение

В плоской электромагнитной волне напряженности E и H электрического и магнитного полей в некоторой точке x в виде

$$\begin{cases} E = E_0 \cos(\omega t - kx), \\ H = H_0 \cos(\omega t - kx), \end{cases} \text{ где } k = \frac{2\pi}{\tau}$$

Для нахождения амплитуды E_0 напряженности электрического поля воспользуемся соотношением:

$$\sqrt{\varepsilon \varepsilon_0} E_0 = \sqrt{\mu \mu_0} H_0,$$

$$\text{откуда } E_0 = \frac{\mu \mu_0}{\varepsilon \varepsilon_0} H_0$$

$$E_0 = \sqrt{\frac{1 \cdot 4\pi 10^{-7}}{2 \cdot 8,85 \cdot 10^{-12}}} \cdot 0,05 = 13,3 \frac{\text{В}}{\text{м}}$$

По определению, вектор Умова-Пойнтинга равен $\vec{S} = \vec{E} \times \vec{H}$,

$$\text{его модуль } |\vec{S}| = |\vec{E} \times \vec{H}| = |EH|, \sin(\vec{E} \cdot \vec{H}) = 1$$

$$\text{Мгновенное значение модуля } |\vec{S}| \text{ равно } S = E_0 H_0 \cos^2(\omega t - kx)$$

Интенсивность волны I определяется как величина, равная модулю среднего по времени значения плотности потока энергии, т.е.

$$I = \langle \vec{S} \rangle$$

$$\text{Среднее значение } \langle \cos^2(\omega t - kx) \rangle = \frac{1}{2}, \text{ поэтому}$$

$$I = \frac{1}{2} E_0 H_0 = \frac{1}{2} \sqrt{\frac{\mu \mu_0}{\varepsilon \varepsilon_0}} H_0^2 = \frac{1}{2} \sqrt{\frac{\varepsilon_0}{\mu \mu}} E_0^2$$

Подставим численные значения величин

$$I = \frac{1}{2} 13,3 \cdot 0,05 = 0,33 \frac{\text{Вт}}{\text{м}^2}.$$

ЗАДАЧА 3.6.

Плоская электромагнитная волна, в которой напряженность магнитного поля меняется по закону $H = 0,05 \cos(2\pi \cdot 10^6 t)$, $\frac{\text{А}}{\text{м}}$ распространяется в среде с $\varepsilon=2, \mu=1$. Найдите: 1) закон изменения во времени плотности тока смещения j см; 2) среднее за период значение плотности тока смещения.

Дано:

$$H = 0.05 \cos(2\pi \cdot 10^6 t), \frac{A}{M}$$

$$\varepsilon=2, \mu=1$$

$$j \text{ см} - ?$$

$$\langle j \rangle - ?$$

РЕШЕНИЕ

По определению, $j = \frac{\partial D}{\partial t}$, где вектор электрического смещения. Закон изменения во

времени модуля вектора электрического смещения $D = \varepsilon_0 E = \varepsilon_0 \cos(2\pi \cdot 10^6 t)$.

Зная амплитудное значение напряженности H_0 магнитного поля, найдем амплитудное значение E_0 электрического поля:

$$\sqrt{\varepsilon_0} E_0 = \sqrt{\mu \mu_0} H_0$$

$$E_0 = \sqrt{\frac{\mu \mu_0}{\varepsilon_0}} H_0$$

$$\text{Тогда } D = \varepsilon_0 \frac{\mu \mu_0}{\varepsilon_0} H_0 \cos(2\pi \cdot 10^6 t)$$

$$\text{или } D = \sqrt{\varepsilon_0 \mu \mu_0} H_0 \cos(2\pi \cdot 10^6 t)$$

Закон изменения во времени плотности тока смещения

$$j_{\text{см}} = \frac{\partial D}{\partial t} = -\sqrt{\varepsilon_0 \mu \mu_0} H_0 (2\pi \cdot 10^6) \sin(2\pi \cdot 10^6 t)$$

Рассчитаем амплитудное значение с тока смещения

$$(j_{\text{см}})_0 = 2\pi \cdot 10^6 \cdot \sqrt{2 \cdot 8,85 \cdot 10^{-12} \cdot 1 \cdot 4\pi \cdot 10^{-7}} \cdot 0,05 = 1,47 \cdot 10^{-3} \frac{A}{M^2}$$

$$\text{Тогда } j_{\text{см}} = -1,47 \cdot 10^{-3} \sin(2\pi \cdot 10^6 t), \frac{A}{M^2}$$

Среднее за период значение плотности тока смещения равно нулю, т.к. $\langle \sin 2\pi \cdot 10^6 t \rangle = 0$

ЗАДАЧА 3.7

Рассчитайте шаговое напряжение $U_{\text{ш}}$ под которым может Оказаться человек приближающийся к полусферическому заземлителю, погруженному в землю вровень с ее поверхностью (см. рис. 3.2). Ток J , протекающий в землю через заземлитель, известен.

Рис. 3.2.

РЕШЕНИЕ

Плотность тока j в точке А полусферической поверхности радиуса r равна

$$j = \frac{J}{2\pi r^2}$$

Вектор $\vec{j}$ направлен по радиусу, соединяющему т. А с центром заземления.
Напряженность поля в т. А равна

$$E = \frac{j}{\delta} = \frac{J}{2\pi r^2 \delta},$$

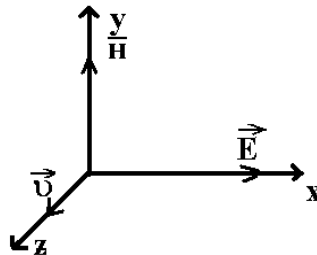
δ - удельная проходимость среды.

Длину шага выберем равной 0,8 м, тогда шаговое напряжение найдем по формуле

$$U_{\text{ш}} = - \int_{\kappa}^{\kappa+0,8} E dr = - \int_r^{r+0,8} \frac{J}{2\pi r^2 \delta} = \frac{J}{2\pi \delta} \left(\frac{1}{r} - \frac{1}{r+0,8} \right)$$

ЗАДАЧИ ДЛЯ СМОСТОЯТЕЛЬНОГО РЕШЕНИЯ ПО ТЕМЕ: «ЭЛЕКТРОМАГНИТНОЕ ПОЛЕ. СВОЙСТВА ЭЛЕКТРОМАГНИТНЫХ ВОЛН»

- 3.1. В однородной и изотропной среде ($\epsilon > 1$), $\mu = 1$ распространяется плоская электромагнитная волна вдоль оси z (рис. 3.3)

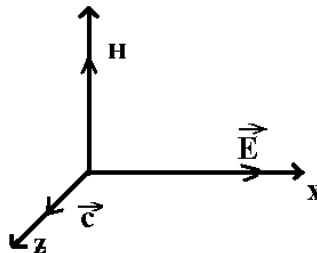


Покажите из уравнений Максвелла, что

$$\frac{\partial E}{\partial t} = -\frac{c^2}{\epsilon} \frac{\partial B}{\partial z}$$

$$\frac{\partial B}{\partial t} = -\frac{\partial E}{\partial z}$$

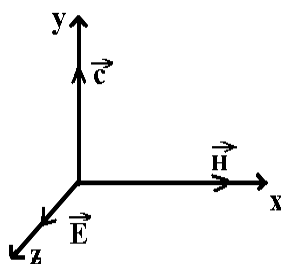
- 3.2. В вакууме вдоль оси z распространяется плоская электромагнитная волна. Исходя из уравнений Максвелла покажите, что



$$\frac{\partial E}{\partial t} = -c^2 \frac{\partial B}{\partial z}$$

$$\frac{\partial B}{\partial t} = -\frac{\partial E}{\partial z}$$

- 3.3. Исходя из уравнений Максвелла покажите, что для плоской электромагнитной волны, распространяющейся в вакууме вдоль оси z , имеют место соотношения.

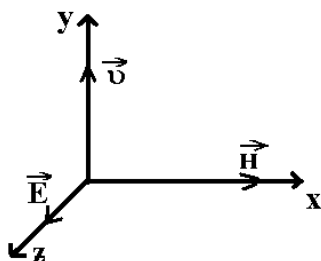


$$\frac{\partial B}{\partial t} = -\frac{\partial E}{\partial y}$$

$$\frac{\partial E}{\partial t} = -c^2 \frac{\partial B}{\partial y}$$

- 3.4. В однородном диэлектрике ($\epsilon > 1$, $\mu = 1$) распространяется плоская электромагнитная волна вдоль оси y . Исходя из уравнений Максвелла получите для нее следующие соотношения.

$$\frac{\partial B}{\partial t} = -\frac{\partial E}{\partial y}; \quad \frac{\partial E}{\partial t} = -\frac{c^2}{\epsilon} \frac{\partial B}{\partial y}$$



- 3.5. Скорость распространения электромагнитных волн в кабеле уменьшилась на 20% после того, как пространство между внешним и внутренним проводниками кабеля заполнили диэлектриком. Определите относительную диэлектрическую восприимчивость диэлектрика ($\mu = 1$).

- 3.6 Электромагнитная волна с частотой $\nu = 3$ МГц переходили из вакуума в немагнитную среду с $\epsilon = 4$. Найдите приращение длины волны.

- 3.7. Докажите, что в бегущей электромагнитной волне, распространяющейся в некоторой среде $H_0 = E_0 \sqrt{\frac{\epsilon \epsilon_0}{\mu \mu_0}}$, где E_0 и H_0 - амплитудные значения напряженности электромагнитных и магнитных полей соответственно.

- 3.8 . Докажите, что в электромагнитной волне, распространяющейся в вакууме, амплитудные значения векторов напряженности электромагнитных и магнитных полей связаны соотношением $\frac{E_0}{H_0} = 120\pi \left(\frac{B}{A} \right)$

$$\epsilon_0 E_0^2 = \frac{\mu_0 H_0^2}{2}$$

- 3.9. Плоская синусоидальная электромагнитная волна распространяется вдоль оси x . Определите, какая средняя энергия будет перенесена ею через площадку $S = 10 \text{ см}^2$, перпендикулярную оси x , за время $t = 5$ мин. Период волны $T \ll t$. Амплитуда

напряженности электрического поля $E_0 = 5 \cdot 10^{-5} \text{ В/м}$, амплитуда напряженности магнитного поля $H_0 = 2 \cdot 10^{-4} \frac{\text{А}}{\text{м}}$.

3.9. В некоторой немагнитной среде распространяется вдоль оси x плоская электромагнитная волна

$$\begin{cases} E = E_0 \sin(\omega t - kx) \\ H = H_0 \sin(\omega t - kx) \end{cases}$$

Амплитудные значения напряженности электромагнитного и магнитного полей равны соответственно $E_0 = 2 \cdot 10^{-3} \frac{\text{А}}{\text{м}}$, $H_0 = 5 \cdot 10^{-5} \frac{\text{А}}{\text{м}}$. Определите относительную диэлектрическую проницаемость среды.

3.11 Плоская электромагнитная волна, в некоторой напряженность поля меняется с частотой $\gamma = 10^6 \text{ Гц}$ по закону $H = H_0 \sin(\omega t - kx)$, где $H_0 = 10^{-2} \text{ А/м}$, распространяется в воде ($\epsilon = 81$, $\mu = 1$). Запишите закон изменения во времени плотности тока смещения в произвольной точке x .

3.12 Плоская электромагнитная волна распространяется в вакууме

$$\begin{cases} E = E_0 \sin(\omega t - \vec{k}\vec{r}) \\ H = H_0 \sin(\omega t - \vec{k}\vec{r}) \end{cases}$$

Считая известными E_0 , ω , k найдите плотность тока энергии волны для любого момента времени.

3.13 Плоская электромагнитная волна распространяется в воде ($\epsilon = 81$, $\mu = 1$):

$$E = E_0 \cos(\omega t - kr)$$

$$H = H_0 \sin(\omega t - kr)$$

Считая H_0 , ω и k известными, найдите плотность потока энергии волны для любого момента времени.

3.14. Плоская электромагнитная волна распространяется в вакууме. Найдите амплитудное значение плотности тока смещения ($J_{\text{см}}$), если известны амплитуда H_0 напряженности магнитного поля волны и частота γ колебаний в волне.

3.15 Запишите уравнение плоской электромагнитной волны распространяющейся в среде с $\epsilon = 2$, $\mu = 1$, если амплитуда напряженности магнитного поля волны $H_0 = 0,01 \text{ А/м}$, частота колебаний волны $\gamma = 10^6 \text{ Гц}$.

3.16 Запишите уравнение плоской электромагнитной волны, распространяющейся в среде с $\epsilon = 4$, $\mu = 1$, если амплитуда напряженности электрического поля $E_0 = 2,66 \frac{\text{В}}{\text{м}}$ частота колебаний волны $\gamma = 2 \text{ МГц}$.

$$\begin{cases} E = E_0 \sin(\omega t - kx) \\ H = H_0 \sin(\omega t - kx) \end{cases}$$

3.17. В вакууме распространяется вдоль оси x плоская электромагнитная волна. Амплитуда напряженности магнитного поля волны $H_0 = 0,05$ А/м. Определите 1) амплитуду напряженности электромагнитного поля волны E_0 ; 2) интенсивность волны I .

3.18 В среде ($\epsilon=3$, $\mu=1$) распространяется плоская электромагнитная волна. Амплитуда напряженности электромагнитного поля волны $E_0 = 18,8 \frac{\text{В}}{\text{м}}$. Определите: 1) амплитуду напряженности магнитного поля H_0 и 2) интенсивность волны.

3.19 Уравнение плоской электромагнитной волны, распространяющейся вдоль оси x , имеет вид

$$\begin{cases} E = E_0 \sin(\omega t - kx) \\ H = H_0 \sin(\omega t - kx) \end{cases}$$

Справедливо ли для относительной диэлектрической проницаемости среды ϵ следующее соотношение

$$\epsilon = \frac{k^2}{\omega^2} c^2 \quad \text{при } \mu=1. \text{ Ответ обоснуйте.}$$

3.20 Плоская электромагнитная волна с частотой $\gamma = 10$ МГц распространяется в слабо проводящей среде с удельной проводимостью $\partial = 10 \cdot 10^{-3} \frac{\text{СМ}}{\text{м}}$ и диэлектрической проницаемостью $\epsilon=9$. Найдите отношение амплитудных значений плотностей токов проводимости и смещения.